

VegDim

Modellering av frostnedtrengning og telehiv

STATENS VEGVESENS RAPPORTER

Nr. 1089



Tittel

VegDim

Undertittel

Modellering av frostnedtrengning og telehiv

Forfatter

Kjell Arne Skoglund og Geir Berntsen

Avdeling

Teknologi Drift og vedlikehold

Seksjon

Vedlikehold og utbedring

Prosjektnummer

C13480

Rapportnummer

1089

Prosjektleder

Brynhild Snilsberg

Godkjent av

Brynhild Snilsberg

Emneord

VegDim, vegteknologi, ME-dimensjonering, tilstandsutvikling, frostmodellering, telehiv

Sammendrag

VegDim (2018-2024) har vært et FoUI-program i Statens vegvesen, der målet har vært å utvikle og ta i bruk et ME-system for dimensjonering og analyser av vegoverbygninger. Dette vil gi oss mulighet til å beregne prognoser for tilstandsutvikling basert på nedbrytning pga klima- og trafikkbelastning.

Denne rapporten beskriver modellering av telehiv for det norske vegnettet - eksisterende modeller og nye modelleringsmuligheter.

Title

VegDim

Subtitle

Modeling of Frost Penetration and Frost Heave

Author

Kjell Arne Skoglund og Geir Berntsen

Department

O&M Technology

Section

Maintenance and Upgrading Support

Project number

C13480

Report number

1089

Project manager

Brynhild Snilsberg

Approved by

Brynhild Snilsberg

Key words

VegDim, Pavement engineering, ME Design, Performance Prediction, Frost Modeling, Frost Heave, Frost Penetration

Summary

VegDim (2018-2024) has been an R&D program conducted by the Norwegian Public Roads Administration (Statens vegvesen), aimed at developing and implementing an ME (Mechanistic-Empirical) system for the design and analysis of road pavements. Such system will provide the possibility to predict pavement deterioration caused by traffic and climate loading.

This report describes the modeling of frost (heave and penetration) for Norwegian pavements - including existing models and new modeling possibilities.



Forord

VegDim (2018-2024) har vært et FoUI-program i Statens vegvesen der målet var å utvikle et digitalt system for dimensjonering og analyser av vegoverbygninger basert på tilstandsutvikling. Dette er et mekanistisk-empirisk (ME) dimensjoneringssystem som vil gi oss mulighet til å beregne prognoser for tilstandsutvikling og levetid basert på nedbrytning pga. klima- og trafikkbelastning.

Hovedleveransen fra FoUI-programmet er et nytt dimensjoneringssystem (dataverktøy) og en dimensjoneringspraksis der en har større fleksibilitet og mulighet til å dokumentere konsekvenser av ulike valg av materialer og lagtykkelser i vegbygging og vedlikehold.

Et ME-dimensjoneringssystem, som gir dokumentasjon på tilstandsutviklingen og levetiden til vegoverbygningen, vil gi et mye bedre beslutningsgrunnlag ved planlegging av veger. Dette vil gi grunnlag for optimalisert forvaltning av vegnettet (livsløpskostnader) og bedre langsiktige vedlikeholdsplaner. Ved bruk av dette verktøyet kan man også ta hensyn til miljø ved planlegging, bygging og vedlikehold av veger. Dette bidrar til redusert energiforbruk og lavere klimagassutslipp, som vil bidra til å oppnå nasjonale klimamål.

Denne rapporten omhandler regelverket for frostsikring i Norge, samt modeller for beregning av frostdybde og telehiv. Den gir en grundig gjennomgang av beregningsgrunnlaget som benyttes i dimensjoneringsverktøyene ERAPave PP og VegDim, og forklarer prinsippene bak frostdimensjoneringen slik de er presentert i N200. I tillegg presenteres en oversikt over andre relevante modeller og beregningsprogrammer for denne typen analyser.

Rapporten er utarbeidet av Kjell Arne Skoglund og Geir Berntsen.

Kjell Arne Skoglund, delprosjektleder
Statens vegvesen, september 2025



Innhold

Forord.....	1
Sammendrag.....	4
Summary.....	5
1 Bakgrunn.....	6
1.1 Regelverket pr. i dag.....	6
1.2 Hvorfor regne telehiv.....	7
1.3 Avgrensinger.....	8
2 Grunnlag for varmeledning, faseoverganger og telehiv.....	9
2.1 Fouriers lov – temperaturgradienten.....	9
2.2 Den transiente varmelikninga med et par av de analytiske løsningene.....	9
2.3 Latent varme og faseoverganger.....	11
2.4 Stefans problem.....	11
3 Telehiv.....	14
3.1 Litt om teleforsøk.....	14
3.1.1 Telehivsforsøk CRREL.....	14
3.1.2 Telehivsforsøk NTNU/Sintef.....	15
3.1.3 Telehivsforsøk i Canada og Norge.....	17
3.2 Segregasjonspotensialet, SP (Konrad and Morgenstern).....	18
3.2.1 Størrelsen på segregasjonspotensiale.....	21
3.2.2 Bestemmelse av størrelsen av segregasjonspotensialet.....	21
3.3 Overflateeffekter – konveksjon og stråling.....	23
4 Modeller for beregning av frostdybder og telehiv.....	26
4.1 Stefans formel.....	26
4.2 Beregning av frostdybde slik vi gjør det i dag i Norge.....	28
4.3 SSR-modellen (Saarelainen's Soil Response model) (Finland).....	29
4.3.1 Generell beskrivelse.....	29
4.3.2 Kommentarer til SSR-modellen.....	31
4.4 Kommentarer til likningsløsninga i SSR-modellen.....	32
4.4.1 Databehov i SSR-modellen.....	33
4.5 Chaussée 2 (Canada/Québec) [7].....	33
4.5.1 Generell beskrivelse.....	33
4.5.2 Hva er forskjellene på frostmodellen i Chaussée og SSR-modellen.....	33
4.6 PMS Objekt (Åke Hermanssons modell [8], Sverige).....	34
4.6.1 Generell beskrivelse.....	34
4.6.2 Kommentarer til modellen.....	35

4.7	Andre modelleringsmuligheter	35
4.7.1	Modifisert Berggren.....	35
4.7.2	PC Heave.....	36
4.7.3	Numerisk løsning - elementmetoder.....	37
5	Praktisk frostdimensjonering for vegingeniøren	38
5.1	Dagens praksis	38
5.2	Frostsikring ved bruk av VegDim/ERAPave PP	38
5.3	Utfordringer med frostdimensjonering.....	39
6	Referanser	40

Sammendrag

VegDim (2018-2024) har vært et FoUI-program i Statens vegvesen med mål om å utvikle et digitalt system for dimensjonering og analyser av vegoverbygninger basert på tilstandsutvikling. Prosjektet har samarbeidet med VTI og Trafikverket i Sverige og utviklet en norsk web-versjon av ERAPave PP (Elastic Response Analysis of Pavements – Performance Prediction), kalt VegDim.

Bakgrunn for VegDim er at det norske dimensjoneringsystemet i N200 Vegbygging er basert på erfaringer og har detaljerte krav, men er lite fleksibelt for nye materialer og endringer i trafikk og klima. VegDim skal være et mer fleksibelt og moderne system.

Prosjektet ble organisert i flere arbeidspakker (AP) med ansvarlige for hver pakke, inkludert prosjektledelse, valg av ME-system, kalibrering, materialdata, trafikkdata, klimadata, frostmodell, krav, implementering og analyser.

Rapporten forklarer hvordan frostdimensjonering for veg tradisjonelt har blitt gjort i Norge og hvordan vi i dette prosjektet har tatt i bruk metodikk som er mer moderne og mer i tråd med hvordan frostdimensjonering gjøres i en del andre land.

Innledningsvis gjøres det rede for dagens dimensjoneringspraksis og hvilke svakheter denne har. Nyere metoder vil kunne regne på telehivets størrelse og dermed kunne bruke dette i dimensjoneringen. Grunnlaget for varmemestrøm og temperaturberegninger i jord som fryser, blir gjennomgått. Ulike former for telehivsforsøk blir beskrevet, og det blir lagt særlig vekt på å kunne bestemme segregasjonspotensialet – som er en størrelse som sier noe om hvor telefarlig et materiale er ut fra materialets evne til å suge opp vann under fryseprosessen, og er det som gir telehiv. Segregasjonspotensial som begrep ble lansert av de kanadiske forskerne Konrad og Morgenstern i 1981. Termiske overflateeffekter av konveksjon og av stråling er også beskrevet, men er ikke tatt med i den modellen som benyttes i beregningene.

Ut over laboratorieforsøk, er det beskrevet metoder fra litteraturen der segregasjonspotensialet bestemmes ut fra empiriske korrelasjoner, bl.a. ut fra kornfordeling.

Flere modeller for frostnedtrengning og telehiv blir presentert, men hovedvekten er lagt på den finske SSR-modellen publisert av Saarelainen i 1992 og som baserer seg på forenklet varmemestrømsteori og det nevnte segregasjonspotensialet. Denne modellen er tatt i bruk i Canada i ordinær vegdimensjonering, og den er også prøvd ut i Finland. Det er denne modellen som er implementert i applikasjonene VegDim og ERAPave PP. Modellen kan estimere frostnedtrengning og telehiv. Forenklingene i varmemestrømmen er i hovedsak at temperaturfordelingen over frysesonen regnes å være lineær til enhver tid og at varmebidraget fra undergrunnen regnes etter en forenklet modell der varmebidraget avtar utover i frostsasjonen. I tillegg til segregasjonspotensialet er input til modellen de ulike varmeledningstallene, vanninnhold, verdier for latent frysevarme, overflatetemperatur, densiteter og koeffisient for intensitet i jordvarmen i ufrosne lag. Frostsasjonen deles i tidssteg for å finne frostdybden og telehivinga utover i sasjonen.

Rapporten sier også noe om praktisk frostdimensjonering steg for steg, både med tradisjonell metodikk og med den nye modellen. Den nye modellen åpner for å frostteknisk dimensjonering der man kan tillate noe telehiv, noe som gjør at man kan bygge noe tynnere frostsikring enn tidligere i de tilfellene at frostpåkjenningen betinger frostsikring rundt maksimal frostsikringsdybde eller lavere. Avslutningsvis pekes det på at modellen er avhengig av gode inputdata – særlig gjelder dette opp mot vanninnhold og segregasjonspotensial.

Summary

VegDim (2018-2024) has been an R&D program within the Norwegian Public Roads Administration aimed at developing a digital system for the design and analysis of pavements based on performance prediction. The project has collaborated with the Swedish National Road and Transport Research Institute and the Swedish Transport Administration, and has developed a Norwegian web-version of ERAPave PP (Elastic Response Analysis of Pavements – Performance Prediction) called VegDim.

The background for VegDim is that the Norwegian design system in N200 Road Construction is based on experience and has detailed requirements but is not very flexible for new materials and changes in traffic and climate. VegDim aims to be a more flexible and modern system.

The project was organized into several work packages with responsible parties for each package, including project management, selection of ME system, calibration, material data, traffic data, climate data, frost model, requirements, implementation, and analyses.

The report explains how frost design for roads has traditionally been done in Norway and how this project has adopted a more modern methodology, more in line with how frost design is carried out in several other countries.

Initially, the current design practices and their weaknesses are described. Newer methods can calculate the magnitude of frost heave and thus use this in the design. The basis for heat flow and temperature calculations in freezing soil is reviewed. Various types of frost heave tests are described, with particular emphasis on determining the segregation potential – a parameter of how frost-susceptible a material is, based on its ability to absorb water during the freezing process, which causes frost heave. The concept of segregation potential was introduced by Canadian researchers Konrad and Morgenstern in 1981. Thermal surface effects from convection and radiation are also described but are not included in the model used for calculations.

In addition to laboratory tests, methods from the literature are described where segregation potential is determined based on empirical correlations, including grain size distribution.

Several models for frost penetration and frost heave are presented, but the main focus is on the Finnish SSR model published by Saarelainen in 1992, which is based on simplified heat flow theory and the aforementioned segregation potential. This model has been adopted in Canada for regular road design and has also been tested in Finland. It is this model that has been implemented in the VegDim and ERAPave PP applications. The model can estimate frost penetration and frost heave. The simplifications in heat flow mainly involve assuming a linear temperature distribution across the freezing zone at all times and calculating the heat contribution from the subsoil using a simplified model where the heat contribution decreases throughout the frost season. In addition to the segregation potential, the model inputs include various thermal conductivities, water content, values for latent heat of freezing, surface temperature, densities, and a coefficient for the intensity of geothermal heat in unfrozen layers. The frost season is divided into time steps to determine frost depth and frost heave progression throughout the season.

The report also outlines practical frost design step by step, both with traditional methodology and with the new model. The new model allows for frost design where some frost heave is permitted, which enables thinner frost protection than previously in cases where frost exposure requires protection around the maximum frost protection depth or lower.

Finally, it is pointed out that the model depends on good input data – particularly regarding the water content and the segregation potential.

1 Bakgrunn

1.1 Regelverket pr. i dag

Frostsikring av veg i Norge tar utgangspunkt i undergrunnens telefarlighet. Telefarligheten er definert gjennom telefarlighetskriterier basert på innhold av materiale mindre enn 20 μm regnet av materiale mindre enn 22,4 mm. Ut fra dette kategoriseres telefarligheten i fire telefarlighetsklasser fra T1 til T4, se Tabell 1

Tabell 1 Inndeling i telefarlighetsklasser utdrag fra tabell 512.1 i N200 Vegbygging [1]

Telefarlighetsklasse	Masseprosent av materiale < 22,4 mm		
	< 2 μm	< 20 μm	< 200 μm
Ikke telefarlig T1		< 3	
Litt telefarlig T2		3 - 12	
Middels telefarlig T3	^a	> 12	< 50
Meget telefarlig T4	< 40	> 12	> 50

^a I tillegg regnes jordarter med mer enn 40 % < 2 μm som middels telefarlig T3.

Ut fra gjeldende N200 [1], bygges det i Norge frostsikring kun der undergrunnen er i telefarlighetsklasse T3 eller T4 (basert på innhold av materiale < 0,020 mm). Prinsippet er at det dimensjoneres frostfritt, eller for å unngå ujevne telehiv. Avhengig av ÅDT baseres frostmengden på 10-årsfrost eller 50-årsfrost. Også maksimal overbygningstykkelse er begrenset 1,8 m eller 2,4 m basert på ÅDT. Detaljene i dette er vist i tabell 2.

Tabell 2 Dagens praksis i Norge når det gjelder frostsikring. Utdrag fra tabell 3.2.1-1 i N200:2024

ÅDT i åpningsåret	Antall kjørefelt	Over- bygningstype ^a	Tele- farlighets- klasse	Frostsikring	
				Dimensjon- erende frost- mengde	Maksimal tykkelse over- bygning (m) ^b
> 8000	≥ 4	Fleksibel	T3, T4	F ₅₀	2,4
> 8000	< 4	Fleksibel	T3, T4	F ₁₀	2,4
1501 – 8000		Fleksibel	T3, T4	F ₁₀	1,8
≤ 1500		Fleksibel	T3, T4	Tiltak for å unngå ujevnt telehiv vurderes ^c	1,8
g/s-veger					
Alle trafikk- grupper		Stiv	T3, T4	F ₁₀	2,4

^a Fleksibel: Bituminøse materialer i dekke og bærelag. Stiv: Betong/belegningsstein i bærelag og/eller dekke.

^b Begrepet «maksimal» betyr i denne sammenheng at den angitte tykkelse normalt er tilstrekkelig til å unngå uakseptable telehiv selv om frostdybden er større. Dette forutsetter at materialene i frostsikringslaget tilfredsstiller kravene i [kapittel 4.5](#).

^c Tiltak for å unngå ujevnt telehiv baseres på frostmengden F₁₀

1.2 Hvorfor regne telehiv

Det er flere grunner til å beregne telehivets størrelse:

- I kalde strøk der frosten i dimensjonerende tilfelle trenger dypere enn maks. overbygningstykkelse (1,8-2,4 m), vet vi ikke i dag hva telehivet blir.
- Telehivet fra frostsikringsmaterialene er også usikkert – disse kan være T2-materialer.
- Hvis vi vil utnytte mer finkornholdige materialer i vegoverbygninga må vi også kjenne telehivegenskapene til disse.
- Telehiv berører kjørekomfort og sikkerhet, og det antas at dette blir viktigere i framtida – både fordi slike krav kan tenkes å bli skjerpet og fordi kjørehastigheten økes
- Verden rundt oss beregner telehiv – Sverige, Finland, Canada – og bruker dette i dimensjoneringsammenheng

1.3 Avgrensinger

En faglig vurdering kan gjøres for å forutsi variasjonene og sette krav til telehivets størrelse. Grunnforholdene må i så fall kartlegges i detalj, og variasjonene beregnes deretter. Dette er svært vanskelig og arbeidskrevende. Andre avgrensninger:

- Temperatur på dekkeoverflata og frostmengde er basert på kun lufttemperatur
- Bidrag fra konveksjon og stråling er ikke inkludert, kun varmeledning

2 Grunnlag for varmeledning, faseoverganger og telehiv

2.1 Fouriers lov – temperaturgradienten

Fouriers lov beskriver sammenhengen mellom varmestrømmen, q , og temperaturgradienten dT/dz . Loven uttrykkes som:

$$q = -k \cdot \frac{dT}{dz} \quad (\text{Likn. 1})$$

Her representerer k varmeledningskoeffisienten (termisk konduktivitet) med enheten [W/mK]. Loven fastslår at varmestrømmen beveger seg fra områder med høyere temperatur til områder med lavere temperatur, det vil si i retning av negativ temperaturgradient.

Under konstante forhold, dvs. med konstante temperaturforskjeller, konstant varmeledningskoeffisient og uten faseoverganger, vil en energiberegning kunne beskrives ved bruk av Fouriers lov. Det er da heller ikke regnet med konveksjons- eller strålingsbidrag eksternt eller internt. Temperaturen i en konstruksjon er da entydig gitt ved stedskoordinaten til det stedet som er av interesse, f.eks. gitt som dybde z , dvs. $T = T(z)$.

Selv under variable forhold er varmestrømmen en nøkkelparameter, da den kan inngå i likninger som beskriver energibalanse og varmebevaring. Temperaturgradienten er også viktig i beregninger av telehiv i vegkonstruksjoner.

2.2 Den transiente varmelikninga med et par av de analytiske løsningene

Dersom forholdene ikke er konstante, det vil si at temperaturen varierer over tid, er det ikke tilstrekkelig å bruke kun Fouriers lov for å beregne temperaturfordelingen i konstruksjonen. I slike tilfeller vil temperaturen være en funksjon både av sted og tid, og beskrives som $T(z, t)$. Uten å gå i detalj på utledningen kan det vises at den resulterende varmestrømslikningen er:

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot \frac{d^2T}{dz^2} \quad (\text{Likn. 2})$$

der α er termisk diffusivitet [m²/s].

Den termiske diffusiviteten er satt sammen på følgende måte:

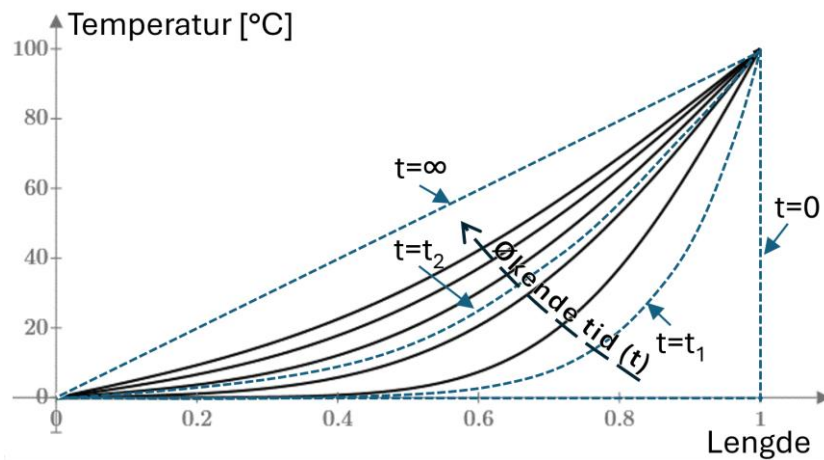
$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c} \quad (\text{Likn. 3})$$

der k er varmeledningskoeffisienten, ρ er tyngdetettheten [kg/m³] og c er spesifikk varmekapasitet [J/(kg·K)].

Vi ser av varmestrømslikninga (likn. 2) at endringa av temperaturen med tida er proporsjonal med den andrederiverte (krumninga¹) til temperaturprofilen. Dvs. jo mer temperaturprofilen

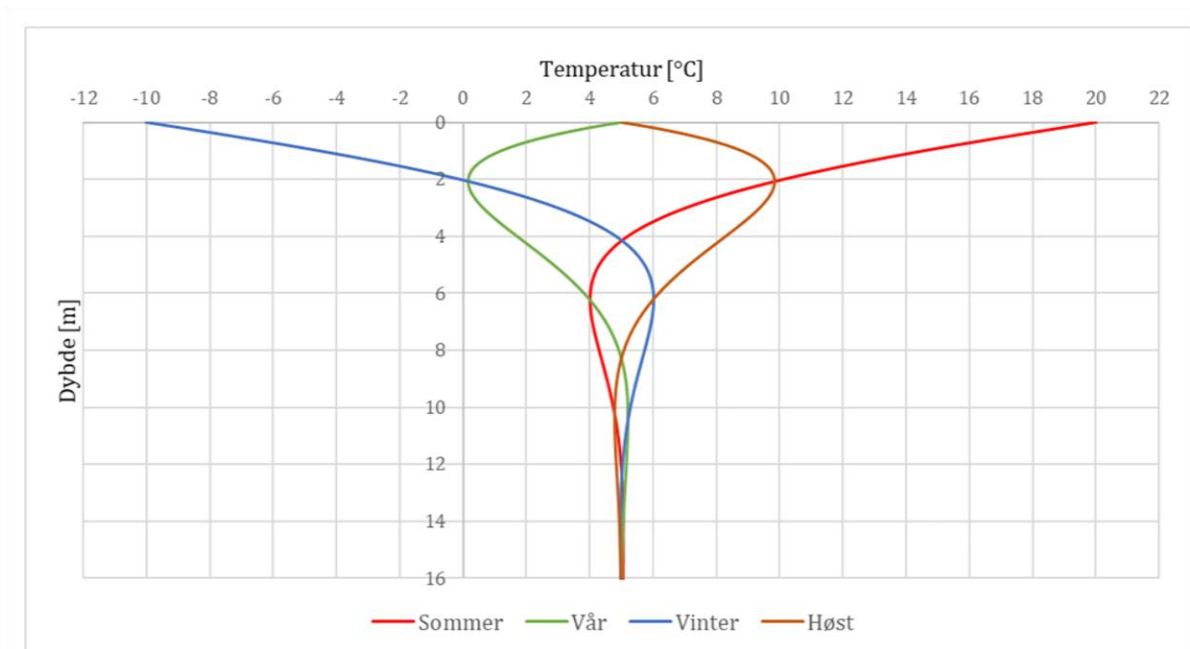
¹ Den andrederiverte er ikke matematisk lik krumning, men kan forstås som et mål på krumning.

avviker fra et lineært forløp, jo hurtigere endrer temperaturen seg. Dette kan illustreres med temperaturutviklingen over tid i en éndimensjonal stav der temperaturen plutselig endres fra 0 til 100 grader i den ene enden, som vist i Figur 1.



Figur 1 Temperaturfordeling over tid i en stav. Fast tidsforskjell mellom hver buet linje. Rett linje er temperaturen etter «uendelig tid».

En annen og vel så interessant problemstilling for vegbygging er hvordan temperaturen fordeler seg nedover i vegen gjennom årstidene. Antar vi konstant termisk diffusivitet, konstant jordtemperatur i dypet (tilnærmet lik årsmiddeltemperaturen i luft) og sinusfordelt overflatetemperatur gjennom året, får vi temperaturfordelinger som i Figur 2



Figur 2 Forenklet temperaturfordeling i et jordprofil gjennom året. Termisk diffusivitet satt til 0,06 m²/d, temperatur i dybden 5 °C og temperaturamplitude 15 °C.

Det er viktig å understreke at temperaturfordelingene vist i Figur 2 er idealiserte. Beregningene tar ikke hensyn til lagdeling med ulike termiske egenskaper, variasjoner i vanninnhold, eller avvik fra den antatte sinusformede temperaturfordelingen gjennom året. For tørre forhold kan

Figur 2 likevel gi en indikasjon på temperaturutviklingen, med unntak av de øverste lagene, hvor temperaturen vil vise større variasjoner.

2.3 Latent varme og faseoverganger

Latent varme er knyttet til faseoverganger, dvs. fra gassform til væskeform og fra væskeform til fast form. I disse overgangene frigis varme. Omvendt kreves det tilført varme f.eks. i overgangen fra fast form til væske. I termodynamikken regnes det at det er like mye varme involvert i faseovergangene begge veger.

Slike faseoverganger forekommer i ulike fagfelt som geologi (magma), vegbygging (vann), metallurgi, sveiseteknikk, romfart (varmeskjold) og næringsmiddelindustri (fryseprosesser). I vegkonstruksjoner spiller den latente varmen, også kalt frysevarmen, fra vann en viktig rolle i varmeregnskapet. For vann er volumetrisk frysevarme $L_w = 334 \text{ MJ/m}^3 =$ eller 93 kWh/m^3 . For et granulært vegbyggingsmateriale er den volumetriske latente varmen

$$L = L_w \cdot \frac{n}{100} \cdot \frac{S_r}{100} = L_w \cdot \frac{w}{100} \cdot \frac{\rho_d}{\rho_w} \quad (\text{Likn. 4})$$

der L_w er volumetrisk frysevarme for vann ($= 93 \text{ kWh/m}^3$), n er porøsitet [%], S_r er metningsgrad [%], w er vanninnhold [%], ρ_d er tørrdensitet [kg/m^3], ρ_w er vannets densitet [kg/m^3] ($\approx 1000 \text{ kg/m}^3$).

Frysevarmen utgjør ofte det største bidraget til varmestrømmen, og overgår vanligvis bidraget fra nedkjølingen av jordmassene, spesielt i masser med et betydelig vanninnhold. På grunn av dette store bidraget fra frysevarmen påvirkes også temperaturfordelingen i jordprofilen merkbart.

2.4 Stefans problem

Fryseprosessen i jord kan beskrives som en variant av Stefans problem [2], hvor en faseovergang skjer ved en vandrende frostfront som frigjør betydelige mengder energi. Dette gjør problemet matematisk komplekst, og det finnes få analytiske løsninger.

Likevel kan fysikken bak forklares relativt enkelt, slik det er illustrert i Figur 3 for et éndimensjonalt tilfelle. Når en i utgangspunktet ufrosset vegkonstruksjon utsettes for lave overflatetemperaturer, begynner nedkjølingen, og fryseprosessen starter når frysepunktet nås. Energien som frigjøres fra nedkjølingen og faseovergangen under frysing, må strømme ut av konstruksjonen i tråd med Fouriers lov (likn. 1), og beveger seg mot lavere temperaturer, vanligvis mot overflaten.

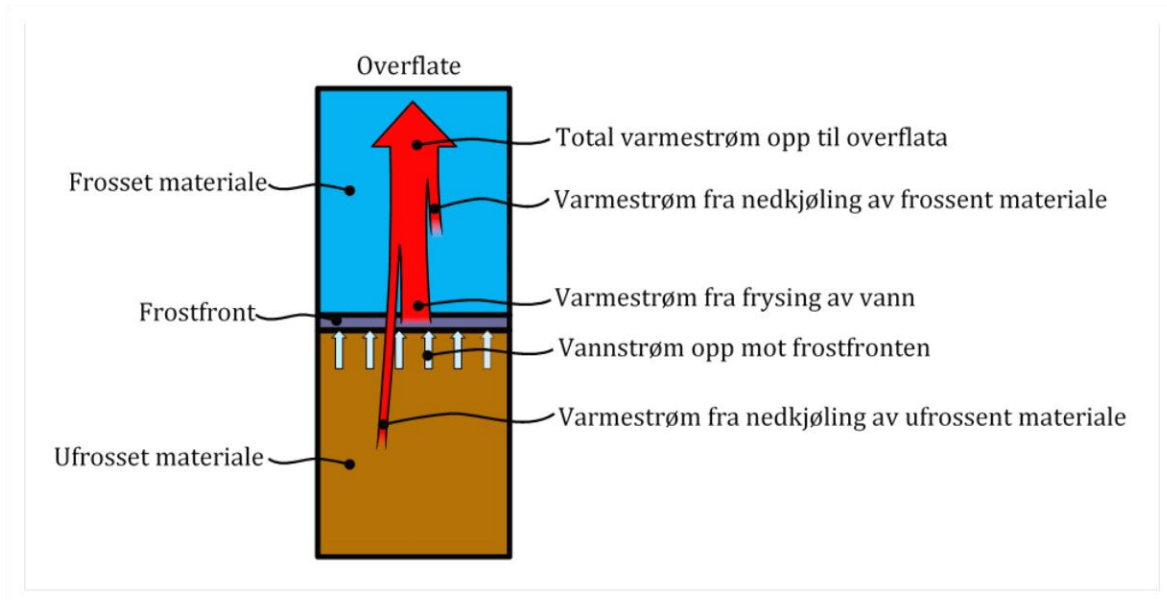
Frostfronten vil trenge dypere ned i konstruksjonen dersom de lave overflatetemperaturene vedvarer og det ikke tilføres tilstrekkelig varme fra undersiden. Nedkjølingen genererer flere varmebidrag:

1. Fra det ennå ufrosne, men nedkjølte materialet under frostfronten.
2. Fra faseovergangen under frysing.
3. Fra videre nedkjøling av allerede frosne områder.

Summen av disse varmebidragene strømmer mot overflaten. Den frosne sonen i konstruksjonen vil gradvis vokse nedover, og skillet mellom den frosne og ufrosne delen defineres som frostfronten. Dette er kjernen i det klassiske Stefans problem.

I vegkonstruksjoner er det kun vanninnholdet som bidrar til den latente varmen, i motsetning til for eksempel en metallsmelte der alt materialet deltar i faseovergangen.

Problemet blir ytterligere komplisert i vegkonstruksjoner fordi vann kan strømme opp mot frostfronten. Dette oppstrømmende vannet er ofte den største årsaken til telehiv. I tillegg frakter vannet varme oppover fra de varmere lagene under konstruksjonen. Denne konvektive varmeeffekten fra strømmende vann neglisjeres vanligvis i beregninger, og den blir heller ikke inkludert i vår modell.



Figur 3 Overordnet beskrivelse av fryseprosessen i jord (Stefans problem)

Det kan settes opp likninger som styrer denne fryseprosessen. Siden det som regel er ulik termisk diffusivitet mellom det frosne og det ufrosne materialet, vil vi ha to forskjellige varmemestrømslikninger.

Posisjonen til frostfronten med tanke på tid t regnet fra overflata, $z = 0$, settes til $s(t)$.

For den frosne delen, $0 < z < s(t)$:

$$\frac{dT_f}{dt} = \alpha_f \cdot \frac{d^2 T_f}{dz^2} \quad (\text{Likn. 5})$$

der T_f og α_f er hhv. temperatur og termisk diffusivitet i den frosne delen.

For den ufrosne delen, $s(t) < z < \infty$:

$$\frac{dT_u}{dt} = \alpha_t \cdot \frac{d^2 T_u}{dz^2} \quad (\text{Likn. 6})$$

der T_u og α_t er hhv. temperatur og termiske diffusivitet i den ufrosne delen.

Ved frysefronten gjelder Stefans betingelse:

$$\begin{aligned} &\text{Varmestrøm rett over frysefronten} - \text{Varmestrøm rett under frysefronten} \\ &= \text{Latent varme fra frysing av materialet (i praksis vann)} \end{aligned}$$

På mer matematisk form:

$$k_f \cdot \frac{dT_f}{dz} - k_u \cdot \frac{dT_u}{dz} = \rho \cdot L \cdot \frac{ds}{dt} \quad (\text{Likn. 7})$$

der k_f og k_u er varmeledningsevnen for hhv. frossent og ufrossent materiale, ρ er densitet og L er latent varme for materialet.

(Likn. 7) må modifiseres noe slik at vi kan regne med separate bidrag for latent varme både fra det vannet som er i materialet før frysing og fra det vannet som trekkes opp til frysefronten.

Ut fra likning (Likn. 7) ser vi at differansen i varmestrøm over frysefronten kan tilskrives det som skjer ved selve frysefronten, nemlig i form av latent varme. Alternativt kan man se det som at varmestrømmen i overkant av frysefronten er summen av varmestrømmen under frysefronten og den latente varmen fra frysefronten; se Figur 3.

Det er her stilltiende antatt at frysefronten er en skarp grense der «alt skjer» uten at det tar noe plass. I virkeligheten vil det være en sone på noen mm eller cm, på engelsk gjerne kalt «mushy zone», der faseovergangen skjer. Siden energiregnskapet uansett må være oppfylt, har betraktningsmåten her mindre å si for våre formål.

I en konkret problemstilling ønsker vi å bestemme temperaturfordelingen, T , som en funksjon av dybde, z , og tid, t , dvs. $T(z, t)$. For å løse dette må vi ta hensyn til grensebetingelser og initialbetingelser, som kan oppsummeres slik:

1. Initialbetingelse: Temperaturfordelingen ved $t=0$, altså $T(z,0)$, må være kjent;
($T(z, 0) = g(z)$)
2. Grensebetingelser:
 - Ved overflaten ($z=0$) må temperaturvariasjon over året være kjent;
($T(0, t) = f(t)$)
 - Fryse/tinetemperatur for vann ($=0^\circ\text{C}$), ($T(s(t), t) = 0$)
 - I større dybde ($z \rightarrow \infty$) eller ved en definert dybde må en passende betingelse fastsettes, for eksempel en konstant temperatur (ofte satt lik årsmiddeltemperatur i luft); ($T(\infty, t) = T_m$)

I tillegg til dette, må det tas hensyn til lagdeling der hvert materiale har sine egne termiske egenskaper inkl. vanninnhold.

Dersom hele dette problemkomplekset skal løses er man i praksis henvist til numeriske løsningsmetoder. Det er likevel mulig å oppnå nokså gode løsninger ved å forenkle problemstillingen en del, noe som de eksisterende løsningsmetodene er eksempler på.

3 Telehiv

Den fysiske forklaringen på telehivet vil ikke bli gått nærmere inn på her – vi skal bare konsentrere oss om at det skjer, og om hva som er grunnlaget for å beregningene av telehiv.

Vann som strømmer opp til telefronten fra ufrosne, underliggende lag har tradisjonelt vært ansett å være årsaken til telehivet. Vann som var til stede i materialet selv før frosten trenger ned har blitt ansett å kunne gi et lite bidrag – da ut fra mengde og volumutvidelse ved frysing «på stedet». Men det kan også være grunn til å tro at dette vannet, som i utgangspunktet betraktes som stasjonært, også kan vandre til frostfronten dersom betingelsene ellers er til stede.

3.1 Litt om teleforsøk

Det finnes flere forskjellige kriterier for å bestemme et materiales telefarlighet, men denne klassifiseringen angir kun muligheten for og graden av telehiv. Telefarlighetsklassifiseringen sier ingenting om størrelsen på telehivet.

I Norge gjøres klassifiseringen basert på materialets kornfordeling. Andre klassifiseringssystemer tar også hensyn til mineralsammensetning og/eller plastisitetsindeks i tillegg til kornfordelingen.

3.1.1 Telehivsforsøk CRREL

Cold Region Research and Engineering Laboratory (CRREL) har på grunnlag av måling av telehiv i laboratorium på forskjellige materialer kommet frem til et diagram som viser sammenhengen mellom prosentandelen materiale mindre enn 0,02 mm og telehivhastigheten. Denne er illustrert i Figur 4 og materialbetegnelse for USC-systemet er benyttet.

Telefarligheten er klassifisert etter antall millimeter telehiv pr. døgn etter følgende kriterium:

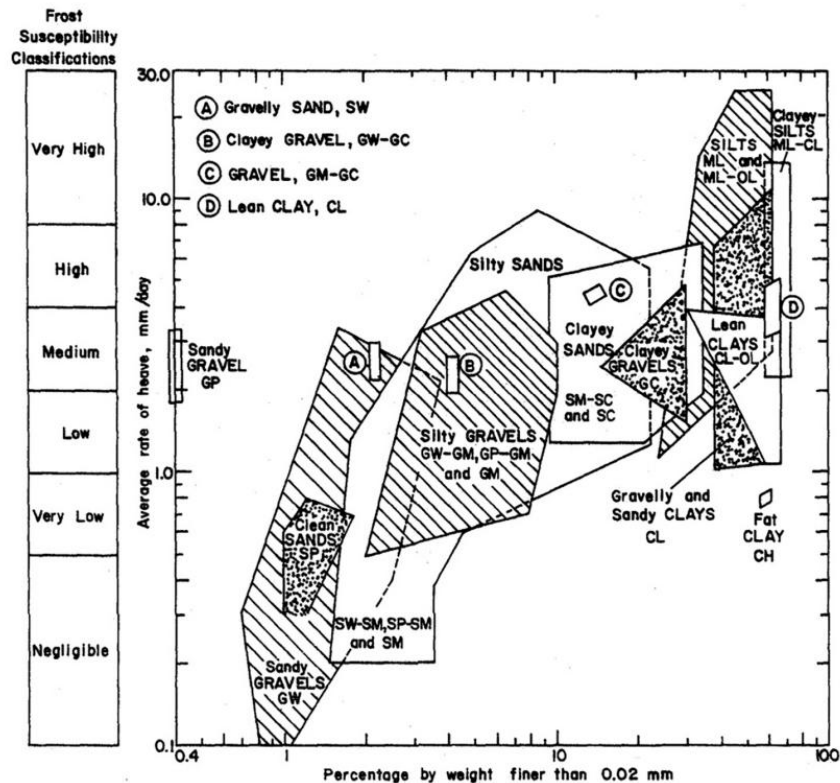
Tabell 3 Telefarlighet ut fra midlere telehivhastighet

Midlere telehivhastighet		Teleskytende evne
mm/døgn	mm/s • 10 ⁻⁶	
0,0 - 0,5	0,0 - 5,8	Neglisjerbar
0,5 - 1,0	5,8 - 11,6	Svært liten
1,0 - 2,0	11,6 - 23,1	Liten
2,0 - 4,0	23,1 - 46,3	Middels
4,0 - 8,0	46,3 - 92,6	Stor
> 8,0	> 92,6	Svært stor

I telehiv-forsøket er sylindriske prøver med høyde 152,4 mm og diameter 108,6 mm benyttet. Prøven har en konstant temperatur i bunn på 3°C og ei overflatelast på 3,4 kN/m². Temperaturen på overflaten er slik at en har tilstrebet konstant telenedtregning fra 6 til 13 mm/døgn. Dette medfører at temperaturen gradvis reduseres etter hvert som frysefronten trenger lengre ned.

Figur 4 viser telehiv og telefarlighet ulike materialer som funksjon av prosentandelen materialer < 0,02 mm. Variasjonene i figuren viser tydelig at finstoffinnholdet ikke nødvendigvis gir svar på

hvor stort telehiv et materiale vil gi under bestemte forhold, men at det vil være nødvendig med bestemmelse av telehivegenskapene i laboratorium.

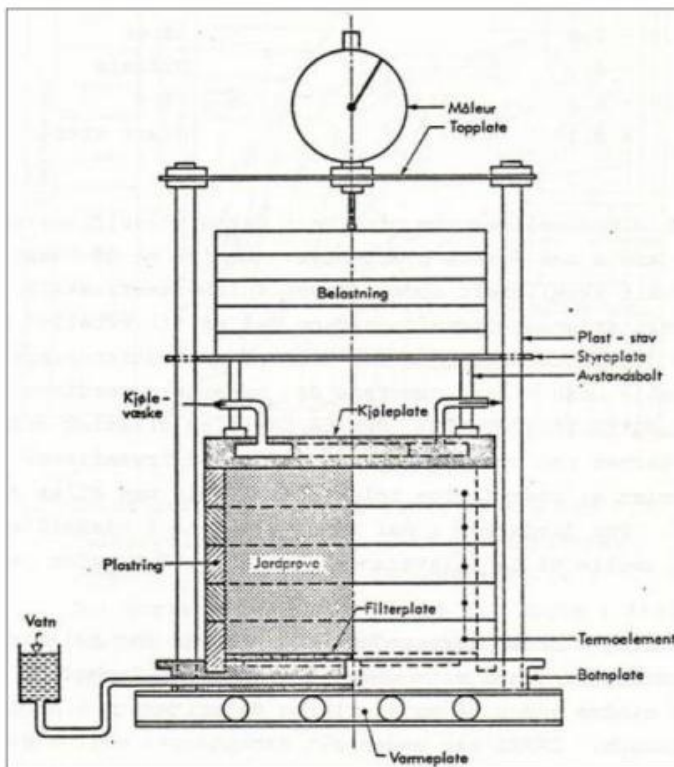


Figur 4 Sammenheng mellom finstoffinnhold og telefarlighet (U.S. Army Corps of Engineers, 1984).

3.1.2 Telehivsforsøk NTNU/Sintef

Forsøket måler telefarligheten til en jordprøve direkte, ved å tilrettelegge ytre forhold for dannelse av islinser i prøven. Fremgangsmåten for dette telehivsforsøket er utviklet etter forsøks-prosedyren ved CRREL, men har noen praktiske modifikasjoner.

Jordprøven som skal undersøkes, plasseres og kompakteres til 100 % Standard Proctor i en frostcelle som er skissert i Figur 5.



Figur 5 Skisse av telehivsforsøk

Jordprøven får tilgang på vann i prøvens bunn, som tilsvarer grunnvannstand i prøvens underkant, og hvor temperaturen holdes konstant ved hjelp av en varmeplate på 1 °C. På prøvens overflate settes en kjøleplate med temperaturen -4 °C. Dermed vil frysefronten befinne seg et sted midt i prøven. Prøven kjøres i 4 døgn.

CRREL-metoden forutsetter konstant hastighet på frostnedtrengning, og varigheten av forsøket vil normalt bli 100-300 timer. Andre forskjeller er vist i Tabell 4. [3]

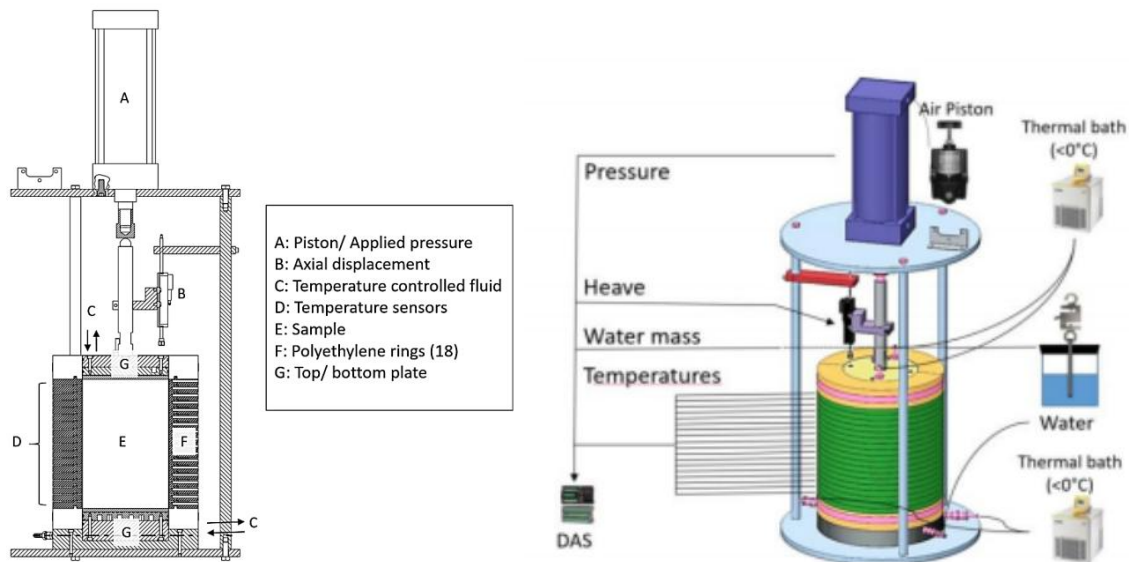
Tabell 4 Forskjeller testmetode CRREL og NTNU/SINTEF [3]

Forsøksbetingelser						
Forsøksmetode	Prøvehøyde [cm]	Diameter [cm]	Varighet [timer]	Temp. topp [°C]	Temp. bunn [°C]	Overflatelast [kPa]
CRREL	15,24	10,88	100-300	* ¹⁶	3	3,5 ¹⁷
Forsøk NTNU/SINTEF	10,00	14,30	96	-4	1	3,7 (lodd: cirka 6 kg)

Overflaten gis en belastning (3,7 kPa) og telehivet måles vha. et måleur som vist i skissen. Størrelsen på målt telehiv avgjør telefarligheten til materialet.

3.1.3 Telehivsforsøk i Canada og Norge

En multiring-celle for å måle telehiv er utviklet ved Laval University i Canada og benyttet ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU) i forskningsarbeid. Oppsettet for telehivscellen er vist i Figur 6.



Figur 6 Testcelle for bestemmelse av telehiv. (Laval University.) [6]

Telehivscellen er konstruert med 18 ringer laget av høytetthets polyetylen, hver med en diameter på 150 mm. Den kan romme prøvehøyder opptil 200 mm, eller 225 mm når *gummispacere* benyttes mellom ringene. Hver ring er utstyrt med en termistor med en nøyaktighet på 0,1 °C. Termistorspissene er festet med epoksy på utsiden av prøveveggen, og temperatur måles med intervaller på 11,1 mm. For å minimere radial varmeoverføring er cellen isolert under testen. Den 50 mm tykke veggen er tilstrekkelig stiv til å motstå radiale trykk under isdannelse. Prøven plasseres mellom to kjøleplater der temperaturen styres av to kryostatenheter. Under en 24-timers kondisjoneringsfase strømmer vann fritt gjennom prøven, med vannstanden plassert 3–4 cm over toppen av prøven. Før frysefasen senkes vannstanden til ca. 0,5–1 cm over bunnplaten. En Marriotte-flaske, en glassbeholder med en kork og en glasstube, brukes for å opprettholde konstant trykkehøyde slik at vann kun strømmer ved kryosuging.

Heving måles med et potensiometer som har en presisjon på 0,01 mm.

Prøven kondisjoneres ved 2 °C før fryseprosessen starter. Frysing påføres fra toppen, med en måltemperatur på -4 °C. Prøvene fryses i en periode på 96 timer. Alle data, inkludert 18 temperaturmålinger, heving og vannmasse, registreres med faste tidsintervaller ved hjelp av et datainnsamlingssystem.

Posisjonene til ringene under testen måles ved hjelp av gradmarkeringer på rammen. Dette muliggjør justering av termistorhøyden i forhold til tiden, noe som er nødvendig for beregning av segregasjonspotensial.

I tillegg finnes det tester for å bestemme parametere som er nødvendige for beregning av temperaturfordeling over tid og sted, samt for vannbevegelse ved frysing:

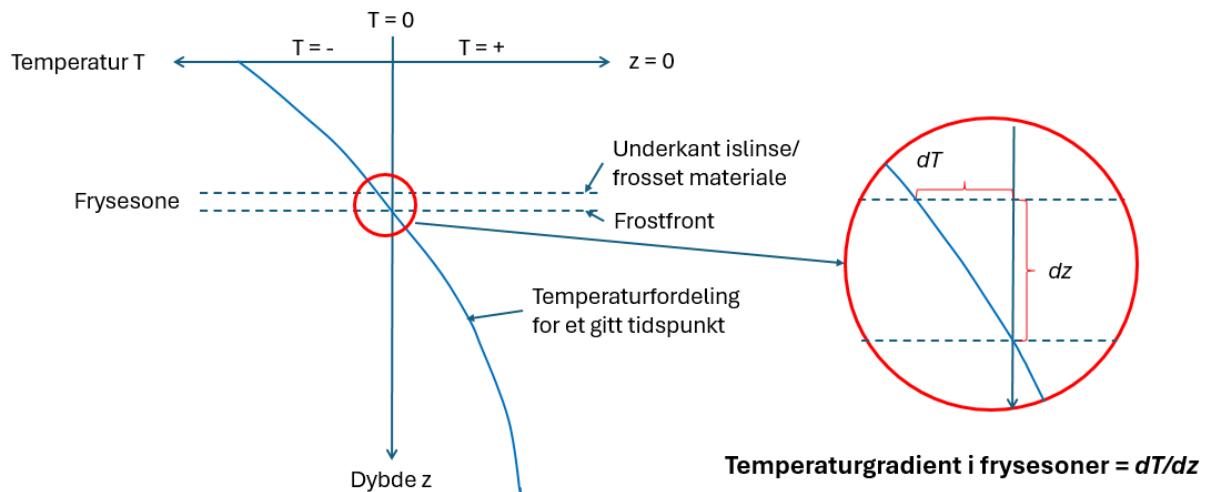
- Test for termisk diffusivitet
- Permeabilitetstest (for vurdering av vannbevegelse)

3.2 Segregasjonspotensialet, SP (Konrad and Morgenstern)

Segregasjonspotensialet (SP) i jord refererer til jordens evne til å utvikle telehiv som et resultat av fryseprosessen, hvor vann i jorden fryser og forårsaker heving.

Segregasjonspotensialet benyttes i VegDim for beregning av telehiv.

Bakgrunnen for segregasjonspotensialet ble først grundig beskrevet av Konrad og Morgenstern i deres arbeid på 1980- og 1990-tallet. I deres studie (Konrad & Morgenstern, 1981, 1983) introduserte de begrepet *segregasjon* som en mekanisme for telehiv. De beskrev hvordan fryseprosessen i jord kan føre til en vertikal bevegelse av vann mot frysefronten, og fant at mengde vann som strømmer til frysesonen er avhengig av materialet og temperaturgradienten i frysesonen. Temperaturgradienten vil varere over tid og er illustrert for et gitt tidspunkt i Figur 7.



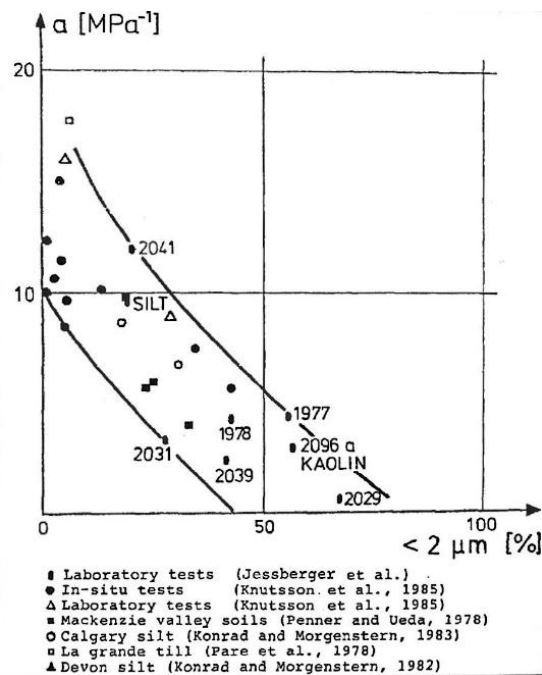
Figur 7 Temperaturgradient i frysesonen

Segregasjonspotensialet er definert som forholdet mellom tilstrømningshastighet for vann og temperaturgradienten i frysesonen på et gitt tidspunkt:

$$SP = \frac{\text{tilstrømningshastighet for vann}}{\text{temperaturgradient i frysesonen}} = \frac{v(t)}{\text{grad } T_f(t)} \quad (\text{Likn. 8})$$

Med tilstrømningshastighet for vann menes den gjennomsnittlige hastigheten over et gitt areal, og ikke den faktiske strømmehastigheten i de enkelte porene.

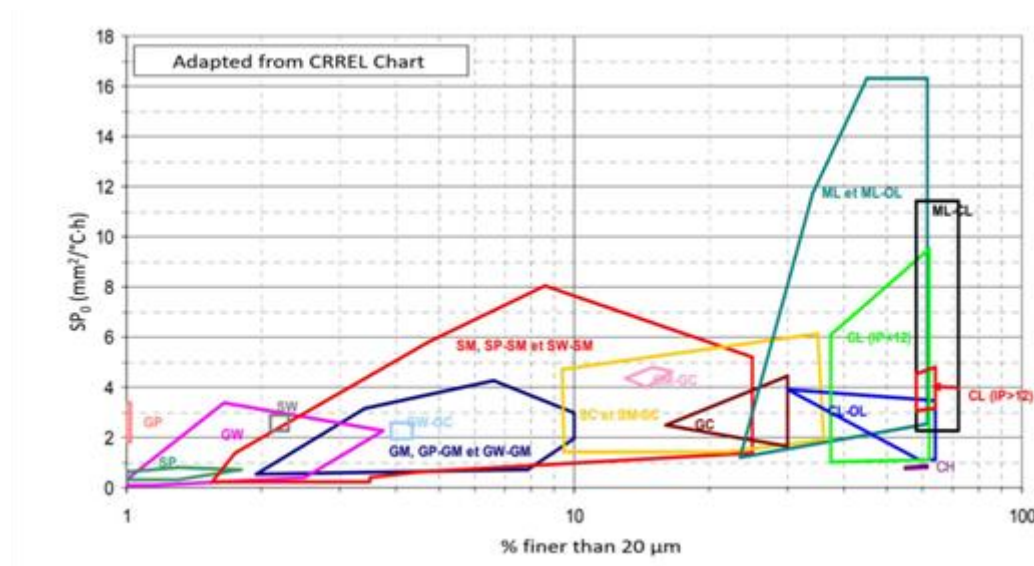
Segregasjonspotensialet påvirkes primært av jordartens sammensetning og innholdet av finkornede partikler. Sammenhengen mellom andelen leir og segregasjonspotensial er vist i Figur 8.



Figur 8 Leirinnholdets påvirkning av segregasjonspotensialet [10]

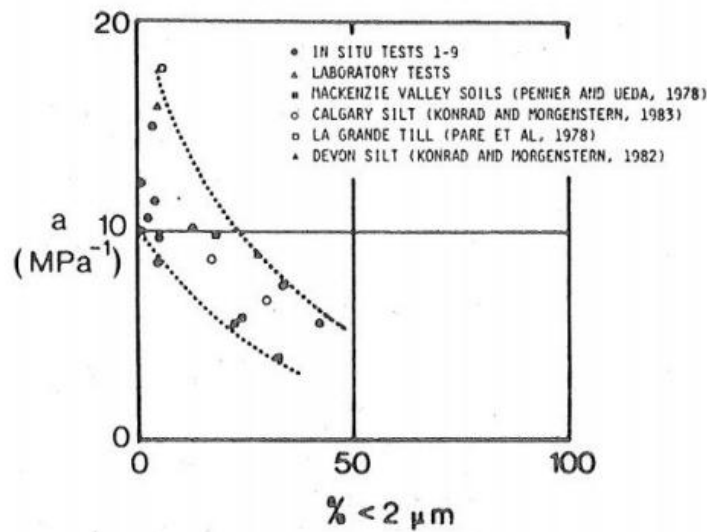
Figuren viser at det ikke er en entydig sammenheng mellom finstoffinnholdet og segregasjonspotensialet. Andre faktorer, som mineralinnhold og materialets fysiske og kjemiske egenskaper, spiller også en betydelig rolle for jordartens telehivsegenskaper.

Figur 9 illustrerer hvordan andelen materialer mindre enn 20 μm påvirker segregasjonspotensialet. Se også figur 4 som viser det samme, men hvor skalaen for SP_0 er logaritmisk.



Figur 9 SP_0 som funksjon av materiale <0,02 mm [7]

Segregasjonspotensialet er også avhengig av overlagingstrykket, det vil si dybden på frostfronten. Denne sammenhengen avhenger blant annet av mengden av materialer mindre enn 2 µm og vist i Figur 10.



Figur 10 Følsomhet for overlagingstrykkparameteren 'a' som funksjon av % leirpartikler [10]

Segregasjonspotensialet beregnes med formelen:

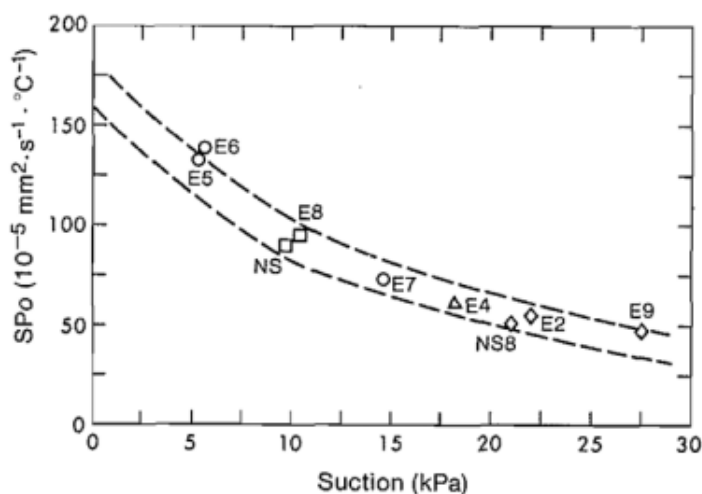
$$SP = SP_0 \cdot e^{-a\sigma_v}$$

SP_0 – segresjonspotensiale uten overlagingstrykk

σ_v – overlagingstrykk

a – parameter (fra figur 10)

Avstanden fra frysesonen og ned til grunnvannsnivå og dermed poresuget, vil også ha betydning for segregasjonspotensialet. Desto større avstand det er til grunnvannsnivå desto mindre blir segregasjonspotensialet. Et eksempel på dette er vist i Figur 11.



Figur 11 Eksempel på hvordan poresug ved frostfronten påvirker en silt (Devon silt) [9]

Frostmodellene i VegDim og ERAPave PP tar ikke hensyn til poresug ved frysefronten. Likevel viser denne sammenhengen at dreneringstiltak som senker grunnvannsnivået, også reduserer vanntilførselen til fryseseonen. Dette bidrar til å begrense telehiv og forbedrer samtidig bæreevnen i teleløsningen.

3.2.1 Størrelsen på segregasjonspotensiale

I Canada (Quebec) benyttes segregasjonspotensialet for klassifisering av materialets telefarlighet og fremgår av tabellen under. Tallene baserer seg på laboratorieundersøkelse.

Tabell 5 Telefarlighet ut fra segregasjonspotensiale, telehivshastighet og prosentvis økning (lab. forsøk) [6]

frost-susceptibility	SP		Frost heave rate	Frost heave ratio
	$\text{mm}^2/^\circ\text{C}\cdot\text{h}$	$\text{mm}^2/^\circ\text{C}\cdot\text{d}$	mm/d	$\Delta h/h_{\text{frozen}} (\%)$
Negligible	< 0.5	< 12	< 0.5	< 1
Low	0.5 - 1.5	12 - 35	0.5 - 2	1 - 4
Medium	1.5 - 3	35 - 75	2 - 4	4 - 8
High	3 - 8	75 - 200	4 - 8	8 - 20
Very high	> 8	> 200	> 8	> 20

Dersom materialprøven har mindre enn 12 % materiale mindre enn 20 μm , sier de norske vegnormalene at materialet er middels telefarlig. Ifølge Figur 9 vil materialer med dette finstoffinnholdet kunne ha et segregasjonspotensial på opptil 8 $\text{mm}^2/^\circ\text{C}\cdot\text{h}$ og vil etter de Canadiske reglene ha høy, og på grensen til svært høy, telefarlighet.

3.2.2 Bestemmelse av størrelsen av segregasjonspotensialet

Størrelsen av et materiales segregasjonspotensial (SP_0) kan fastslås gjennom ulike metoder:

1. Laboratorieforsøk

Telehivsforsøkene, som beskrevet i kapittel 3.2, gir direkte og nøyaktige målinger av SP_0 . Slike tester er imidlertid både tidkrevende og ressurskrevende.

2. Feltnmålinger

En mer praktisk og kostnadseffektiv metode for eksisterende veier, er å måle dybden på telelaget og registrere faktisk telehiv in situ. Denne tilnærmingen gir verdifull erfaring med ulike materials oppførsel i felt, og kan danne grunnlag for frostdimensjonering av nye vegprosjekter.

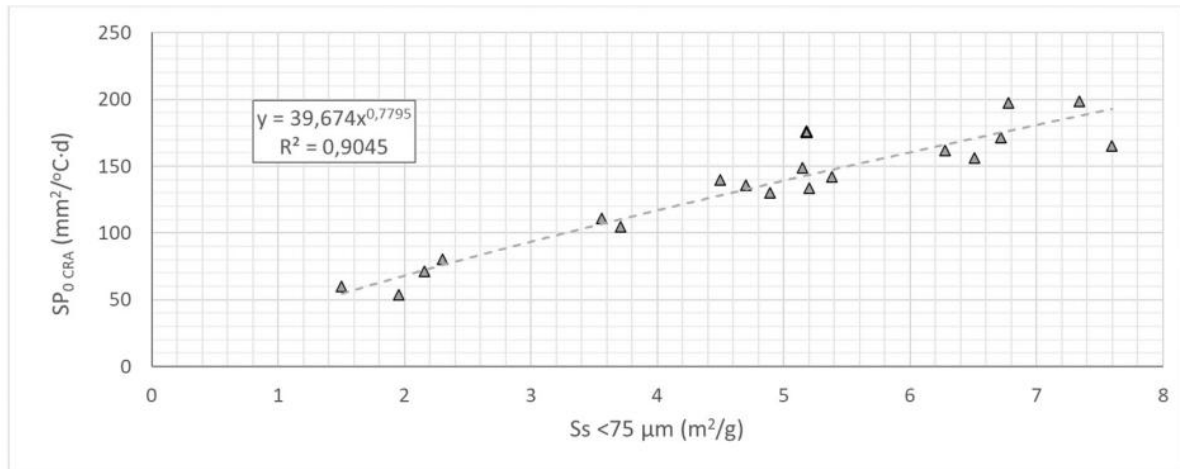
3. Empiriske korrelasjoner

Et alternativ til direkte målinger er bruk av empiriske sammenhenger basert på laboratedata. En slik korrelasjon ble foreslått av Konrad (2005), og bygger på standard karakteriseringstester i kombinasjon med analyser av finstoffenes egenskaper, inkludert:

- Kornfordeling
- Flytegrense (w_L)
- Spesifikk overflate, bestemt ved hjelp av metylblåttest

I sitt doktorgradsarbeid ved NTNU (2021) [6] undersøkte Benoit Loranger sammenhengen mellom spesifikk overflate for knust bergmateriale (fraksjon < 75 μm) og materialets segregasjonspotensial. Denne sammenhengen er vist i Figur 12.

Prøvene er tatt i fra norske pukkverk, og resultatene gjelder derfor kun for denne typen materiale. De kan ikke uten videre overføres til naturlige, uknuste masser som sand, silt eller leire.



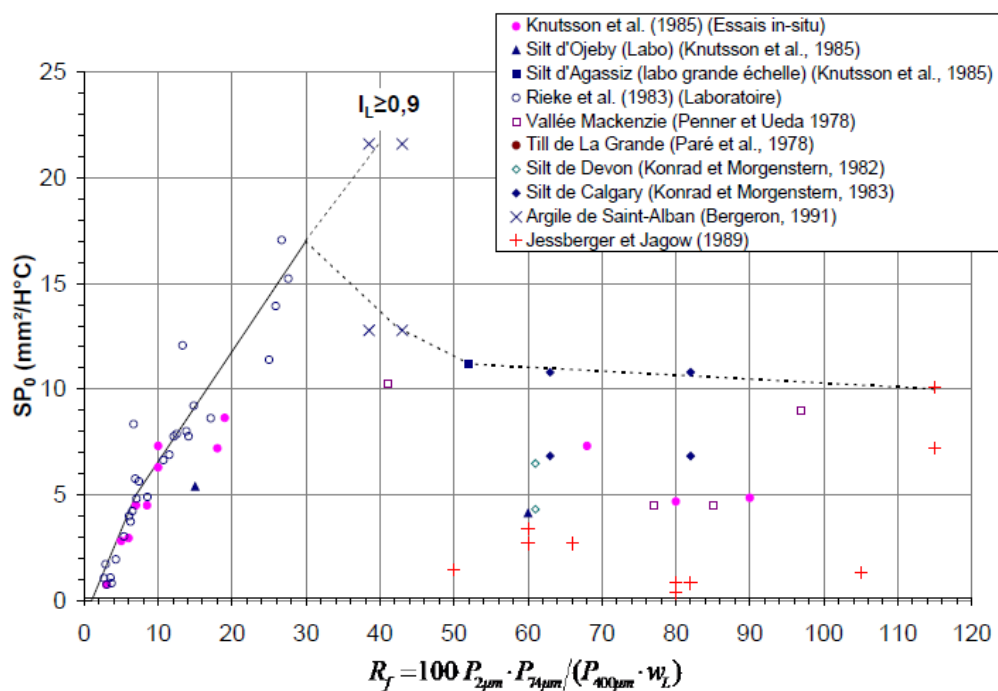
Figur 12 Sammenhengen mellom SP0lab og spesifikt overflateareal for fraksjonen < 75µm, for norsk knust berg. [6]

Der metylenblått-testen ikke er tilgjengelig, er det påvist en sammenheng mellom kornfordelingsparametere, flytegrense og segregasjonspotensialet. Disse parameterne kombineres i en såkalt finhetsfaktor, R_f , som beregnes etter følgende formel:

$$R_f = \frac{(\% < 2 \mu\text{m}) \cdot (\% < 74 \mu\text{m}) \cdot 100}{(\% < 400 \mu\text{m}) \cdot w_L}$$

Her er w_L er flytegrensen.

Sammenhengen mellom segregasjonspotensialet og finhetsfaktoren R_f er vist i Figur 13. Sammenhengen gjelder kun der finhetsfaktoren er mindre enn 30.



Figur 13 Indirekte estimering av segregasjonspotensialet (etter Rieke m.fl., 1983 og Knutsson m.fl., 1985)

Erfaring fra Canada viser at SP_0 -verdiene oppnådd i laboratorium ofte er høyere enn de som måles i felt. Konrad og Roy (1999) forklarer hvordan SP_0 synker over grunnvannsnivået som følge av kapillær oppstigning og ikke-mettede forhold. Brukeren må velge passende SP_0 -verdier, som tar hensyn til disse effektene (se eksemplet i Figur 11).

3.3 Overflateeffekter – konveksjon og stråling

Det har til nå i prosjektet ikke blitt sett noe særlig på konveksjon og stråling som termiske effekter på dekkeoverflata.

Konveksjon vil i praksis være forbundet med vind – som kan ses på som en form for tvungen konveksjon. Naturlig konveksjon, som kommer fra oppdriftseffekter, kan muligvis oppstå i dype skjæringer og er også virksom i tunneler i stigning i form av skorsteinseffekten.

Varmeoverføring ved konveksjon regnes gjerne proporsjonal med temperaturdifferansen mellom overflate og omgivelser:

$$q_c = h_c \cdot (T_s - T_a) \quad (\text{Likn. 9})$$

der q_c er varmestrøm pr. arealenhet [W/m^2], h_c er konveksjonskoeffisient [$W/(m^2K)$], T_s er overflatetemperatur [$^{\circ}C$] og T_a er omgivelsestemperatur [$^{\circ}C$].

Konveksjonskoeffisienten (h_c) vil være avhengig av vindhastigheten. Jo mer vind, jo mer effektiv varmeoverføring og jo mer like vil overflatetemperaturen og omgivelsestemperaturen være. I vindutsatte strøk vil det derfor være mindre behov for å ta særskilt hensyn til dekketemperaturen med henblikk på konveksjonen siden dekketemperaturen i større grad følger lufttemperaturen (som er den som er mest vanlig å måle).

Tabellen under viser midlere konvektiv varmeovergangskoeffisient (konveksjonskoeffisient) for flater på mark.

	Tilstand	$h_c, \text{W/m}^2\cdot\text{K}$
$T_s > T_a$	Ustabil	14 - 12
$T_s < T_a$	Stabil	9 - 7

Ustabil temperatur-tilstand forekommer når jordoverflaten er varmere enn luften og det dannes termisk oppdrift som øker turbulensvirkningen. Stabil tilstand er gjerne knyttet til vintermånedene med strålingsavkjølt overflate og med den kaldeste luften på flater og i senkninger.

Når det gjelder varmestråling, så kan denne deles inn i kortbølget og langbølget stråling.

Kortbølget stråling (0,3–3 μm) kommer hovedsakelig fra solen. Den innkommende kortbølgede strålingen, S_{inn} , avhenger av solens intensitet, atmosfærisk spredning og refleksjon. En del av denne strålingen reflekteres fra overflaten, S_{ref} , og ut igjen, gitt ved:

$$S_{\text{ref}} = \alpha S_{\text{inn}}$$

hvor α er albedoen til overflaten.

Den netto kortbølgede strålingen som absorberes av overflaten er dermed:

$$S_{\text{net}} = S_{\text{inn}} - S_{\text{ref}} = (1 - \alpha) S_{\text{in}}$$

Albedoen (α) er et mål på hvor mye av den innkommende solstrålingen som reflekteres fra en overflate. Albedoen varierer mellom 0 (ingen refleksjon) og 1 (fullstendig refleksjon). Typiske verdier for ulike overflater er:

- Asfalt: 0,05–0,15 (absorberer mesteparten av solstrålingen)
- Betong: 0,2–0,4 (reflekterer mer enn asfalt, men absorberer fortsatt betydelig varme)

Langbølget stråling (3–100 μm) inkluderer termisk stråling fra atmosfæren og fra overflaten selv. Den innkommende langbølgede strålingen, L_{inn} , kommer fra atmosfæren og omgivelsene, mens den utstrålede langbølgede energien fra overflaten er gitt ved Stefan-Boltzmanns lov:

$$L_{\text{ut}} = \varepsilon \sigma T^4$$

hvor ε er overflatens emissivitet, σ Stefan-Boltzmanns konstant ($5,67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$) og T er overflatetemperaturen i Kelvin.

Den netto langbølgede strålingen blir da:

$$L_{\text{net}} = L_{\text{inn}} - L_{\text{ut}}$$

Emissiviteten (ϵ) beskriver hvor effektivt en overflate avgir varmestraling i forhold til en perfekt svart overflate ($\epsilon=1$). Typiske verdier for asfalt og betong er:

- Asfalt: 0,90–0,98 (nær en svart stråler, avgir mye varme)
- Betong: 0,85–0,95 (litt lavere emissivitet enn asfalt, men fortsatt høy)

Den totale varmemengden som overføres til eller fra overflaten som en konsekvens av stråling er summen av netto kortbølget og langbølget stråling:

$$Q = S_{net} + L_{net} = (1 - \alpha) S_{inn} + (L_{inn} - \epsilon \sigma T^4)$$

Hvis Q er positiv, mottar overflaten energi og varmes opp. Hvis Q er negativ, avgir overflaten energi og avkjøles.

4 Modeller for beregning av frostdybder og telehiv

Det finnes ulike modeller for beregning av frostdybder som benytter differansemetoder i sine beregninger. Dette er numeriske teknikker som løser differensialligninger ved å erstatte kontinuerlige deriverte med diskrete differanser. Differanseoperatorer brukes for å tilnærme de deriverte, noe som muliggjør beregninger på en datamaskin. Stefans formel er et eksempel på en slik tilnærming.

I tillegg finnes det modeller som benytter elementmetoden for slike beregninger. Denne metoden innebærer å dele et komplekst system inn i mindre, enklere elementer med kjente egenskaper, som vanninnhold, varmekapasitet, varmeledningsevne og segregasjonspotensial.

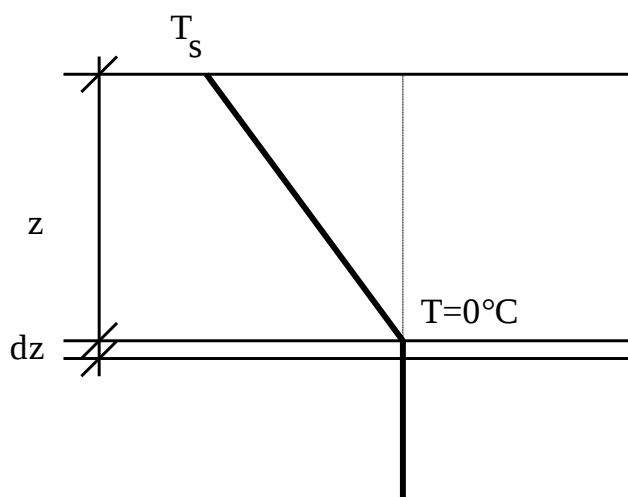
Ved å analysere hvert element individuelt og deretter kombinere resultatene, kan man simulere systemets oppførsel og beregne frostdybder, vannoppsuging til frysefronten og dermed telehiv.

4.1 Stefans formel

Varmestrømsloven kan brukes til å bestemme frostdybder og temperaturfordeling i en vegkonstruksjon. Flere modeller er utviklet, og den enkleste og mest brukte er Stefans formel. I denne modellen antas en endimensjonal varmestrøm, og den spesifikke varmekapasiteten for de enkelte komponentene i jordarten blir ignorert. Kun latent varme, som frigjøres når vann fryser til is, tas i betraktning. Det forutsettes også at alt vannet i jordarten fryser ut.

Ved at formelen kun tar hensyn til latent varme fører til at beregningene gir en overestimert frostnedtrengning. Likevel kan metoden være tilstrekkelig i mange praktiske sammenhenger.

Figur 14 illustrerer et element av en homogen jordart som er frosset til dybden z og en betrakter den varmemengde som skal til for å fryse ut tilleggselementet med tykkelse dz .



Figur 14 Temperaturfordeling ved utfrysing

Temperaturgradienten i frostsonen for en gitt tidsperiode med konstant temperatur på overflaten blir $\frac{T_s}{z}$. Varmefluksen (eller varmestrømmen) q ($q=dQ/dt$) blir da:

$$q = \lambda \cdot \frac{T_s}{z}$$

Frigjort varmemengde i laget med tykkelse dz blir:

$$dQ = L \cdot \rho_v \cdot \theta_v \cdot dz$$

L – latent frysevarme

ρ_v – densitet volum

θ_v - vanninnhold

dz - lagtykkelsen som fryser i løpet av tiden dt

Dette gir:

$$q = \frac{dQ}{dt} = \frac{L \cdot \rho_v \cdot \theta_v \cdot dz}{dt} = \lambda \cdot \frac{T_s}{z}$$

$$L \cdot \rho_v \cdot \theta_v \cdot z \cdot dz = \lambda \cdot T_s \cdot dt$$

$$L \cdot \rho_v \cdot \theta_v \cdot \int_0^z z \cdot dz = \lambda \cdot \int_{t1}^{t2} T_s \cdot dt$$

$$\int_{t1}^{t2} T_s \cdot dt = F \Rightarrow \text{frostmengde}$$

$$0.5 \cdot z^2 \cdot L \cdot \rho_v \cdot \theta_v = \lambda \cdot F$$

$$L_n = L \cdot \rho_v \cdot \theta_v$$

$$z = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda \cdot F}{L_n}} \quad (\text{Likn. 10})$$

Dette er Stefans formel for beregning av frostdybde i en homogen undergrunn. Den tar, som nevnt, kun hensyn til varmen som frigjøres ved frysing av vann, noe som fører til en overvurdering av frostdybden. Metoden understreker viktigheten av å ha kunnskap om vanninnholdet i og under vegkonstruksjonen på det tidspunktet frysing skjer, for å kunne beregne frostdybden mer nøyaktig.

I prosjekteringssammenheng må det gjøres forutsetninger om det aktuelle vanninnholdet.

4.2 Beregning av frostdybde slik vi gjør det i dag i Norge

I Norge beregnes frostdybder etter en variant av Stefans formel gitt i SINTEF Byggforskserien 451.021 [11]:

$$z = \sqrt{\frac{2F\lambda_f}{Q + L}} = \sqrt{\frac{2F\lambda_f}{c \cdot \rho \cdot T_m + l_n \cdot \rho_d \cdot w}} \quad (\text{Likn. 11})$$

- der: F [h°C] er frostmengden som definert i NS-EN ISO 13793 [4]
- $\lambda_f = k_f$ – varmeledningsevne for frosset materiale (W/m·K)
- c – spesifikk varmekapasitet (Wh/(kg·K))
- ρ – romvekt (kg/m³)
- $c \cdot \rho = C$ – volumetrisk varmekapasitet (kJ/kg·K)
- l_n – frysevarme vann (334,8 kJ/kg eller 93 Wh/kg)
- w – vanninnhold
- ρ_d – tørr romvekt

Angis frysevarme i enheten Joule (c - kJ/(kg·K) og l_n - kJ/kg) og varmeledningsevnen i W/mK vil (Likn. 11) bli:

$$z = \sqrt{\frac{7600 \cdot F \cdot k_f}{Q + L}} \quad (\text{Likn. 12})$$

Denne forenklingen tilsvarer den som presenteres i SINTEF Byggforskserien 451.021 – Klimadata for termisk dimensjonering og frostsikring (mai 2023). Stefans formel tar kun hensyn til utfrysing av vann i materialene, noe som gjør vanninnholdet til den viktigste faktoren i beregningene. Dessverre er kunnskapen om vanninnholdet på frysetidspunktet ofte begrenset. Dette kan variere med:

- Materialtype.
- Kapillært vann og kornfordeling, spesielt finstoffinnholdet.
- Adsorptivt bundet vann.
- Grunnvannsnivå.
- Nedbør før og under fryseperioden.
- Vannoppsuging til frysefronten som danner islinser/telehiv.
- Effekter som oppfukting og uttørking i jordmassene (hysteresis).

Andre faktorer som påvirker nøyaktigheten av beregningene, er varmeledningsevne og varmekapasitet. Disse verdiene varierer med materialtype, vanninnhold og om materialet er frosset eller ikke. Selv små endringer i materialet kan gi betydelige utslag.

Parameterne kan bestemmes i laboratoriet, men variasjoner i feltforholdene gjør det vanskelig å bruke beregningsmodellen med høy presisjon.

Forløpet av frostpåkjenningen påvirker frostdybden betydelig:

- Temperaturvariasjonen antas ofte å følge en sinusformet kurve, men dette samsvarer sjelden med virkeligheten.
- Lengden og tidspunktet for kuldeperioder kan ha stor betydning:
 - Frosset jord har høyere varmeledningsevne enn ufrosset jord.
 - Kuldeperioder avgjør hvor islinser dannes, og dermed frostdybden.

Et lag med isolasjonsmaterialer med høy varmemotstand vil redusere frostnedtrengningen ved å bevare jordvarmen i de dypere lagene. Denne effekten kan inkluderes i beregningene.

Selv om det anvendes avanserte modeller, er det i praksis umulig å beregne riktige frostdybder for en vegstrekning på grunn av variasjoner og usikkerheter i vanninnhold, termiske egenskaper og klimatiske forhold.

Selv for enkeltprofiler kan resultatene være unøyaktige. Ved frostdimensjonering må man derfor være bevisst på disse usikkerhetene, og legge inn sikkerhetsmarginer ut fra konsekvensene ved utfrysing.

4.3 SSR-modellen (Saarelainen's Soil Response model) (Finland)

4.3.1 Generell beskrivelse

Denne modellen er utviklet av Seppo Saarelainen og er beskrevet i hans doktorgradsavhandling fra 1992 [5]. Denne modellen er også benyttet i VegDim/ERAPave-systemet som er under utvikling (2025).

Modellen baserer seg på varmebalanse der all varmen går opp til overflata gjennom det allerede frosne laget:

$$q_- = q_+ + q_f + q_s \quad (\text{Likn. 13})$$

eller:

$$\text{Varmestrøm gjennom det frosne laget og opp til overflata } (q_-) = \begin{cases} \text{Varmestrøm fra den ufrosne grunnen } (q_+) + \\ \text{Varmestrøm fra frysing av porevann } (q_f) + \\ \text{Varmestrøm fra segregasjon (islinsedannelse) } (q_s) \end{cases}$$

Varmestrøm fra segregasjon refererer til varmen som frigjøres per tidsenhet når vannet som trekkes opp til frysesonen, fryser. Mengden vann som transporteres, avhenger av segregasjonspotensialet (SP) og temperaturgradienten i frysesonen.

Ved bruk av fourierlikninga (Likn. 1) og et uttrykk for varmemotstand som følge av issegregasjon kan denne varmebalansen skrives på følgende måte:

$$k_f \cdot \frac{dT_-}{dz} = k_t \cdot \frac{dT_+}{dz} + L \cdot \frac{\Delta z_0}{\Delta t} + L_w \cdot SP \cdot \frac{T_p}{z^*} \quad (\text{Likn. 14})$$

der k_f = varmeledningsevne i de frosne lagene [W/(mK)]

$$\frac{dT_-}{dz} = \frac{T_f - T_p}{z^*} = \text{temperaturgradienten gjennom de frosne lagene [K/m]}$$

der T_f = frysetemperaturen til materialet

T_p = gjennomsnittlig overflatetemperatur i tidsinkrementet Δt [°C]

$$z^* = k_{fz} \cdot \sum \left(\frac{z_i}{k_{fi}} \right) + 0.5 \cdot \Delta z_0 = k_{fz} \cdot R_{fz} + 0.5 \cdot \Delta z_0 ; [\text{m}]$$

der k_{fz} = samlet varmeledningsevne i de frosne lagene ned til frostfronten
[W/(mK)]

z_i = tykkelse av et frossent lag

k_{fi} = varmeledningsevne i et frossent lag [W/(mK)]

R_{fz} = frostmotstanden i de frosne lagene $= \sum \left(\frac{z_i}{k_{fi}} \right)$; [m²K/W]

k_t = varmeledningsevnen i de ufrosne lagene [W/(mK)]

$\frac{dT_+}{dz}$ = temperaturgradienten gjennom de ufrosne lagene [K/m]

L = volumetrisk latent varme fra frysing av materialer med opprinnelig vanninnhold
[Wh/m³]

Δz_0 = frostfrontens nedtrengning i tidsinkrementet Δt ; [m]

Δt = tidsinkrement [h]

L_w = volumetrisk latent varme fra frysing av vann [Wh/m³] = 93 kWh/m³ = 334 MJ/m³

SP = segregasjonspotensialet for materialet ved gitt effektivspenning [m²/(Kh)]

Når likningen for varmembalansen (likn. 14) løses med tanke på den inkrementelle frostnedtrengningen, Δz_0 , får vi:

$$\Delta z_0 = (T_f - T_p) \cdot \frac{1 - SP \cdot \frac{L_w}{k_{fz}}}{L_{fz} \cdot R_{fz}} \cdot \Delta t - \frac{S \cdot k_{tz} \cdot \frac{dT_+}{dz}}{L_{fz}} \cdot \Delta t \quad (\text{Likn. 15})$$

der $L_{fz} = w_t \cdot \frac{\rho_d}{\rho_w} \cdot L_w$ = volumetrisk latent varme fra frysing av materialer ved frysefronten
[Wh/m³]

der w_t = vanninnhold (som desimaltall)

ρ_d = tørrdensiteten til materialet [kg/m³]

ρ_w = densiteten til vann [kg/m³], normalt 1000 kg/m³

S = koeffisient som beskriver intensiteten i jordvarmen ($S = 1,0$ i november avtakende til $0,7$ i april)

$$k_{tz} = \text{varmeledningsevnen i ufrosset materiale ved frostfronten [W/(mK)]}$$

Saarelainen [5] påpeker at løsninga i (Likn. 15) er iterativ siden ΔZ_0 inngår i frostmotstanden R_f .

4.3.2 Kommentarer til SSR-modellen

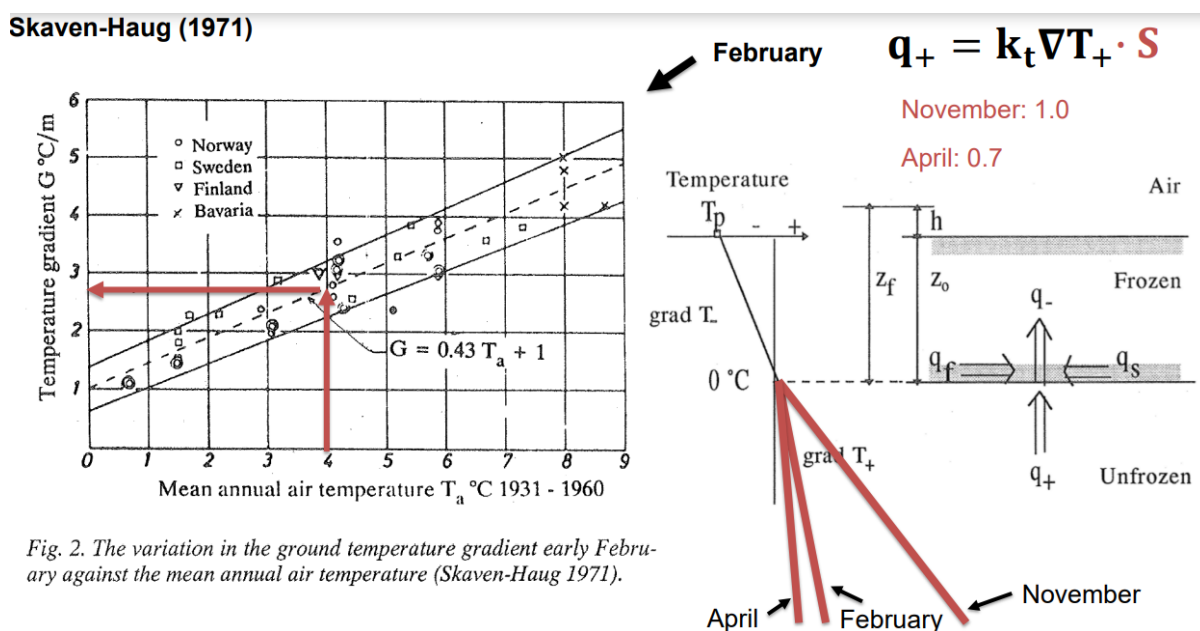
En overordnet kommentar til SSR-modellen er at den i utgangspunktet ser på stasjonære (tidsuavhengige) varmestrømmer, men der tidsaspektet likevel i noen grad blir ivaretatt. SSR-modellen er ikke en modell som fullt ut ivaretar varmestrømslikninga – den inkluderer ikke termisk diffusivitet og den tar følgelig ikke hensyn til varmebidrag fra nedkjøling av de frosne lagene. Dette kan likevel være greit for ingeniørmessige betraktninger dersom det er slik at det meste av varmebidragene blir inkludert i modellen.

Lagdeling tas hensyn til i modellen gjennom at varmeledningsevnen, segregasjonspotensialet og materialets latente varme (en funksjon av opprinnelig vanninnhold) vil endre seg når nye tidssteg gjør at man kommer inn i nye lag.

Tidsaspektet som modellen ivaretar, kommer inn ved at temperaturgradientene endrer seg over tid etter hvert som frosten trenger ned og som følge av endringer i overflatetemperatur. Det kan knyttes følgende kommentarer til varmestrømsbidragene:

- Varmestrømmen fra den ufrosne grunnen er gitt av temperaturgradienten og varmelednings-evnen (jf. Fouriers lov likn. 1). Gjennom koeffisienten S blir temperaturgradienten modifisert gjennom frostsesonen slik at gradienten blir mindre mot slutten av sesongen, noe som er realistisk siden opplagret varmeenergi tappes gjennom vinteren. Temperaturgradienten er oppgitt til å enten være en målt størrelse fra felt eller basert på et diagram der årsmiddeltemperaturen i luft er inngangsparameter.

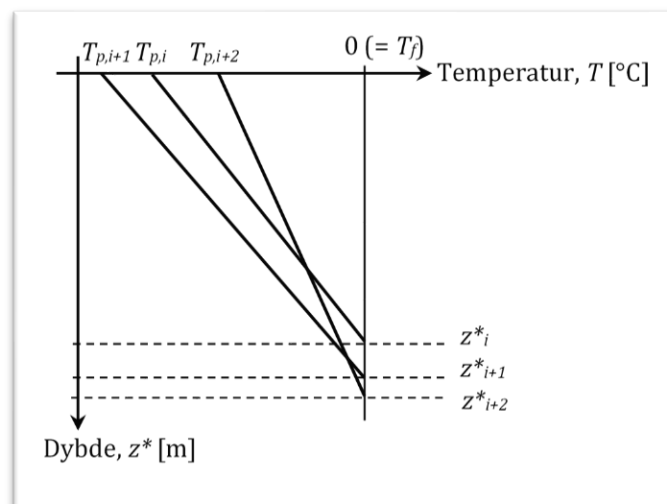
Figur 15 viser hvordan koeffisienten S bestemmes for februar måned ut fra Skaven-Haug's diagrammer utarbeidet i 1971 og hvordan denne endrer seg over året. Inngangsparameteren er årsgjennomsnitts-temperatur.



Figur 15 Koeffisienten S – temperaturgradient [13]

- Varmestrømmen fra frysing av opprinnelig porevann i materialet regnes ut fra den latente varmen som dannes pr. tidsenhet når dette vannet fryser ut fra dybdeinkrementet Δz_0 . Inngangsparameter her er vanninnholdet w_t .
- Varmestrømmen fra islinsdannelse (issesegregasjon) er den varmen som tilføres når vann som trekkes opp til frysefronten fra underliggende lag, fryser ut. Mengden vann beregnes ved hjelp av segregasjonspotensialet SP sammen med temperaturgradienten over frysefronten.

De tre varmemestrømsbidragene skal til sammen utgjøre den varmemestrømmen som går gjennom de frosne lagene og ut på overflata. Det man har å spille på for denne varmemestrømmen er den termiske gradienten og varmeledningsevnen for de frosne materialene. Når det gjelder temperaturgradienten er det overflatetemperaturen (T_p) og tykkelsen på de frosne lagene (z^*) som spiller inn. Temperaturfordelingen regnes å være lineær for de frosne lagene. Frysetemperaturen til materialet (T_f) ventes ikke å variere mye, og kan trolig med god nøyaktighet settes til $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Det ser ut til at T_p regnes for hvert tidsinkrement, og dermed kan både T_p og temperaturgradienten variere en del over tid. Siden tidsaspektet ikke er ivaretatt på samme måte som i varmemestrømslikninga (likn. 2), vil temperaturgradienten variere uten tidsforsinkelse hele vegen fra overflata og ned til frysefronten, jf. Figur 16. Dermed blir temperaturgradienten regnet å være lineær til enhver tid. Dette er ikke i tråd med det som fysisk skjer (jf. varmemestrømslikninga (likn. 2)) – men igjen, det er ikke sikkert dette har så mye å si i praksis for totalt telehiv og total frostnedtrengning.



Figur 16 Temperaturfordeling i det frosne laget ved ulike overflatetemperaturer.

4.4 Kommentarer til likningsløsninga i SSR-modellen

For å komme fram til **Feil! Fant ikke referanse kilden.** (Likn. 15) på basis av (Likn. 14) må Saarelainen [5] ha gjort noen forutsetninger og forenklinger.

Det er nevnt i Saarelainen [5] at (Likn. 15) er iterativ siden Δz_0 er inkludert i den termiske motstanden (frostmotstanden) R_{fz} (Saarelainen benevner denne R_f , men den størrelsen er ikke å finne igjen i likningene). Men strengt tatt så inngår ikke Δz_0 i R_{fz} , men derimot i z^* som både Δz_0 og R_{fz} inngår i. Dette ser vi i forklaringen til z^* i tilknytning til (likn. 14).

4.4.1 Databehov i SSR-modellen

Likningene i kap. 4.1 og 4.2 beskriver hvilke inngangsdata modellen bruker.

I tillegg til de parameterne som benyttes ved beregning av frostdybder i Norge i dag (kap. 3) benytter modellen:

- Segregasjonspotensialet (SP)
- Temperaturgradienten under frysesonen og variasjonen av denne over frostperioden
- Temperaturvariasjon på overflaten i fryseperioden

Segregasjonspotensialet er nødvendig for å beregne mengde vann tilført frysesonen og er beskrevet tidligere.

4.5 Chaussée 2 (Canada/Québec) [7]

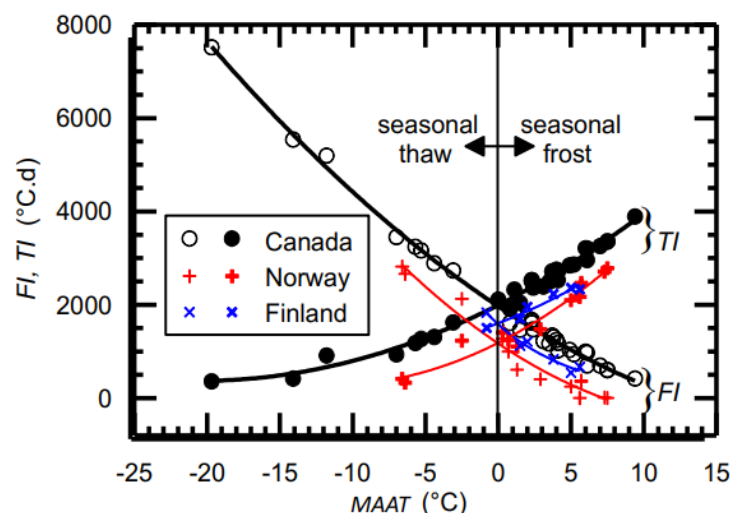
4.5.1 Generell beskrivelse

Chaussée 2 er et analytisk dimensjoneringsprogram som behandler både den bæreevnemessige og frosttekniske dimensjoneringa av vegoverbygninger. Frostmodulen tar utgangspunkt i SSR-modellen og er nærmest identisk med denne.

4.5.2 Hva er forskjellene på frostmodellen i Chaussée og SSR-modellen

SSR-modellen bruker temperaturgradienten i undergrunnen som grunnlag for beregning av varmestrøm. Sammenhengen mellom temperaturgradient og årsmiddeltemperatur er illustrert i diagrammer utarbeidet av Skaven-Haug (se kap. 4.3.2). Disse gjelder for klimaforholdene i Finland, Sverige, Norge og sørlige deler av Tyskland.

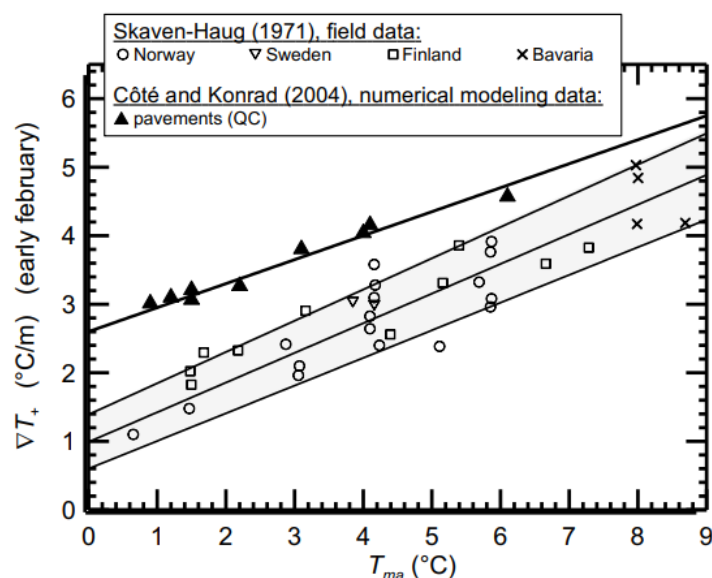
Denne sammenhengen er imidlertid ikke gyldig for Canada, der forholdet mellom årsmiddeltemperatur og frost-/tineindeks skiller seg markant fra de nevnte europeiske landene. Som vist i Figur 17 er frostindeksen i Canada vesentlig høyere ved samme årsmiddeltemperatur enn i Norge og Finland.



Figur 17 Sammenheng mellom årsmiddeltemperatur og FI/TI og Canada, Norge og Finland

Dette påvirker direkte sammenhengen mellom årsmiddeltemperatur og temperaturgradient i under frysesonen. Figur 18 viser denne relasjonen for tidlig februar, sammenlignet mellom

Canada og de øvrige landene. Denne sammenhengen er implementert i det canadiske dimensjoneringsprogrammet.



Figur 18 Sammenheng mellom årsmiddeltemperatur og temperaturgradient underfrysesonen i Canada og landene Norge, Sverige, Finland og sørlige deler av Tyskland.

4.6 PMS Objekt (Åke Hermanssons modell [8], Sverige)

4.6.1 Generell beskrivelse

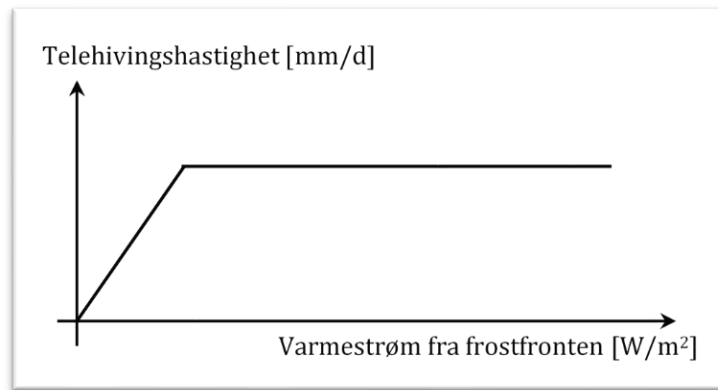
Denne modellen ble utviklet av Åke Hermansson og er beskrevet i hans lisensiatavhandling fra 2000 [8].

Modellen tar utgangspunkt i en antakelse om at det finnes en maksimalverdi for telehivshastigheten uavhengig av varmemestrømmen fra frostfonten. Dette baserer Hermansson på egne og andres forsøk. Eksistensen av en maksimal telehivingshastighet impliserer at det også finnes en maksimal vannstrøm opp mot frostfronten.

Ved særlig kalde overflatetemperaturer over tid er varmemestrømmen opp i retning overflata høy, og frostfronten trenger raskere ned i undergrunnen. Varmestrømmen har da to kilder – utfrysing av vann som trekkes opp til frysefronten (og som skaper telehiv) og fra nedkjøling som bidrar til at frosten går dypere ned. Modellen vil i dette tilfellet gi den maksimale telehivshastigheten samtidig som det er rask frostnedtrengning.

Det er bare for lave varmemestrømmer under et visst nivå at telehivshastigheten regnes proporsjonal med varmemestrømmen. Ved lav varmemestrøm, som oppstår ved moderat kalde forhold, vil telehivshastigheten være lavere enn den maksimale. Dersom varmemestrømmen øker til den akkurat når et nivå der den maksimale telehivshastigheten oppnås, vil frostfronten være i ro – all varmemestrøm vil da komme fra utfrysing av det vannet som strømmer mot frostfronten med tillegg av varme fra ufrosne, underliggende lag. I dette tilfellet vil det derfor bli skapt tykke islinser. Det først når varmemestrømmen øker ut over dette nivået at frostfronten trenger dypere.

Sammenhengen mellom varmemestrøm fra frostfonten og telehivshastigheten er skjematisk gitt i Figur 19.



Figur 19 Sammenhengen mellom varmemestrøm fra frostfronten og telehivshastigheten. Etter [8].

Modellen regner éndimensjonalt, og den numeriske løsningen utføres ved hjelp av en differansemetode. Lagene i vegen er definert med tykkelse, porøsitet og metningsgrad. Termisk konduktivitet og spesifikk varmekapasitet regnes ut etter metodene til Ø. Johansen [12] basert på porøsitet og metningsgrad. Temperaturer regnes etter klassisk varmeledningsteori, og med antatt konstant temperatur i 5 m dybde. Stasjonært porevann regnes ikke å bidra til telehivet når frostfronten går nedover i lagene, men bidrar i varmeregnskapet. Flere detaljer rundt beregningene er å finne i [8].

Hermanssons modell er implementert i det svenske dimensjoneringsprogrammet PMS-objekt.

4.6.2 Kommentarer til modellen

Antakelsen om en maksimal telehivingshastighet står i delvis kontrast til teorien bak segregasjonspotensialet (SP).

4.7 Andre modelleringsmuligheter

4.7.1 Modifisert Berggren

Den modifiserte Berggren-metoden er en analytisk tilnærming for å beregne telehiv og frostdybder i jord. Metoden er basert på Stefans formel, som tar hensyn til varmeledning og frysing i jordmasser. Den modifiserte versjonen utvider dette ved å inkludere:

- Variabel varmeledningsevne: Endringer i jordas varmeledningsevne avhengig av om den er frosset eller ufrosset.
- Initial varmefordeling: Temperaturprofilen i bakken før fryseprosessen starter.
- Latent varme: Frigjøringen av latent varme når vann fryser.

Metoden forutsetter en endimensjonal varmemestrøm og gir en praktisk måte å beregne frostdybder på ved å bruke tabeller og empiriske parametere.

Den modifiserte Berggren-formelen ble utviklet tidlig på 1950-tallet for å løse svakhetene i Stefan-formelen. Den forutsetter at jorda er en halvinfinit masse med ensartede egenskaper og en opprinnelig jevn temperatur (T_i). Videre antas det at overflatetemperaturen brått endres fra (T_i) til (T_s) (under frysepunktet). Den modifiserte Berggren-formelen er i hovedsak Stefan-formelen korrigert for effekten av temperaturendringer i jordmassen:

$$x = \lambda \sqrt{\frac{2 \cdot k_{snitt} \cdot F}{n \cdot L}}$$

hvor:

- x : dybden av frost- eller tinefronten (m)
- λ : dimensjonsløs koeffisient som tar hensyn til effekten av temperaturendringer i jordmassen (en korrektur for varmeenergi som ikke medfører faseendringer)
- k_{snett} : gjennomsnittlig varmeledningsevne for frosset og ufrosset jord ($\text{W/m}\cdot\text{K}$).
- n : konverteringsfaktor fra fryse- eller tineindeks i luft til overflatefryse- eller tineindeks (dimensjonsløs).
- F : fryseindeks i luft ($\text{K} \cdot \text{dager}$).
- L : latent varme forbundet med frysing av vann i jord (J/m^3).

Forklaring:

1. Fryse- og tineindeks (F og T) representerer den akkumulerte termiske effekten av temperaturer over tid. Dette brukes til å beregne frostdybder og tineprosesser.
2. Latent varme (L): Energien som frigjøres når vann i jorda fryser til is, typisk angitt i joule per kubikkmeter (J/m^3).
3. Varmeledningsevne (k_{snett}): Gjennomsnittlig varmeledningsevne for jordmassen i frosset og ufrosset tilstand.

Den modifiserte Berggren-formelen gir mer nøyaktige beregninger ved å inkludere temperaturendringer og volumetrisk varmekapasitet i jorda, noe som ofte neglisjeres i enklere modeller som Stefan-formelen.

4.7.2 PC Heave

Programmet baserer seg på avanserte fysikalske og geotekniske modeller.

Hovedfunksjoner for programmet er:

1. Beregning av telehiv:
 - Modellerer utviklingen av telehiv over tid basert på jordas egenskaper og klimatiske forhold.
 - Beregner plassering av islinser og volumøkning forårsaket av frost.
2. Analyse av temperaturprofiler:
 - Simulerer temperaturfordelingen i jorda over tid for å beregne frostdybden og eventuelle tiningsprosesser.
3. Bruk av jordas materialeegenskaper:
 - Integrerer egenskaper som vanninnhold, varmeledningsevne, romvekt og hydraulisk konduktivitet.
 - Tar hensyn til segregasjonspotensialet som påvirker dannelsen av islinser.
4. Rand- og startbetingelser:
 - Lar brukeren spesifisere overflatetemperaturer, grunnvannsnivå og temperaturprofil ved start.
 - Inkluderer effekter av overflatetrykk, som trafikkbelastning eller bygningslast.
5. Iterativ løsning:
 - Bruker iterasjonsmetoder for å håndtere komplekse fenomener som vekselvirkningen mellom varmeledning, vanntransport og frysing.

Fordelene med systemet er at det gir detaljerte beregninger som tar hensyn til både varme- og vanntransport. Det er også mulig å modellere komplekse jordegenskaper og flerlagssystemer, og er fleksibelt for ulike start- og randbetingelser.

4.7.3 Numerisk løsning - elementmetoder

Å benytte elementmetoder for beregning av frostdybder og telehiv i jord krever regnekapasitet og slike metoder er implementert i flere avanserte programvarepakker. Her er noen eksempler:

COMSOL Multiphysics kan også brukes til å beregne frostdybder og telehiv. COMSOL er et kraftig verktøy for simulering av ulike fysiske fenomener, inkludert varmeoverføring og fukttransport, som er essensielle for å modellere frost og telehiv.

PLAXIS

En programvare utviklet for analyse av deformasjoner og stabilitet i geotekniske prosjekter. Den benytter den endelige elementmetoden for å modellere jordens oppførsel under ulike forhold, inkludert frostpåvirkning.

GeoStudio

En samling av geotekniske programvareprodukter som inkluderer verktøy for termisk analyse av jord. Den kan brukes til å modellere frostdybder og vurdere risikoen for telehiv ved hjelp av elementmetoder.

Multiphysics

En generell flerfysikk-simuleringsplattform som støtter endelige elementmetoder. Den kan brukes til å modellere varmeoverføring i jord og analysere effektene av frost og telehiv.

ABAQUS

En programvarepakke for avansert numerisk simulering som benytter endelige elementmetoder. Den kan brukes til å analysere termiske og mekaniske responser i jordmaterialer under fryse- og tineprosesser.

TEMP/W

En del av GeoStudio-pakken, spesialisert for termisk analyse av jord. Den brukes til å modellere temperaturendringer, frostdybder og tilhørende telehiv i geotekniske prosjekter.

5 Praktisk frostdimensjonering for vegingeniøren

Hvordan frostdimensjoneringen gjennomføres i praksis, avhenger av kravene til telehiv, tilgjengelige beregningsmodeller for telehiv og frostdybder, samt kunnskap om materialenes frosttekniske egenskaper og vanninnhold.

5.1 Dagens praksis

I N200 versjon 2014–2024 stilles ikke krav til størrelsen på telehiv direkte, men påvirkes av kravene til overbygningstykkelse gitt i tabell 2, kap. 1.1. For veger med ÅDT > 1500 er det krav om at frosten ikke skal trenge ned i undergrunnen dersom denne består av telefarlige materialer telefarlighetsklassene T3 og T4. For ÅDT < 1500 er det krav om å unngå ujevne telehiv.

Oppgaver ved frostsikring ved ÅDT > 1500:

- Kartlegge grunnforholdene og bestemme dimensjonerende frostbelastning (frostmengde og årsmiddeltemperatur).
- Bestemme overbygningens tykkelse (uten frostsikringslag) basert på trafikkbelastning og grunnforhold.
- Vurdere alternative frostsikringslag og anslå vanninnholdet for disse.
- Dersom undergrunnen består av telefarlige materialer (T3 eller T4), skal diagrammene i N200 brukes for å bestemme nødvendig tykkelse på frostsikringslaget, slik at frosten ikke går ned i undergrunnen. Hvis frostsikringslagets tykkelse er ≤ 0 , gir overbygningen dimensjonert for bæreevne, tilstrekkelig frostsikring. Hvis tykkelsen på total overbygning (inkludert frostsikringslag) er mindre enn kravene i tabell 2 (1,8 eller 2,4 m), benyttes disse lagtykkelsene og materialene. Dersom den beregnede totale tykkelsen overskrider maksimumskravene i tabell 2, benyttes disse maksimumsverdiene.

Oppgaver ved ÅDT < 1500:

Målet er å unngå ujevne telehiv. Dette krever grundig kjennskap til grunnforholdene og variasjoner i disse. Brå endringer i grunnforholdene kan føre til ujevne telehiv, spesielt tilgang på vann på enkelt punkt kan være utfordrende i denne sammenhengen. Stikkrenner er et eksempel på et element som ofte forårsaker store og ujevne telehiv.

Vegingeniørens oppgave er å kartlegge steder som kan føre til ujevne telehiv og foreslå nødvendige tiltak. Den vanligste løsningen vil være utkiling, som beskrevet i N200, eller massutskifting og/eller drenering.

5.2 Frostsikring ved bruk av VegDim/ERAPave PP

Telehiv kan beregnes ved hjelp av ulike modeller, og slike modeller er integrert i systemene VegDim og ERAPave PP. Når det stilles krav til maksimal telehiv, må prosedyrene for frostsikring tilpasses. Dette innebærer at man ofte må anta rimelige verdier for materialene basert på erfaring og litteratur, da vi sjelden har tilgang til nøyaktig informasjon om materialenes egenskaper.

Arbeidsprosessen kan omfatte følgende:

1. Kartlegge grunnforholdene og vurdere de frosttekniske egenskapene (vanninnhold, segregasjonspotensial, varmeledningsevne i både frosset og ufrosset tilstand, varmekapasitet, densitet, etc.).
2. Foreslå en vegkonstruksjon basert på erfaring og bæreevnevurdering (gjærne med utgangspunkt i dimensjonering etter N200).

3. Finne dimensjonerende frostpåkjenning, som kan omfatte frostmengder, årsmiddeltemperaturer og oppmagasinert varme om sommeren. Data fra nærliggende klimastasjoner kan gi detaljert informasjon om temperatur og nedbør. Verdiene som benyttes må relateres til ønsket sikkerhet mot overskridelse av krav til telehiv, frostdybde, mv. (dimensjonerende tilfelle).
4. Bestemme/vurdere de frosttekniske egenskapene for materialene som skal benyttes i overbygningen. Disse materialene utsettes for større frostpåkjenning enn undergrunnsmaterialene og skal også lede varmen fra underliggende lag opp til overflate.
5. En frostsikker vegkonstruksjon må også ha tilstrekkelig bæreevne med hensyn til tilstandsutvikling. I VegDim-sammenheng betyr dette at kravene til sporutvikling og utmatting må være oppfylt.
6. Nødvendige opplysninger om materialenes egenskaper med hensyn stivhet og deformasjonsegenskaper må vurderes og bestemmes.
7. Beregne temperaturprofilen i vegkonstruksjonen.
8. Beregne telehiv og vurdere muligheten for ujevne telehiv. Telehiv må derfor beregnes på områder med ulike grunnforhold for å vurdere behovet for tiltak som utkiling eller masseutskifting.
9. Justere lagtykkelser og materialtyper i vegoverbygningen for å oppfylle kravene til telehiv og bæreevne (tilstandsutvikling).
10. Det kan være behov for å gjenta beregningene i punkt 9 for å få en optimal vegoverbygning med hensyn til lagtykkelser og materialvalg.

5.3 utfordringer med frostdimensjonering

Frostdybder og telehiv kan beregnes med god nøyaktighet, forutsatt at inngangsdataene er korrekte. Hovedutfordringen ligger imidlertid nettopp i å skaffe pålitelige data.

Når det gjelder frostdimensjonering, kreves det en rekke parametere som fordrer omfattende undersøkelser for å fastslå riktige verdier. Flere av disse må estimeres basert på tidligere erfaringer, men enkelte har stor betydning for beregningsresultatet og må bestemmes med større nøyaktighet.

Et eksempel på dette finner vi i ved å se på Stefans formel (beskrevet i kapittel 4.1). Denne beregner frostdybder basert på latent varme ved frysing av vann (i tillegg til frostmengde og varmeledningsevne for materialet som er frosset.) Dette understreker viktigheten av å kjenne det eksakte vanninnholdet i materialet når det fryser. Selv om det er gjort utredninger på området, er det fortsatt uklart hvordan variasjoner i nedbør, for eksempel en tørr eller våt høst, påvirker frost-nedtrengningen i en veioverbygning. Det å kjenne vanninnholdet er derfor viktigere enn å bruke store ressurser på å fastslå øvrige frosttekniske egenskaper.

En annen parameter med stor betydning for telehivsberegninger er segregasjonspotensialet, et område vi foreløpig har begrenset erfaring med. Som beskrevet i kapittel 3.2 varierer denne verdien betydelig og er ikke direkte knyttet til finstoffinnholdet, slik det norske telefarlighetskriteriet tilsier. Det finnes imidlertid alternative sammenhenger og modeller som kan gi bedre estimater. Uansett er det behov for etablerte prosedyrer og metoder for å fastsette segregasjonspotensialet, slik at beregningene blir mer pålitelige.

6 Referanser

1. Statens vegvesen: Vegbygging. Håndbok N200. Vegdirektoratet, Oslo 2018.
2. Jaeger Carslaw, H. S., & Jaeger, J. C. (1959). *Conduction of Heat in Solids*. Oxford: Clarendon Press.
3. Aurstad, Joralf & Hoff, Inge (2006). *Gjenbruksprosjektet - Prosjektrapport nr 15: Finstoff i gjenbruksbetong*, Teknologirapport nr. 2437, Statens vegvesen.
4. Standard Norge. NS-EN ISO 13793:2001 *Bygningers termiske egenskaper - Termisk dimensjonering av fundamenter for å unngå telehiv* (ISO 13793:2001)
5. Saarelainen, S. (1992). *Modelling frost heaving and frost penetration in soils at some observation sites in Finland. The SSR model*. VTT Publication 95. Espoo 1992
6. Loranger B., (2020). *Laboratory investigation of frost susceptibility of crushed rock aggregates and field assessment of frost heave and frost depth*. Doctoral theses at NTNU, 2020:335
7. Denis St-Laurent, (2006, oppdatert 2019). *Chaussée 2 - Logiciel de dimensionnement des chaussées souples. Guide de l'utilisateur..* – Québec
8. Hermansson, Å., (2001). *Frost modelling and pavement temperatures: summer pavement temperatures and frost modelling: licentiate thesis*. Statens väg- och transportforskningsinstitut.
9. Konrad J. M. & Morgenstern N. R. (1982) *Protection of frost heave in the laboratory during transient freezing*. Canadian Geotechnical Journal nr. 19
10. Jessberger, H. L. & Jagow, J. (1989) *Determination of frost susceptibility of soils*. VTT Symposium 95, Espoo
11. SINTEF (2023). *Klimadata for termisk dimensjonering og frostsikring*. Byggforskserien 451.021.
12. Johansen, Ø. (1975). *Thermal conductivity of soils*. Ph.D. Trondheim. The Norwegian Institute of Technology.
13. Rieksts, K. (2021). *Frost model in ERAPave (SSR model)*. Presentasjon – NaDim 2021.



Statens vegvesen
Pb. 1010 Nordre Ål
2605 Lillehammer

Tlf: (+47) 22 07 30 00

firmapost@vegvesen.no

ISSN: 1893-1162

vegvesen.no

Tryggere, enklere og grønnere reisehverdag