

Mathilde Bjørnset, Aina Fossum,
Jon Rogstad og Bjørn Smestad

På like vilkår?

Evaluering av
matematikkeksamen
på 10. trinn 2017-2019.
Sluttrapport



Fafo-rapport
2020:01

Mathilde Bjørnset, Aina Fossum,
Jon Rogstad og Bjørn Smestad

På like vilkår?

Evaluering av matematikkeksamen
på 10. trinn 2017-2019

Fafo-rapport 2020:01

© Fafo 2020

ISBN 978-82-324-0542-8 (papirutgave)

ISBN 978-82-324-0543-5 (nettutgave)

ISSN 0801-6143 (papirutgave)

ISSN 2387-6859 (nettutgave)

Omslagsillustrasjon: iStock

Trykk: Allkopi AS

Innhold

Forord	5
Sammendrag.....	7
Summary	12
1 Innledning.....	17
Problemstillinger for alle årene	18
Analytisk utgangspunkt.....	19
Gangen i rapporten	21
Årets eksamen	23
2 Metode	49
Dokumentanalyse: språk, illustrasjoner og layout	49
Nettsurvey	50
Vurderingsskjemaer.....	52
Kvalitative intervjuer	54
3 Elever som presterer svakt på eksamen	57
En passe vanskelig eksamen	58
Form og flervalgsoppgaver	60
Eksamenssituasjonen	62
Vanskegrad ut fra vurderingsskjemaene	63
Får alle elever vist sin kompetanse på eksamen?	66
Uttelling på oppgavene for de svakest presterende elevene	69
Oppsummering og anbefalinger	76
4 Digitale skillelinjer.....	77
Utfordringen.....	77
Matematikklærernes digitale kompetanse	77
Prioriteres digitale verktøy i undervisningen?	79
Bruken av digitale verktøy på eksamen.....	83
Oppsummering og anbefalinger	85

5 Form: tekst, illustrasjoner og struktur	87
Bruk av tekstoppgaver.....	87
Nynorskversjonen	92
Lærernes vurderinger av tekstoppgavene.....	94
Bruk av illustrasjoner	95
Elever og læreres vurderinger av illustrasjonene.....	96
Paratekstlige elementer.....	98
Struktur – om eksamensoppgavens oppbygging.....	98
Arbeidsmengde	101
Svarformater.....	102
Oppgaver som bygger på hverandre	104
Vekting av del 1 og del 2 på eksamen	105
Oppsummering og anbefalinger.....	106
6 Samsvar mellom eksamenen og undervisning	109
Lærernes oppfatninger om relevansen av egen undervisning.....	109
Sammenhengen mellom eksamen og læreplanen.....	110
Gjennomgang av lærebøkene	112
Eksempler på algoritmisk og kreativ løsning i del 1	114
Eksempler på algoritmisk og kreativ løsning i del 2.....	114
Oppsummering og anbefalinger.....	116
7 Utfordringer i sensorenes arbeid	117
Problemer med leveringene.....	117
Får sensorene støtten de trenger i vurderingsarbeidet?.....	119
Ulikhet i sensorenes vurderinger	120
Hva er de største utfordringene for å sikre rettferdig sensur?	120
Oppsummering og anbefalinger.....	122
8 Historisk utvikling.....	123
Hvor lokal var lokalgitt eksamen?	123
«Udskriv kvitteret regning» – forløperen til dagens regnearkoppgaver.....	125
Utvikling i form og innhold	126
I «krystallkula».....	128
9 Avslutning.....	131
Sammenheng med læreplanen og med opplæringen	131
Vanskegrad og arbeidsmengde	132
Eksamensens utforming	132
Sensorvurdering	133
Elevene som presterer svakest.....	134
En god og rettferdig eksamen	134
Utviklingen i perioden 2017–2019	135
Referanser	137
Vedlegg 1 Spørreskjema til matematikklærere som underviser på 10.trinn og har hatt elever oppe til matematikkeksamen vår 2019	141

Forord

Dette er sluttrapporten i evalueringen av matematikkeksamen på 10. trinn, som Fafo gjennomfører i samarbeid med OsloMet. Prosjektperioden har inkludert tre eksamener, fra våren 2017 til og med våren 2019. Prosjektet er finansiert av Utdanningsdirektoratet, og vi vil takke oppdragsgiver ved Grethe Hovland, Per Kristian Larsen og Hilde Olsen for gode innspill og kommentarer underveis. Vi har også mottatt verdifulle kommentarer fra ekstern forsker i Utdanningsdirektoratets forskerpanel. Silje Andresen ved Fafo har kvalitetssikret rapporten. Hanne Kavli, også ved Fafo, har lest deler av rapporten. Takk til begge for gode og konstruktive tilbakemeldinger. Størst takk går likevel til informantene som har stilt opp og vært generøse både med sin tid og sin kunnskap. En siste takksigelse er til informasjonsavdelingen på Fafo.

Fafo, januar 2020

Jon Rogstad, prosjektleder

Sammendrag

Temaet for rapporten er eksamenen i matematikk på 10. trinn i perioden 2017–2019. Rapporten er den siste av tre rapporter. Hver av rapportene har sett på det aktuelle årets eksamenssett. I tillegg har vi hvert år prioritert å løfte fram et særskilt tema. I den første rapporten (Andresen et al. 2017) så vi spesielt på betydningen av språk- og begrepsbruken i eksamensoppgavene, mens vi i fjorårets rapport (Bjørnset et al. 2018) analyserte betydningen av at eksamenen legger stor vekt på kandidatenes digitale ferdigheter. Temaet for årets rapport er å gi en helhetlig vurdering av matematikkeksamenene som er gitt i perioden. I tillegg har vi lagt særlig vekt på de svakest presterende elevene, i betydningen at de har 1 og 2 i standpunktkarakter, elever som har blant de 10–30 prosent svakeste poengskårene på eksamen, samt minoritets-språklige elever og elever med lese- og skrivevansker.

Felles for alle rapportene er spørsmålet om eksamenen både er og oppleves å være rettferdig, slik at kandidatene vurderes på like vilkår. Prosjektet skal besvare ni spørsmål.

1. Er det god sammenheng mellom eksamenen, læreplanen og opplæringen som er gitt?
2. I hvilken grad er det samsvar mellom ulike sensorers vurdering?
3. Inneholder eksamenen oppgaver av ulik vanskegrad, som kan måle alle kompetansenivåer?
4. Hvordan vurderer elevene eksamenens arbeidsmengde i forhold til den tiden de har fått til rådighet totalt og på del 1 og del 2 av prøven?
5. Er eksamensoppgaven utformet slik at det er elevens matematikkompetanse som vurderes?
6. Hvordan vurderes utviklingen for eksamen og sensuren i de tre årene?
7. Er eksamensoppgaven utformet på en forståelig måte med hensyn til tekst og illustrasjoner?
8. Hva slags undervisning har elevene fått i bruk av digitale hjelpemidler, og hvordan har de vært forberedt på å bruke digitale hjelpemidler på eksamen?
9. Hvordan fungerer eksamensoppgaven for elevene som presterer svakest?

Datainnsamlingen for undersøkelsen har vært sammensatt. Vi har sendt ut et elektronisk spørreskjema til matematikklærere på 10. trinn som har hatt elever oppe til eksamen. I tillegg har vi gjennomført kvalitative intervjuer med lærere og elever ved fire skoler samt gjennomført klasseromsobservasjoner. Dessuten har vi lagt til spørsmål i Utdanningsdirektoratets spørreundersøkelse til sensorene og analysert eksamensbesvarelser.

Nedenfor følger noen sentrale konklusjoner fra årets rapport og fra prosjektet.

En god og rettferdig eksamen

Den sentrale konklusjonen i rapporten er at eksamenene i all hovedsak framstår som rettferdig og med høy kvalitet alle tre årene. I dette ligger det at de ulike oppgavene i eksamenssettene har vært nært knyttet til undervisningen som elevene har fått, og kompetansemålene som er nedfelt. Eksamen i matematikk har høy legitimitet blant elever og lærere. Mer konkret er nesten alle deler av læreplanen gjort til gjenstand for prøve i årene vi har studert. Denne konklusjonen samsvarer også med lærernes egne vurderinger, mens det er en økende andel av sensorene som mener at det er deler av læreplanen som aldri blir testet.

Elever og lærere opplever også i hovedsak at innholdet i eksamensoppgavene er i tråd med opplæringen som er gitt. Vi ser at eksamenen i stor grad ligger tett på innholdet i lærebøkene elevene har, og det er ingen systematiske forskjeller mellom ulike læreverk. Da vi gikk inn på digitale verktøy spesielt, så vi imidlertid at elevene er gitt ulik opplæring i bruk av disse. Spesielt er det få som har fått opplæring i CAS¹. Dette gir kandidatene systematisk forskjellige muligheter til å nyttiggjøre seg digitale hjelpemidler på eksamensdagen. Det er nærliggende å konkludere med at denne typen forskjeller utfordrer idealet om at i en eksamen skal kandidatene ha like vilkår til å besvare oppgavene de er gitt.

Det dominerende bildet av at eksamenen har holdt god kvalitet, styrkes også av analysene av vanskegrad og arbeidsmengde som er gjort på grunnlag av vurderingsskjemaene. I all hovedsak var vanskegraden tilstrekkelig variert til at elever på alle prestasjonsnivåer fikk mulighet til å få vist sin kompetanse – med unntak av de elevene som presterer svakest, som vi kommer tilbake til. Våre analyser viser også at det er forholdsvis få elever som opplever

1 CAS – Computer Algebra System. For eksempel inneholder det mye brukte programmet GeoGebra en CAS-del.

å ha fått for lite tid, og det er få tegn til at elevene systematisk ikke rekker de siste oppgavene på eksamenssettet.

Når det gjelder språk og bruk av illustrasjoner, er hovedbekymringen at det store flertallet av oppgaver stiller språklige krav. Selv om lesing er en grunnleggende ferdighet også i matematikk, er det ikke nødvendig å teste denne ferdigheten i nesten alle eksamensoppgavene. Vi har analysert ut fra en rekke språklige trekk som vi vet kan føre til at oppgaver blir vanskeligere for elever med svake leseferdigheter, og anbefaler å jobbe videre med å redusere forekomsten av flere av disse.

Kjennskap til en del av begrepene henger sammen med forhold som ikke gjelder matematisk kompetanse, men som i større grad vil variere med om man er født utenfor Norge, og elevenes sosiokulturelle og sosioøkonomiske bakgrunn. Dette vil da kunne påvirke om eksamenen er rettferdig. Det avgjørende hensynet i vurderingen av rettferdighet er hvorvidt kandidatene har like vilkår til å prestere, og om det er likhet i vurderingene som gjøres. Gitt at vi har konkludert med at eksamenen gjennomgående har vært god i prosjektperioden, så har vi også i all hovedsak konkludert med at den er rettferdig. Men den språklige kompleksiteten i en del oppgaver aktualiserer spørsmålet om hvorvidt noen elevgrupper rammes urimelig.

For at eksamenen skal være rettferdig, er det også en forutsetning at bokmåls- og nynorskelevne får oppgaver som stiller de samme kravene. Hvert år har det vært språklige forskjeller mellom eksamenssettene på bokmål og nynorsk, men for eksamenssettene under ett er det ingen systematisk skjevhet mellom bokmåls- og nynorskelever.

Sensorenes vurderinger

En økende andel av sensorene forteller at de ikke opplever utfordringer når det gjelder å sikre rettferdig sensur. Veiledningsdokumentene oppfattes av sensorene som bedre i år enn for tre år siden, men fortsatt er ønsket at forhåndssensurrapporten skal komme tidligere. Et moment i den sammenheng er også at digitale leveringer har økt i prosjektperioden.

Flere sensorer trekker fram at de elevene som presterer svakest, i liten grad får mulighet til å vise sin helhetlige kompetanse siden mange av oppgavene er flervalgsoppgaver og oppgaver der det bare skal oppgis ett svar. Videre viste våre analyser av vurderingsskjemaer fra eksamenen i 2017 at det var til dels stor ulikhet i vurderingen mellom sensorene på de oppgavene som krevde bruk av digitale hjelpemidler, oppgavene hvor elevene selv velger en hensiktsmessig metode, og oppgaver som stiller høyere krav til kommunikasjon og begrunnelse.

Elevene som presterer svakest

I årets rapport har vi sett særskilt på elever som presterte svakt til eksamen. Spørsmålet var hvorvidt de hadde samme mulighet som andre til å vise fram kompetansen. Av den tiendedelen som presterte svakest, var det gjennomgående slik at de fikk til svært få av oppgavene på del 2. Oppgavene de mestrer, er i stor grad flervalgsoppgavene og oppgaver på et nivå tilsvarende kompetansemålene på 4. og 7. trinn i grunnskolen. Ifølge vurderingsforskriften § 3-3 (forskrift til opplæringslova 2006) skal karakteren settes på basis av kompetansemålene. Våre analyser tyder på at elevene i liten grad oppfyller kravene til karakteren 2 ifølge kjennetegn på måloppnåelse. Statistikken viser derimot at mange av disse elevene får de poengene som skal til for å få karakteren 2 ifølge poenggrensene som er satt, og at de ender opp med karakteren 2.

På spørsmål til lærere ble det framhevet at oppgavene på årets oppgavesett ikke ble vurdert som veldig vanskelige. En gjennomgående oppfatning synes snarere å være at eksamenen kunne vært noe vanskeligere.

Utviklingen i perioden 2017–2019

På bakgrunn av de dataene vi har samlet inn, vil vi trekke fram noen utviklingstrekk gjennom denne treårsperioden. For det første har dette vært tre år der våre informanter gjennomgående har syntes at eksamenene har vært ganske gode. I den sammenheng er det relevant å trekke fram at oppgavenes utforming og i en del tilfeller også selve spørsmålsformuleringen kan minne om hverandre fra år til år. Dette er imidlertid ikke noen selvfølge. Flere av informantene har referert til eksamenen i 2015 som et eksempel på en eksamen som ikke fungerte særlig godt.

På to områder har det skjedd betydelig endring i perioden: Vektingen mellom del 1 og del 2 er sterkt endret, og andelen flervalgsoppgaver er økt radikalt. Når det gjelder den samlede vanskegraden på eksamensoppgavene, viser IRT-analysene i Bjørnsson (2020) at elevenes kompetanse er endret «svært lite» i treårsperioden 2017–2019 (ibid.:21), og samtidig at det er «meget små» endringer i oppgavenes vanskegrad (ibid.:15). Likevel har gjennomsnittskarakteren økt fra 3,4 til 3,6. Når vi husker at en økning på én tiendedel vil tilsi at hver tiende elev får én karakter høyere, må en økning på to tiendedeler karakteriseres som en betydelig økning. IRT-analysene tar imidlertid ikke hensyn til vekting av oppgavene. Dette tyder på at de forbedrede eksamensresultatene i hovedsak skyldes endringen i vektingen mellom de ulike oppgavene. Når del 1 får større vekt og den vanskeligere del 2 får mindre vekt,

påvirker det karakterene i positiv retning når ikke karaktergrensene endres. Det har blitt vesentlig enklere å få karakteren 2.

Gjennom treårsperioden har eksamenens tilknytning til læreplanen og undervisningen holdt seg på et høyt nivå, arbeidsmengden på eksamenssettet har i liten grad endret seg gjennom årene, og sensorene er fornøyde med bedring i sensorveiledningen.

Innenfor de rammene som er satt, har eksamensoppgavene for 2017–2019 i hovedsak vært gode og rettferdige, sett i lys av de rammene som LK06 setter. Fagfornyelsen har nye vektlegginger som vil sette krav til endringer i eksamensformen, men mange momenter fra dagens eksamensform og fra våre rapporter vil være relevante også i utformingen av framtidens eksamener.

Summary

The theme of the report is the 10th year mathematics examination in the period 2017–2019. This is the last of three reports, each of which has looked at the relevant year's exam. In addition, we have given priority to highlighting a particular theme each year. In the first report (Andresen et al. 2017), the focus was on the impact of the language and concepts used in the exam questions, while in last year's report (Bjørnset et al. 2018), we analysed the significance of the exam's strong emphasis on the candidates' digital skills. The focus of this year's report is a comprehensive assessment of the mathematics exam held in the period in question. In addition, we place a particular emphasis on the poorest performing pupils, i.e. those who attained an average grade of '1' or '2' for the year, pupils who scored the lowest 10–30 per cent of points in the exam, as well as minority language pupils and pupils with poor literacy skills.

Common to all reports is the question of whether the exam is fair and whether it is perceived to be fair, and as such enables all candidates to be assessed on equal terms. The project seeks to answer nine questions.

1. Is there a close correlation between the exam syllabus and what is actually taught?
2. Are the assessments consistent across examiners?
3. Does the exam include questions of varying degrees of difficulty that can measure all levels of competence?
4. What do the pupils think of the amount of work required in the exam in relation to the time available to complete the exam and the time they can spend on parts 1 and part 2 respectively?
5. Is the design of the exam paper suitable for assessing the pupils' mathematics skills?
6. Assessment of how the exam and the exam marking have developed in the three-year period.
7. Is the exam paper comprehensible in terms of text and illustrations?
8. What kind of teaching did the pupils receive in using digital aids, and how were they prepared for the use of digital aids in the exam?
9. How well does the exam work for the poorest performing pupils?

The data collection for the survey was complex. We sent an electronic questionnaire to mathematics teachers whose 10th year pupils were taking the exam. In addition, we conducted qualitative interviews with teachers and pupils at four schools, and undertook classroom observations. We also added questions to the Directorate of Education's questionnaire for the examiners and analysed the exam answers.

Below are some key conclusions from this year's report and from the project.

A good-quality and fair exam

The main conclusion of the report is that the exam was, on the whole, fair and of a high quality in all three years. This implies that the various questions in the exams were closely correlated to the teaching that the pupils had received and the expressed competence objectives. Mathematics exams have a high level of legitimacy among pupils and teachers. More specifically, almost all parts of the syllabus were tested in the years we studied. This conclusion also matches the teachers' own assessments, while an increasing proportion of the examiners believe that some parts of the syllabus are never tested in the exam.

Pupils and teachers further find that the content of the exam is mostly in line with what is actually taught. We have observed that the exam is closely correlated to the content of the pupils' textbooks, and that there are no systematic differences between the various learning materials. When we looked at digital tools specifically, however, we found a variation in the teaching that pupils had received. In particular, few had received training in CAS². There is therefore a systematic difference in the candidates' opportunities for making use of digital aids in the exam. The clear conclusion is that these kinds of differences challenge the ideal that candidates should be able to answer exam questions on equal terms.

The dominant impression that the exam has maintained a high quality is also reinforced by the analyses of degree of difficulty and amount of work entailed in the exam based on the assessment forms. The degree of difficulty was, for the most part, sufficiently varied to enable pupils at all levels of achievement to demonstrate their competence – with the exception of the poorest performing pupils, whom we will return to. Our analyses also show that relatively few pupils felt they did not have enough time to complete the

2 CAS – Computer Algebra System. For example, the popular program GeoGebra contains a CAS section.

exam, and there are few indications that the pupils are systematically failing to complete the final questions in the exam.

With regard to language and the use of illustrations, the main concern is that the vast majority of questions entail linguistic challenges. Although reading is a basic skill, including in mathematics, it is not necessary to test this skill in almost all of the exam questions. We have analysed a range of linguistic features that we know can make questions more difficult for pupils with poor reading skills, and recommend that further steps are taken to reduce the incidence of these.

Knowledge of some of the concepts is linked to factors that are not related to mathematical competence, but which will largely vary depending on whether pupils are born in or outside Norway and their socio-cultural and socio-economic background. This may in turn impact on the fairness of the exam. The deciding factor in assessing fairness is whether the candidates can perform on equal terms and whether the assessments made are equitable. Given that we have concluded that the exam has consistently been of a good quality during the project period, we have also mainly concluded that it is fair. However, the linguistic complexity of some questions raises the question of whether some pupil groups are unfairly disadvantaged.

For the exam to be fair, Bokmål and Nynorsk pupils also need to be given questions that entail the same linguistic challenges. Each year, there have been weaknesses in the translations that have led to concerns being raised at the individual question level, but for the mathematics exams as a whole, there is no systematic bias between Bokmål and Nynorsk pupils.

Examiners' assessments

A growing share of examiners are reporting that they do not encounter challenges when ensuring fair marking. The guidance documents are perceived by the examiners to be better this year than three years ago, but there is still a desire for the advance marking report to be issued at an earlier stage. One element in this context is also that digital submissions have increased during the project period.

Several examiners highlighted how the poorest performing pupils are given little opportunity to show their overall competence, since many of the questions are multiple choice questions and questions that only require a simple answer. Furthermore, our analyses of assessment forms from the 2017 exam showed that there was some significant variation in examiners' assessment of the questions that required the use of digital aids, the questions in

which the pupils themselves choose an appropriate method, and the questions that place higher demands on communication and reasoned answers.

The poorest performing pupils

In this year's report, we have looked specifically at pupils who performed poorly in the exam. The question was whether they had the same opportunity to demonstrate their skills as the other pupils. The tenth of pupils with the poorest performance consistently failed to provide the correct answers to many of the questions in Part 2 of the exam. The questions they managed were mostly multiple choice, and of a level corresponding to the competence objectives for 4th and 7th year in primary school. Section 3-3 of the assessment regulations (Regulations to the Education Act, 2006) stipulates that exams must be marked on the basis of the competence objectives. Our analyses indicate that the pupils seldom meet the criteria for a grade '2' when the outcome achievement standards are applied. However, the statistics show that many of these pupils attain the points needed to secure a grade '2' according to the thresholds set, and therefore end up with a grade '2'.

The teachers' responses indicated that the questions in this year's exam were not considered very difficult. On the contrary, the general view seemed to be that the exam could have been somewhat more difficult.

Developments in the period 2017–2019

Based on the data we collected, we will highlight some trends during this three-year period. First, our informants generally found that the exam in the period was of a fairly high quality. In this context, it is relevant to point out that the design of the questions and, in some cases, the actual formulation of the questions, can be similar from year to year. However, this is not necessarily consistent. Several informants referred to the exam in 2015 as an example of an exam that did not work very well.

There have been significant changes in two areas during the period: the weighting between Part 1 and Part 2 has changed considerably, and the proportion of multiple-choice questions has increased dramatically. With regard to the overall degree of difficulty in the exam questions, the IRT analyses in Bjørnsson (2020) show that the pupils' competence changed 'very little' in the three-year period 2017–2019 (ibid, p. 21) and that there were 'very small' changes in the degree of difficulty of the questions (ibid, p. 15). Nevertheless, the average grade has increased from 3.4 to 3.6. When we remember that an increase of one tenth means that every tenth pupil has moved up one grade, an increase of two tenths must be characterised as a significant

increase. However, the IRT analyses do not take into account the weighting of the questions. This implies that the improved exam results are mainly due to the change in the weighting between the different questions. When Part 1 is given a higher weighting and the more difficult Part 2 is given a lower weighting, and the grading thresholds remain the same, this has a positive impact on the grades. Attaining a grade '2' in the exam has therefore become considerably easier.

Throughout the three-year period, the correlation between the exam syllabus and what is actually taught has remained strong, the amount of work entailed in the exam has changed little and the examiners are satisfied with the improvements in the guidance for examiners.

Within the parameters set, the exam questions for 2017–2019 have mainly been of a high quality and fair, viewed in light of the framework set by the Curriculum for Knowledge Promotion (LK06). The curricular reform has a new focus that will also require changes to the form of exams, but many elements from the current form of exam and from our reports will also be relevant in the design of future exams.

1 Innledning

Temaet for denne rapporten er eksamenen i matematikk på 10. trinn. Prosjektperioden har inkludert tre eksamener, fra våren 2017 til og med våren 2019. Felles for de tre årene er at vi undersøkt hvordan eksamenen har fungert, og om den oppleves å være rettferdig. I tillegg har vi valgt ut et eget tema for hvert av årene. I Andresen et al. (2017) analyserte vi betydningen av språk- og begrepsbruk, mens vi i Bjørnset et al. (2018) tematiserte hvordan bruk av digitale verktøy gir elevene ulike muligheter på eksamensdagen. I denne rapporten skal vi se på elever som presterte svakt på eksamen.

I første delrapport (Andresen et al. 2017:13) argumenterte vi for at kvaliteten på en eksamen er betinget av at eksamenen faktisk måler de kompetansene man prøves i, at det sikres likebehandling mellom kandidatene i vurderingen, og at det er samsvar mellom opplæringen i løpet av skoleåret og det som gjøres til gjenstand for prøve. I et større perspektiv kan det argumenteres for at en eksamen både må være og oppleves å være rettferdig fra år til år for å ha legitimitet som vurdering av elevenes sluttkompetanse i faget og for å inngå som en del av vurderingen av kvaliteten i opplæringen.

Matematikk er et stort fellesfag i grunnopplæringen. Faget er gjennomgående, hvilket innebærer at det fortsetter i videregående opplæring. Ved avsluttende grunnskole kan elever bli trukket ut til å ha eksamen i matematikk både skriftlig og muntlig. En tredjedel skal trekkes ut til skriftlig eksamen, som er den vi har satt søkelys på i dette prosjektet. «Formålet med sentralt gitt eksamen er todelt. Kandidaten skal få anledning til å vise sin kompetanse i samsvar med læreplanen, og eksamenskarakteren skal gi informasjon om kandidatens individuelle kompetanse i faget, slik den ble uttrykt på eksamensdagen.»³

Dette prosjektet er motivert ut fra en bekymring for kvaliteten på eksamenen i matematikk. Denne bekymringen ble utløst av en evaluering fra 2015, hvor man fant at det var for store svingninger fra år til år. Dette gjaldt både eksamenens innhold og form. Mens det førstnevnte handler om hvor vanskelige de ulike oppgavene er hver for seg og samlet, så dreier de formmessige aspektene seg om bruk av temaer, språk og illustrasjoner. Evaluerin-

3 <https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/rammeverk-eksamen/>

gen viste også at matematikkundervisningen varierte for mye i forhold til kompetansemålene, noe som innebar at elevene systematisk har ulike forutsetninger for å prestere på eksamensdagen (Matematikksenteret 2015). Dette leder til sentrale funn vi har gjort tidligere i dette prosjektet, hvor vi har identifisert hvordan forskjeller i beherskelse av språk og begreper (Andresen et al. 2017) og digitale ferdigheter (Bjørnset et al. 2018) gir elevene systematisk ulike forutsetninger for å få vist fram sine matematiske ferdigheter på eksamensdagen.

Problemstillinger for alle årene

1. Sammenheng med læreplanen og med opplæringen
 - a. Hvordan oppfatter lærere og sensorer sammenhengen mellom eksamenssettet og læreplanen i faget?
 - b. Er det samsvar mellom eksamenen og hva elevene har kjennskap til og erfaring med fra opplæringen?
2. Sensorvurdering
 - a. I hvilken grad er det samsvar mellom ulike sensors vurdering?
 - b. Hvor god støtte opplever sensorene å ha fått til å vurdere eksamensbesvarelsene på en lik og rettferdig måte gjennom eksamensveiledning, sensorveiledning og forhåndssensurrapport?
 - c. Hva er lærere og elevers oppfatning av en lik og rettferdig vurdering til eksamen i matematikk?
3. Vanskegrad
 - a. Inneholder eksamenen oppgaver av ulik vanskegrad, som kan måle alle kompetansenivåer (karakterene 1–6)?
 - b. Hvordan opplever elevene vanskegraden på eksamensoppgavene?
4. Arbeidsmengde
 - a. Hvordan vurderer elevene eksamenens arbeidsmengde i forhold til den tiden de har fått til rådighet totalt og på del 1 og del 2 av prøven?
5. Utforming
 - a. Er eksamensoppgaven utformet slik at det er elevens matematikkompetanse som vurderes?
 - b. Vurdering av hvordan oppgavene er bygget opp (f.eks. rekkefølge og avhengighet mellom oppgaver), og hvordan dette kan påvirke elevenes prestasjoner på eksamen
 - c. Er oppgavetekstene språklig sett gode og forståelige for elevene?

- d. Vurdering av hvordan oppgavens design og layout kan ha betydning for elevenes prestasjoner
- 6. Vurdering av utviklingen for eksamenene og sensuren de tre årene
 - a. Skiller noen oppgavesett seg ut med oppgaver av større kompleksitet og krav til kompetanse enn andre?
 - b. Er det variasjoner over tid angående problemstillingene 1–5?

I tillegg har vi inkludert tre problemstillinger om et eget tema som er løftet fram særskilt et av årene i prosjektperioden. Disse tre temaene kan framsettes som egne problemstillinger:

- 7. Er eksamensoppgaven utformet på en forståelig måte slik at det er elevens matematikkompetanse som vurderes?
- 8. Hva slags undervisning har elevene fått i bruk av digitale hjelpemidler, og hvordan har de vært forberedt på å bruke digitale hjelpemidler på eksamensdagen?
- 9. Hvordan fungerer eksamenen for elevene som presterer svakest?

Denne rapporten bygger på tre typer datakilder: (i) dokumentanalyse, (ii) survey til sensorer og lærere og (iii) kvalitative intervjuer med lærere og elever ved fire skoler. Vi trekker også veksler på data som er innsamlet til de foregående rapportene i prosjektet (Andresen et al. 2017; Bjørnset et al. 2018), som ut over de ovennevnte besto av (iv) analyse av vurderingsskjemaer fra sensorene, (v) klasseromsintervensjon og (vi) innsamlede eksamensoppgaver.

Analytisk utgangspunkt

Ved avslutning av grunnskolen gis det standpunktvurdering i alle fag, og i enkelte fag gis også eksamensvurdering etter trekkordning. Prinsippet som legges til grunn for vurderingene, er at elevene skal sikres likebehandling. Dette skal skje gjennom bruk av læreplaner og kompetansemål. Det er likevel sentralt å evaluere hvorvidt en eksamen faktisk fungerer etter intensjonen.

I den sammenheng er det også relevant å trekke inn konsekvensene av eksamen. Tidligere forskning har blant annet pekt på at karakteren i matematikk fra grunnskolen er avgjørende for sannsynligheten for senere frafall fra videregående skole (Hægeland et al. 2010). Forfatterne hevder videre at dette er en sammenheng som er sterkere enn for norsk og engelsk.

Forenklet er eksamen en prøve med to sentrale elementer. For det første skal eleven vise fram kompetansen i et gitt fag. For det andre er eksamen gitt

en ytre ramme i form av en tidsbegrensning. For elevene handler følgelig eksamen om å prestere med mye press og lite tid. I forskrift til opplæringslova heter det:

«Eksamen skal organiserast slik at eleven eller privatisten kan få vist kompetansen sin i faget. Eksamenskarakteren skal fastsetjast på individuelt grunnlag og gi uttrykk for kompetansen til eleven eller privatisten slik denne kjem fram på eksamen.» (Forskrift til opplæringslova § 3-25).

Et viktig spørsmål er derfor hvordan en eksamen kan og bør gjennomføres for å fungere rettferdig, slik at elever som presterer på alle nivåer, får vist sin kompetanse.

Norge har en kompetansebasert læreplan i matematikk (Boesen et al. 2014) og det er utarbeidet kjennetegn på måloppnåelse som uttrykker i hvilken grad eleven har nådd kompetansemålene i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2019b). I læreplanen er formålet med faget, beskrivelsen av hovedområdene og de grunnleggende ferdighetene i tillegg til utformingen av kompetansemålene med på å formidle at det å lære matematikk er noe mer enn å tilegne seg en rekke fakta og gjennomføre prosedyrer man har trent på. Selv om forskriften sier at eksamen skal organiseres slik at eleven kan få vist kompetansen sin i faget, er det klare begrensninger på hvilke kompetanser det er mulig å få vist med noen få timer til rådighet (Niss & Jensen 2002). Det er også utfordrende å vurdere hvilke kompetanser som kreves i løsning av de enkelte oppgavene og på hvilket nivå denne kompetansen ligger, noe som gjelder oppgaver på internasjonale undersøkelser som PISA så vel som eksamensoppgaver gitt i grunnskolen (Pettersen & Nortvedt, 2017). Det er likevel et mål å få et så godt bilde som mulig av kompetansene som kreves til eksamen fordi eksamen også fungerer som tilbakemelding til lærere, skoleeiere og politiske myndigheter. Eksamen har betydning for undervisningen og representerer taket med tanke på hva som forventes i de fleste klasserom (Burkhardt & Schoenfeld, 2018). Standardiserte tester og flervalgstester påvirker undervisningen i større grad enn tester med oppgaver som krever stor grad av problemløsning (Guskey, 1994; Boesen et al., 2014).

I de to foregående rapportene har vi særlig sett på hvordan forhold utenfor selve det rent matematiske kan være avgjørende for hvordan eleven presterer på eksamensdagen. I Andresen et al. (2017) stilte vi spørsmål om hvor gode grunnleggende ferdigheter i lesing og skriving det er rimelig å kreve til eksamen i matematikk. Vårt utgangspunkt var ikke å utfordre at lesing og skriving er grunnleggende ferdigheter som dermed også inngår matematikkfaget, men å spørre om hvilket nivå det er rimelig å forvente at elevene skal ha – herunder peke på at det er systematiske forskjeller i elevenes for-

utsetninger på dette området, knyttet til etnisk, økonomisk og sosiokulturell bakgrunn. I Bjørnset et al. (2018) så vi på betydningen av digitale ferdigheter. Gjennom skoleløpet skal elevene ha fått opplæring i flere typer digitale hjelpemidler, og de skal og kan benyttes i deler av eksamensoppgaven. Men til tross for idealer om lik opplæring har elevene forskjellig tilgang til utstyr, og opplæringen de er gitt, synes å variere. Digitale ferdigheter er følgelig også et eksempel på at elevene stiller ulikt til start på eksamensdagen.

I årets rapport skal vi trekke veksler på de to foregående rapportene, men vi vil også se særskilt på elever som presterer svakt på eksamen. Mer konkret setter vi søkelys på elever som har karakteren 1 og 2 i standpunkt, elever som har blant de 10–30 prosent svakeste poengskårene på eksamen, samt minoritetsspråklige elever og elever med lese- og skrivevansker.

Et viktig spørsmål er hvorvidt elever som presterer på ulikt nivå, har tilnærmet like muligheter til å vise fram den kompetansen de besitter. Det må følgelig være et tilstrekkelig antall oppgaver som gjør at de svakest presterende har mulighet til få poeng i overenstemmelse med eget mestringsnivå. Dette handler potensielt sett om både oppgavenes vanskegrad og den formen de er gitt.

Gangen i rapporten

I kapittel 2 presenteres de datakilder og metoder som benyttes i rapportene. I kapittel 3 ser vi på vanskegrad og elever som presterer svakt. Kapittel 4 handler om de digitale skillelinjene. I kapittel 5 ser vi på det formmessige uttrykket som er benyttet i årets eksamen. Vi ser her på fire forhold: bruk av tekst, illustrasjoner, arbeidsmengde og oppgavenes struktur. Kapittel 6 tematiserer samsvaret mellom eksamenen og undervisningen elevene har fått, mens kapittel 7 omhandler sensorenes arbeid. I kapittel 8 tar vi et historisk tilbakeblikk og ser på eksamensoppgaver over tid. I rapportens siste kapittel oppsummer vi de viktigste funnene.

Eksamen

16.05.2019

MAT0010 Matematikk

Del 1



Skole:	Kandidatnr.:	Del 1 + _____ ark fra Del 2
--------	--------------	-----------------------------

Bokmål

Til skolen: Ved digital innlevering av Del 1 må skolen føre kandidatnummer på hvert ark før skanning og opplasting i PGS.

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid:	5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut samtidig. Del 1 skal du levere innen 2 timer. Del 2 skal du levere innen 5 timer.								
Hjelpemidler på Del 1:	Ingen hjelpemidler er tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.								
Framgangsmåte og forklaring:	Del 1 har 20 oppgaver. Skriv med penn når du krysser av eller fører inn svar i Del 1. I regneruter skal du vise hvordan du kommer fram til svaret. Du skal ikke kladde på oppgavearkene. Bruk egne kladdeark. På flervalgsoppgavene setter du bare ett kryss per spørsmål. Eksempel: Uttrykket $3 \cdot (1+2 \cdot 2)^2$ har verdien <table><tr><td>35</td><td>50</td><td>62</td><td>75</td></tr><tr><td>☐</td><td>☐</td><td>☐</td><td>☒</td></tr></table>	35	50	62	75	☐	☐	☐	☒
35	50	62	75						
☐	☐	☐	☒						
Veiledning om vurderingen:	Den høyeste poengsummen i Del 1 er 31, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du - viser regneferdigheter og matematisk forståelse - gjennomfører logiske resonnementer - ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner - kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler - forklarer framgangsmåter og begrunner svar - skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger - vurderer om svar er rimelige								
Andre opplysninger:	Kildeliste for bilder, tegninger mm.: - Forside Del 1, www.independent.ie (05.02.2017) - Vaffel: raaturmat.no (01.03.2019) - Netflix: www.netflix.com/no (01.03.2019) - Bilskilt: www.olavsplates.com (01.03.2019) - Jorda og sola: www.shepherdpress.com (01.03.2019) - Vespa: www.ungdata.no (28.02.2019) - Bukse: www.nike.com (01.03.2019) - Gloria: www.verywellfamily.com (01.03.2019) - Is/saftis: henning-olsen.no / ndla.no (01.03.2019) - Smågodt: europis.no (01.03.2019) - Andre bilder, tegninger og figurer: Utdanningsdirektoratet								

Del 1 skal leveres innen 2 timer
Maks 31 poeng
Hjelpemidler: vanlige skrivesaker, linjal med centimetermål og vinkelmåler

Oppgave 1 (2 poeng)

a) Nicolai skal lage vafler.

I oppskriften står det at han trenger 6 dL melk til 4 personer.

Nicolai trenger _____ L melk til 8 personer.



b) Seks episoder av en serie på Netflix varer i til sammen fem timer.

I gjennomsnitt varer en episode i _____ min.

**Oppgave 2** (2 poeng)

Regn ut

a) $\frac{1}{5} + 0,8 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{(2^3 + 2)^2}{\sqrt{100}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Oppgave 3 (1 poeng)

Anne, Birger, Camilla og Daniel skulle printallsfaktorisere tallet 84.

Hvem av dem har gjort dette på riktig måte?

Anne	Birger	Camilla	Daniel
$0 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$	$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
☐	☐	☐	☐

Kandidatnummer: _____

Oppgave 4 (2 poeng)

I en kasse ligger det 60 epler.

- 20 % av eplene er grønne.
- $\frac{7}{12}$ av eplene er røde.
- Resten av eplene er gule.



a) Hvor mange grønne epler ligger det i kassen?

Svar: _____ epler

b) Hvor stor del av eplene er gule?

$$\frac{13}{60}$$

☐

$$\frac{5}{12}$$

☐

$$\frac{1}{4}$$

☐

$$\frac{1}{3}$$

☐

Oppgave 5 (1 poeng)

Norske biler har registreringsnummer som består av to bokstaver og fem siffer.

Se eksempelet nedenfor. Det første av de fem sifrene kan ikke være 0.



Hvor mange norske biler kan ha registreringsnummer med bokstavene EK?

$$0 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

☐

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

☐

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

☐

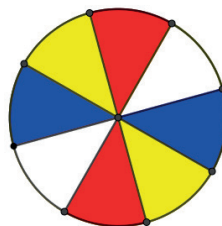
$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$$

☐

Oppgave 6 (2 poeng)

Et lykkehjul har 8 like store felt

- 2 røde
- 2 gule
- 2 blå
- 2 hvite



- a) Bestem sannsynligheten for at lykkehjulet stopper på et rødt felt.

Svar: _____

- b) Bestem sannsynligheten for at lykkehjulet stopper på et gult felt to ganger på rad.

$$\frac{2}{56}$$



$$\frac{4}{32}$$



$$\frac{4}{16}$$



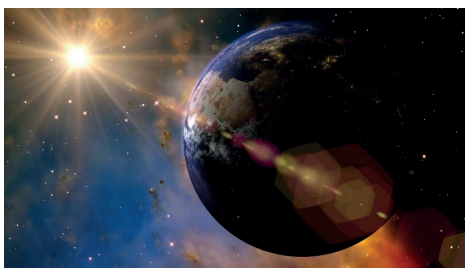
$$\frac{4}{64}$$

**Oppgave 7** (1 poeng)

Avstanden fra jorda til sola er omtrent 150 000 000 km.

Hvordan skriver vi denne avstanden på standardform?

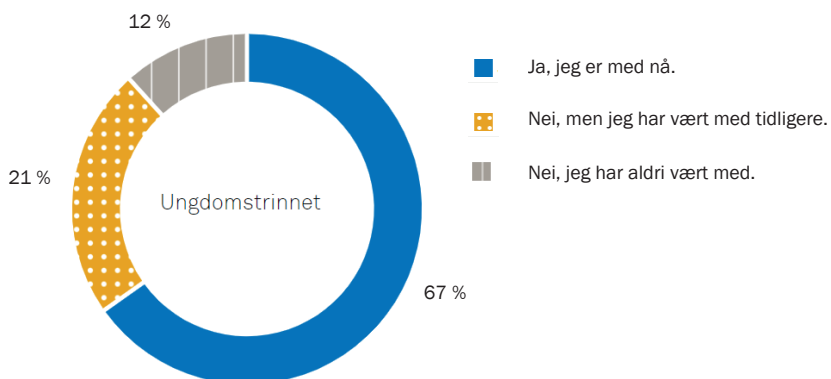
- ☐ $1,5 \cdot 10^8$ km
- ☐ $150 \cdot 10^8$ km
- ☐ $1,5 \cdot 10^6$ km
- ☐ $15 \cdot 10^6$ km



Kandidatnummer: _____

Oppgave 8 (2 poeng)

I en undersøkelse ble elever på ungdomstrinnet spurt om de er med i en fritidsorganisasjon nå, eller om de har vært med tidligere. Diagrammet nedenfor viser den prosentvise fordelingen av svarene.



a) Omtrent hvor stor del av elevene er med i en fritidsorganisasjon nå?

$$\frac{3}{25}$$

☐

$$\frac{2}{5}$$

☐

$$\frac{3}{4}$$

☐

$$\frac{2}{3}$$

☐

b) 40 000 elever deltok i undersøkelsen.

Hvor mange elever sier at de ikke er med nå, men at de har vært med i en fritidsorganisasjon tidligere?

4 800

☐

8 400

☐

13 200

☐

31 600

☐

Kandidatnummer: _____

Oppgave 9 (1 poeng)

Cecilie kjører med en jevn fart på 40 km/h.

Hvor langt kjører hun på 12 min?

- ☐ 8 km
- ☐ 12 km
- ☐ 20 km
- ☐ 40 km



Oppgave 10 (1 poeng)

Adrian skal kjøpe ei bukse som før kostet 700 kroner. Han får 30 % i rabatt.



Hvor mye må Adrian betale for buksa?

210 kroner

400 kroner

490 kroner

670 kroner

☐

☐

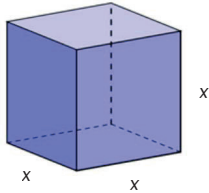
☐

☐

Kandidatnummer: _____

Oppgave 11 (3 poeng)

- a) En kube (terning) har side x .



Volumet av kuben (terningen) kan uttrykkes som

$12x$

☐

$3x$

☐

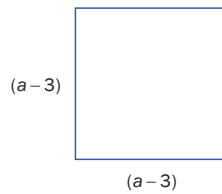
$6x^2$

☐

x^3

☐

- b) Et kvadrat har side $(a-3)$.



Arealet av kvadratet kan uttrykkes som

$a^2 - 6a + 9$

☐

$a^2 - 6a - 9$

☐

$a^2 - 9$

☐

$a^2 + 9$

☐

- c) Skriv dette uttrykket så enkelt som mulig

$$\frac{a^2 - 6a + 9}{a - 3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Oppgave 12 (3 poeng)

Gloria passer barna til naboen på lørdager. Hun får 80 kroner for å møte opp. I tillegg får hun en timelønn på 50 kroner.

En lørdag fikk Gloria til sammen 180 kroner.



a) Hvor mange timer passet hun barna denne lørdagen?

1 time

☐

2 timer

☐

3 timer

☐

4 timer

☐

b) En lineær funksjon som viser sammenhengen mellom hvor lenge Gloria passer barna (x timer), og hvor mye hun får betalt (y kroner), kan uttrykkes som

$$y = 50x$$

☐

$$y = 80x$$

☐

$$y = 2x + 80$$

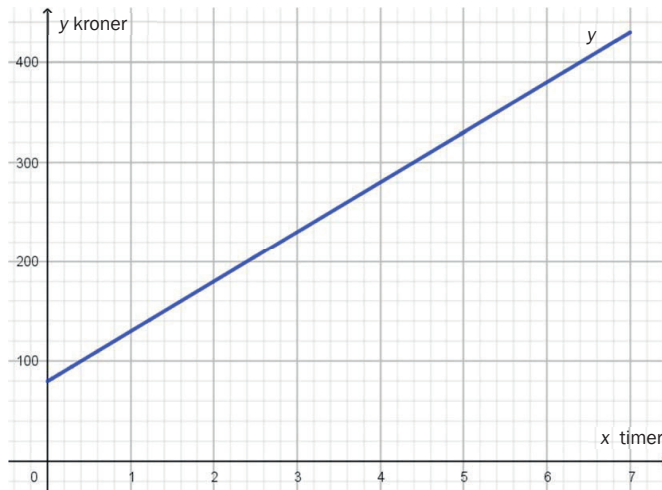
☐

$$y = 50x + 80$$

☐

c) Bruk grafen nedenfor til å bestemme hvor mye Gloria får betalt til sammen en lørdag når hun passer barna i 6 timer.

Svar: _____ kroner



Kandidatnummer: _____

Oppgave 13 (1 poeng)


$$+ + = 68 \text{ kroner}$$


$$+ + + = 86 \text{ kroner}$$

Prisen for en  er _____ kroner.

Kandidatnummer: _____

Oppgave 14 (1 poeng)

0,25 kg smågodt koster 35 kroner.

Hvordan regner vi ut prisen per kilogram?



$$\frac{0,25 \text{ kg}}{35 \text{ kroner}}$$

☐

$$0,25 \text{ kg} \cdot 35 \text{ kroner}$$

☐

$$0,25 \text{ kg} - 35 \text{ kroner}$$

☐

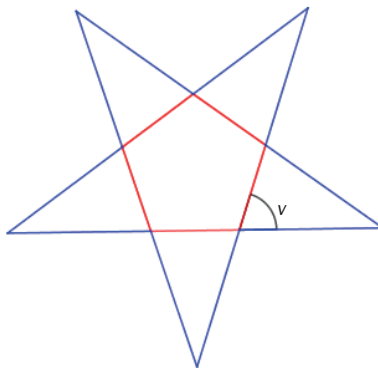
$$\frac{35 \text{ kroner}}{0,25 \text{ kg}}$$

☐

Oppgave 15 (1 poeng)

Figuren nedenfor er satt sammen av **en regulær femkant** og **fem kongruente trekanter**.

Bestem ved regning hvor mange grader $\angle v$ er.



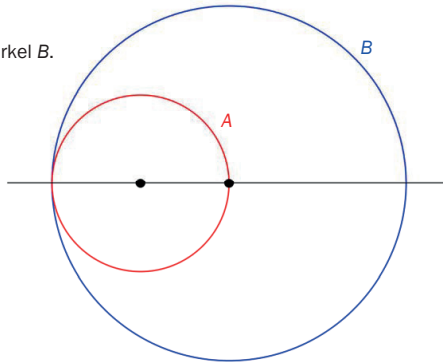
Løs oppgave 15 her:

Kandidatnummer: _____

Oppgave 16 (1 poeng)

Diameteren til sirkel A er lik radiusen til sirkel B.

Hva kan vi si om arealet til sirkel B sammenliknet med arealet til sirkel A?



- ☐ Det er dobbelt så stort.
- ☐ Det er tre ganger så stort.
- ☐ Det er fire ganger så stort.
- ☐ Det er større, men vi kan ikke bestemme nøyaktig hvor mye større.

Oppgave 17 (2 poeng)

Løs likningene

a) $9x - 13 = 6x + 2$

$x = 4$



$x = 5$



$x = 6$



$x = 7$



b) $2(x - 1) = 1 + \frac{x}{2}$

Løs oppgave 17 b) her:

Kandidatnummer: _____

Oppgave 18 (1 poeng)

Ane lager saftis. Hun bruker *en* del saft og *tre* deler vann.

Hvor mye saft bruker hun til en blanding på til sammen 12 dL?

3 dL

☐

4 dL

☐

6 dL

☐

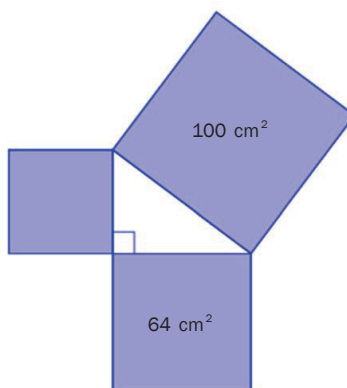
8 dL

☐



Oppgave 19 (1 poeng)

Figuren nedenfor viser en rettvinklet trekant og tre kvadrater. Arealene av de to største kvadratene er 64 cm^2 og 100 cm^2 .



Bestem lengden av den korteste siden i trekanten.

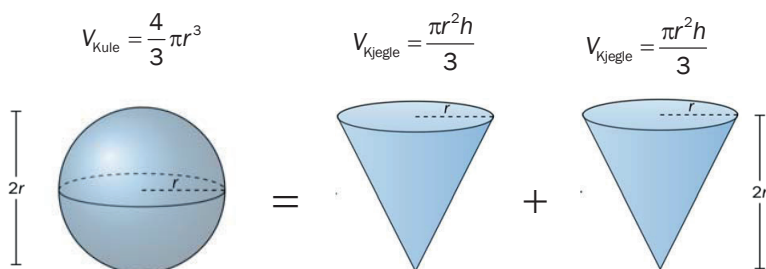
Løs oppgave 19 her:

Kandidatnummer: _____

Oppgave 20 (2 poeng)

En kule har diameter lik $2r$. To kjegler har begge høyde h lik $2r$.

Bruk formlene nedenfor, og vis at volumet til kule er like stort som volumet av de to kjeglene til sammen.



Løs oppgave 20 her:

Eksamen

16.05.2019

MAT0010 Matematikk

Del 2

Jorda rundt



Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut samtidig. Del 1 skal du levere innen 2 timer. Del 2 skal du levere innen 5 timer.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon, etter at Del 1 er levert inn. Før Del 1 er levert inn, er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Framgangsmåte og forklaring:	Del 2 har 9 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Vis hvordan du har kommet fram til svarene. Før inn nødvendige mellomregninger. Skriv med penn. I oppgaver der du bruker regneark, skal du vise hvilke formler du har brukt i regnearket. I oppgaver der du bruker digital graftegner, skal skala og navn på aksene være med på graftegningen.
Veiledning om vurderingen:	Den høyeste poengsummen i Del 2 er 33, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kildeliste for bilder, tegninger mm.: • Verdensflagg: www.verdensflagg.no (01.03.2019) • Tidssoner: youtube.com (01.03.2019) • London Eye: snl.no/London_Eye (01.03.2019) • Tokyo, New York: reisetips.nettavisen.no (01.03.2019) • T-skjorter: www.nytimes.com (01.03.2019) • Jorda og månen: space.stackexchange.com (01.03.2019) • Satellitter: www.mathopenref.com (01.03.2019) • Pyramide Louvre: theculturetrip.com (01.03.2019) • Andre illustrasjoner og bilder: Utdanningsdirektoratet

Del 2 skal leveres innen 5 timer

Maks 33 poeng

Hjelpemidler: Se side 2

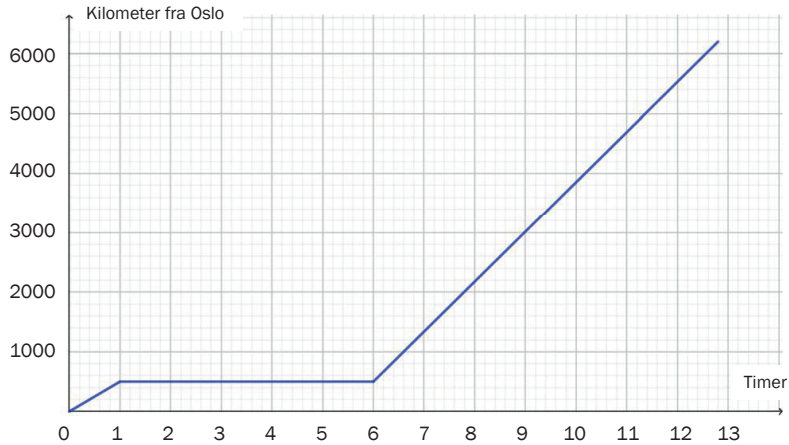
Oppgave 1 (4 poeng)

Verdens fem største land sortert etter areal	
Land	Areal (km ²)
Russland 	17 098 240
Canada 	9 984 670
USA 	9 831 510
Kina 	9 562 911
Brasil 	8 515 770

- Lag et stolpediagram som viser hvor stort areal hvert av de fem landene har.
- Bestem variasjonsbredden for arealene til de fem landene.
- Hvor mange prosent større er arealet av Russland enn arealet av Brasil?

Oppgave 2 (3 poeng)

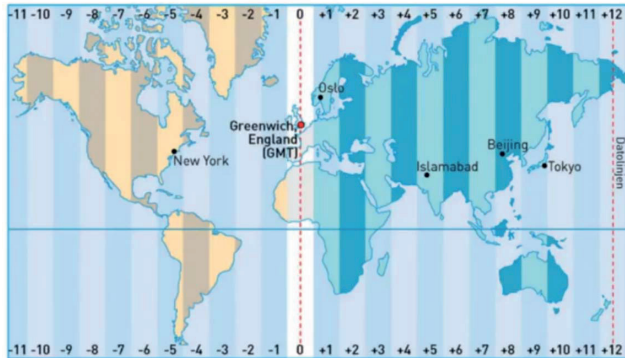
Maren reiste med fly fra Oslo til New York. Hun mellomlandet i København.
Diagrammet nedenfor viser en grafisk fremstilling av turen hennes.



- a) Omtrent hvor lang var hele flyturen fra Oslo til New York? Gi svaret i kilometer.
- b) Hvor lenge var Maren i København?

Maren startet i Oslo klokka 06.00 og reiste i totalt 12 timer og 55 minutter.

- c) Bruk kartet nedenfor til å avgjøre hva klokka var i New York da hun landet.



Oppgave 3 (4 poeng)

London Eye er et pariserhjul.

Billett	Pris
Voksne (over 16 år)	£ 27
Barn	£ 22

1 £ (pund) $\approx$ 11 NOK (norske kroner)



Kari og Trude er over 16 år, mens Tomas er 14 år.

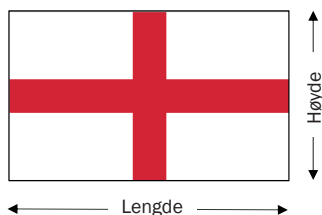
a) Hvor mye må de tre til sammen betale for billettene? Gi svaret i norske kroner.

Pariserhjulet har en omkrets på omtrent 377 m. En vogn bruker 30 min på en hel runde.

b) Bestem gjennomsnittsfarten til vognen. Gi svaret i kilometer per time (km/h).

Englands flagg har form som et rektangel. Forholdet mellom lengde og høyde er 5 : 3.

Flagget har et rødt kors. Bredden til de røde stripene i korset er $\frac{1}{5}$ av flaggets høyde.



c) Et flagg har en lengde på 7,5 m. Hvor stor er bredden på de røde stripene?

Oppgave 4 (4 poeng)**REGNEARK**

Therese lager et budsjett for en ferietur til Tokyo i høstferien. Ferieturen skal vare i 7 dager.



- a) Lag og fullfør Therese sitt budsjett som er vist nedenfor.
Vis også hvilke formler du har brukt. Alle beløp er gitt i norske kroner.

	A	B	C	D
1	Budsjett for ferietur til Tokyo			
2				
3	Feriedager	7		
4				
5	Utgiftsposter	Gjennomsnitt per dag		Utgifter
6	Flyreise tur/retur			7000,00
7	Kollektivtransport		100,00	
8	Hotell		800,00	
9	Mat		300,00	
10	Shopping		400,00	
11	Inngang severdigheter		100,00	
12	Sum utgifter			
13				
14	Inntektsposter	Timer	Timelønn	Inntekter
15	Sommerjobb	120	115,00	
16	Pengegaver bursdag			3000,00
17	Sum inntekter			

- b) Hvor mange flere timer må Therese jobbe i sommer for å få råd til å reise til Tokyo?

Oppgave 5 (5 poeng)

GRAFTEGNER



En bedrift lager og selger inntil 2000 T-skjorter hver dag.
Dersom bedriften lager og selger x T-skjorter, er inntektene $I(x)$ kroner, der

$$I(x) = 60x$$

- a) Hva er prisen for en T-skjorte?
- b) Tegn grafen til funksjonen I for $0 \leq x \leq 2000$.

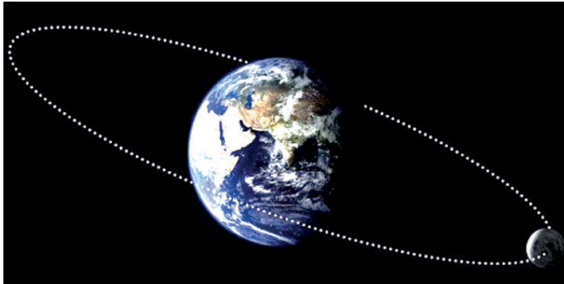
Kostnadene $K(x)$ kroner for å lage T-skjortene er gitt ved

$$K(x) = 0,02x^2 + 31x + 5000$$

- c) Tegn grafen til funksjonen K for $0 \leq x \leq 2000$ i samme koordinatsystem som du brukte i oppgave b).
- d) Hvor mange T-skjorter må bedriften lage og selge en dag for at inntektene skal være høyere enn kostnadene?

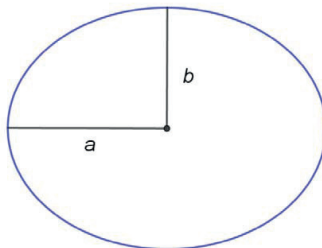
Oppgave 6 (2 poeng)

Månen bruker ca. 29,5 døgn på én runde rundt jorda. Et år regnes som 365 døgn.



- a) Bestem hvor mange hele runder månen går rundt jorda i løpet av et år.

Månens bane rundt jorda danner en ellipse. Se figuren nedenfor. Avstandene a og b er månens lengste og korteste avstand fra månen til jorda målt i kilometer.



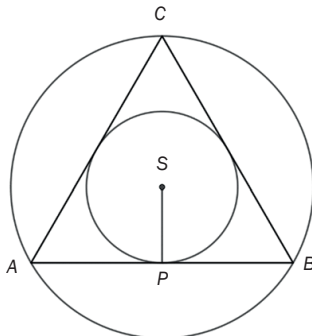
Vi kan bestemme omkretsen O av månens bane ved å bruke formelen

$$O = 2\pi \cdot \sqrt{0,5 \cdot (a^2 + b^2)}$$

- b) Bruk formelen ovenfor til å bestemme omkretsen O av månens bane når $a = 405\,000$ og $b = 363\,000$.

Oppgave 7 (3 poeng)

Figuren nedenfor viser en likesidet trekant ABC med en innskrevet og en omskrevet sirkel med sentrum i S . SP er radius i den innskrevne sirkelen.



Konstruer eller tegn figuren. Du kan bruke en av framgangsmåtene nedenfor. Dersom du bruker dynamisk geometriprogram, må du oppgi hvilke nødvendige kommandoer/ framgangsmåter som er brukt.

Passer, linjal og blyant (konstruksjon):

- Avsett $AB = 10,0$ cm
- Konstruer $\angle A = 60^\circ$
- Avsett $AC = 10,0$ cm
- Trekk BC
- Halver $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ og bestem skjæringspunktet S mellom halveringslinjene
- Slå en sirkel med sentrum i S gjennom A , B og C
- Konstruer en normal på AB gjennom S , normalen skjærer AB i punktet P
- Slå en sirkel med sentrum i S og radius SP

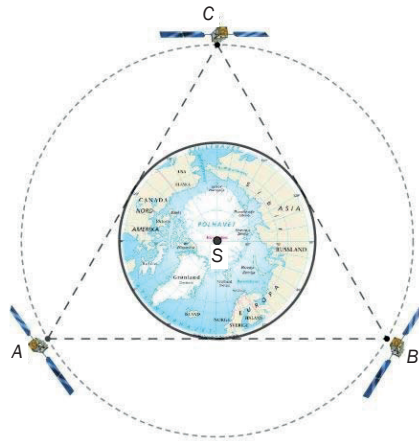
Dynamisk geometriprogram (tegning):

- Avsett $AB = 10,0$ cm
- Lag en likesidet $\triangle ABC$
- Lag en sirkel gjennom A , B og C
- Bestem sentrum S i sirkelen
- Lag en normal på AB gjennom S , normalen skjærer AB i punktet P
- Lag en sirkel med sentrum i S og radius SP

Oppgave 8 (3 poeng)

Omkretsen av jorda ved ekvator er 24 901,5 miles. $1 \text{ mile} \approx 1,60934 \text{ km}$.

- a) Vis at omkretsen av jorda ved ekvator er omtrent 40 075 km.
- b) Vis at radius til jorda ved ekvator er omtrent 6 378 km.

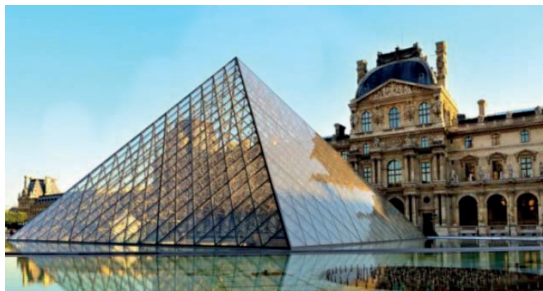


Skissen ovenfor viser jorda sett fra verdensrommet. Tre satellitter dekker til sammen hvert punkt på ekvator. Satellittene former en likesidet trekant. Vi ser jorda som en innskrevet sirkel i den likesidede trekanten, og satellittbanen er en omskrevet sirkel.

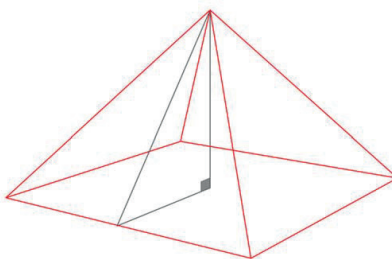
- c) Hvor høyt over jordas overflate går satellittene i bane?

Oppgave 9 (5 poeng)

Glasspyramiden som er inngangen til museet Louvre, er et verk av arkitekten Leoh Ming Pei. Pyramiden har en kvadratisk grunnflate på 1225 m^2 . Pyramiden er $21,65 \text{ m}$ høy.



- a) Vis at siden i grunnflaten er 35 m .



- b) Vis at arealet av de fire sideflatene i pyramiden til sammen er omtrent 1950 m^2 .

Pyramiden er dekket av glass. Glasset er $21,52 \text{ mm}$ tykt. Massetettheten til glasset er 2400 kg/m^3 .

- c) Bestem samlet masse av glasset i pyramiden.

2 Metode

Datainnsamlingen for undersøkelsen har vært sammensatt. I alt baserer vi oss i årets rapport på fire ulike datakilder: (i) dokumentanalyse, (ii) survey til sensorer og lærere, (iii) kvalitative intervjuer med lærere og elever ved fire skoler og (iv) analyse av vurderingsskjemaer fra sensorene. I tillegg har vi de foregående årene benyttet oss av (v) klasseromsintervensjon og (vi) innsamlende eksamensoppgaver (se Andresen et al. 2017; Bjørnset et al. 2018).

Dokumentanalyse: språk, illustrasjoner og layout

Vi har analysert eksamenssettets språk, illustrasjoner og layout ved hjelp av en metodikk som ble utviklet på grunnlag av en gjennomgang av nyere forskningslitteratur, se kapittel 3 og 7 i den første rapporten (Andresen et al. 2017). Forskningsoppsummeringen viste at det ikke er grunnlag for å konkludere entydig om hvilke språktrekk som gjør eksamensoppgavene vanskeligere for ulike elever, trekkene må sees i sammenheng. Trekkene har vi dels behandlet kvantitativt (antall ord, setninger, lange ord, lavfrekvente ord, sammensatte ord, generelle akademiske ord), og dels kvalitativt (hvilke lavfrekvente ord, sammensatte ord, akademiske ord, hvordan nominaliseringer brukes, lange substantivgrupper, preposisjoner, ordstilling, paratekstlige elementer, illustrasjoner).

Lærebøkene er en viktig del av materialet som brukes i opplæringen, og gir informasjon om hva elevene har kjennskap til fra opplæringen. Eksamensoppgavene er derfor analysert i lys av de mest brukte lærebøkene på 10. trinn. Vi har tatt utgangspunkt i rammeverket som er utarbeidet av Johan Lithner og beskrevet i *A research framework for creative and imitative reasoning* (Lithner 2008) med noen tilpasninger som er beskrevet i kapittel 4 i rapporten fra 2017 (Andresen et al. 2017).

For å se hvordan eksamen har utviklet seg, i et lengre perspektiv, er et utvalg eksamensoppgaver fra perioden 1900 til 2006 gjennomgått. Eksamenssettene er plukket ut for følgende år: 1900/1901, 1912, 1920, 1933, 1941, 1946, 1960/1961, 1979, 1985, 1995 og 2006. I perioden fram til 1962 var eksamen lokalgitt, og for denne perioden har vi tatt med flere eksamenssett for hvert av årene for å undersøke om oppgavene hadde lokalt tilsnitt.

Nettsurvey

For 2019 som de to foregående årene sendte vi ut en spørreundersøkelse til lærere som underviste i matematikk på 10. trinn, og som hadde elever oppe til eksamen dette året. I spørreundersøkelsen i 2019 stilte vi spørsmål til lærerne om deres mening om utformingen av årets matematikkeksamen, samsvaret mellom eksamenen og undervisning, vanskegraden, arbeidsmengden, tekstoppgavene, bruken av digitale verktøy og om svakt presterende elever (karakter 1 og 2) spesielt. Se spørreskjemaet i vedlegg 1. Vi benyttet nettbasert survey, der de fleste spørsmålene har faste svarkategorier, men det er også lagt inn åpne spørsmål der respondentene ikke er bundet av forskernes forhåndsfastsatte alternativer.

Ved 743 skoler ble 10. trinn trukket ut til eksamen i matematikk i 2019, og det er gjort en avgrensning i utvalget til skoler der mer enn ti elever var oppe til eksamen. Dette utgjør 651 skoler. Vi fikk tilsendt e-postadresser til matematikklærere på 10. trinn fra 227 skoler, etter å ha kontaktet rektorer på e-post og telefon. I tillegg har Udir bistått innsamlingen ved å sende ut et skriv til de aktuelle rektorene. Antallet skoler vi fikk tilsendt e-postadresser fra, er likevel lavere enn de foregående årene. Det kan være flere grunner til dette, blant annet at skoler og rektorer ofte mottar mange liknende henvendelser, og dermed ikke har kapasitet til å svare alle.

Undersøkelsen ble sendt ut til 795 matematikklærere i slutten av mai 2019, og vi fikk til sammen 349 svar. Det er imidlertid noen av disse som svarer at de ikke har hatt elever oppe til matematikkeksamen i år og dermed har blitt tilsendt undersøkelsen ved en feil, og videre har disse blitt silt ut av undersøkelsen. I tillegg har ikke alle respondentene svart på hele undersøkelsen, og dermed har de ulike spørsmålene noe ulikt antall svar. Vi vet ikke hvor mange lærere som underviser i matematikk på 10. trinn og har hatt elever oppe til eksamen, men av de adressene vi fikk oppgitt fra skolene, svarte 37 prosent på undersøkelsen. Se tabell 2.1 for en oversikt over bruttutvalg, nettutvalg og svarprosent på spørreundersøkelsen til matematikklærere alle de tre årene i dette prosjektet.

Tabell 2.1 Oversikt over utvalg.

	Bruttoutvalg	Nettutvalg	Svarprosent
2017	1531 lærere ved 510 skoler	795 lærere	52 %
2018	1236 lærere ved 428 skoler	424 lærere	34 %
2019	795 lærere ved 227 skoler	294 lærere	37 %

I tabell 2.1 ser vi at antall respondenter i 2019, både som fikk tilsendt undersøkelsen, og antall svar, er lavere enn antallet ved de to foregående spørreundersøkelsene. Lærere mottar ofte liknende undersøkelser og har også et kapasitetspress. Lav svarprosent truer undersøkelsens representativitet og gir større feilmarginer. Vi skal derfor være svært varsomme med å trekke slutninger om hele populasjonen av lærere som har hatt elever opp til eksamen i matematikk på 10. trinn, basert på foreliggende data.

Selv om antall respondenter og svar er lavere enn de foregående årene, er svarprosenten noe høyere enn i fjor. Dette tilsier at det er et noe mindre frafall i undersøkelsen, samtidig som det er en lavere svarprosent enn i 2017. Som tidligere nevnt er flere av spørsmålene i nettsurveyen stilt både i 2017, 2018 og 2019. Dersom vi forutsetter at frafallet i undersøkelsen er tilfeldig alle tre årene, er det mulig å sammenlikne læreres svar fra ulike år. Selv om dette åpner for å si noe om tendenser over tid, vil vi likevel være varsomme med å trekke bastante konklusjoner om kontinuitet eller endring. Der forskjeller mellom årene er indikert videre i rapporten, er forskjellene statistisk signifikante, noe som tilsier at de ikke skyldes tilfeldigheter, gitt forutsetningene over.

Vi har som nevnt ikke oversikt over antallet matematikklærere som underviser på 10. trinn og har hatt elever oppe til matematikkeksamen i 2019, men tall fra GSI viser at i skoleåret 2018/2019 underviste 7032 lærere i matematikk på 8.–10. trinn, i skoleåret 2017/2018 underviste 7073 lærere i matematikk, og i skoleåret 2016/2017 underviste 7140 lærere i matematikk.⁴ Det vil naturlig nok være et mye lavere antall lærere som underviste i matematikk på 10. trinn, som har hatt elever oppe til matematikkeksamen våren 2019, men dette tallet gir oss en oversikt over det totale antallet matematikklærere som underviser på ungdomsskolen de ulike skoleårene vi har utsendt spørreundersøkelser. Fra GSI får vi også en oversikt over antall studiepoeng matematikklærerne har, noe vi i tillegg har informasjon om fra vår undersøkelse. Dette bakgrunnskjennetegnet gir oss mulighet til å undersøke hvordan disse andelene fordeler seg på henholdsvis det totale antallet matematikklærere på ungdomsskolen og våre respondenter, for på denne måten å si noe om representativitet. En svakhet i vår undersøkelse er at svarkategoriene på dette spørsmålet ikke tilsvarte GSIs svarkategorier nøyaktig, der vi kun har brukt semesterbaserte kategorier som få eller ingen studiepoeng, 30 studiepoeng, 60 studiepoeng, 90 studiepoeng og mer enn 90 studiepoeng, mens GSIs kategorier går fra 0–29 studiepoeng, 30–59 studiepoeng og

4 Grunnskolenes informasjonssystem: <https://gsi.udir.no/app/#!/view/units/collectionset/1/collection/74/unit/1/>

minst 60 studiepoeng. En lærer med eksempelvis 15 studiepoeng i faget, vil i vår undersøkelse falle mellom to kategorier, og det er ikke gitt hva denne læreren vil svare. Dette er en potensiell feilkilde, som gjør at våre data ikke er like nøyaktige som GSIs. Se tabell 2.2 for en oversikt over andelen i de to utvalgene.

Tabell 2.2 Oversikt over matematikklærernes studiepoeng i faget.

	GSI	Vår undersøkelse
Antall matematikklærere 2018/2019	7032	294
Andel matematikklærere med minst 60 studiepoeng i faget	71 %	85 %
Andel matematikklærere med 30–59 studiepoeng i faget	21 %	13 %
Andel matematikklærere med 0–29 studiepoeng i faget	7 %	2 %

I tabell 2.2 ser vi at matematikklærere med minst 60 studiepoeng er noe overrepresentert i vårt utvalg, sammenliknet med matematikklærere på ungdomstrinnet for øvrig. Dette kan indikere at vårt utvalg er systematisk skjevt i favør lærere med minst 60 studiepoeng i faget. Likevel er utvalget vårt relativt lite, og dermed kan et lavt antall respondenter gi betydelig utslag målt med endringer i andeler. Videre bakgrunnskjennetegn på våre respondenter er at det er 54 prosent kvinner og 46 prosent menn, halvparten er under 45 år, 40 prosent har allmennlærerutdanning, og 37 prosent har annen høyere utdanning på fem år eller mer, med praktisk-pedagogisk utdanning. Bortsett fra vår egen avgrensning på å kun trekke ut skoler der det var minst ti elever oppe til eksamen, som gir et systematisk frafall av mindre skoler, mener vi basert på disse bakgrunnskjennetegnene at det er rimelig å anta at det ikke er systematisk skjevhet i dette utvalget.

Vi har også tilgang til resultatene fra Utdanningsdirektoratets spørreskjema til sensorene hvert av de tre årene. Dette besvarer sensorene like etter at sensurarbeidet er ferdig. Svarprosenten har variert noe fra år til år. Av de 315 sensorene ved eksamenen på 10. trinn i år besvarte 248 skjemaet, noe som gir en svarprosent på 79. I 2018 var svarprosenten 71, og i 2017 var den 46.

Vurderingsskjemaer

Vurderingsskjemaene som er brukt i årets rapport for å vurdere hvordan elevene presterer på de ulike delene, er innhentet av Utdanningsdirektoratet i

forbindelse med IRT-analysene som gjøres på oppdrag fra dem.⁵ Her har sensorene blitt enige om poenguttelling og ført inn disse omforente poengene. Dette er samme type materiale som vi brukte i fjorårets rapport (Bjørnset et al. 2018). I rapporten for 2017 brukte vi sensorskjemaer som ble samlet inn før sensorene møttes, for at vi i tillegg skulle kunne avdekke manglende samsvar mellom sensorer på enkeltoppgavenivå. Tabell 2.3 sammenlikner de ulike utvalgene med resultatene for alle eksamenskandidatene. Siden tallene samlet inn av Utdanningsdirektoratet er mer representative, har vi også brukt tilsvarende tallmateriale for 2017-eksamenen for å få sammenliknbare tall i rapporten.

Tabell 2.3 Sammenlikning av hvordan karakternivåene er representert i sju ulike datasett: alle kandidater i 2017, 2018 og 2019, sensorskjemaer fra Oslo/Akershus i 2017 og sensorskjemaer for IRT-analyser 2017, 2018 og 2019.

	Alle kandidater 2017 (N = 19 322)	Sensorskjemaer O/A 2017 (N = 3968)	IRT nasj. 2017 (N = 3120)	Alle kandidater 2018 (N = 18 836)	IRT nasj. 2018 (N = 1839)	Alle kandidater 2019 (N = 19 761)	IRT nasj. 2019 (N = 3035)
6	4,2	5,8	3,9	6,3	6,7	5,5	4,5
5	16,3	19,9	15,8	18,9	20,7	19,2	21,1
4	26,3	26,0	26,2	29,1	28,8	29,4	30,0
3	30,6	27,0	29,7	26,5	25,5	27,8	27,4
2	18,2	16,9	20,0	16,3	15,3	16,4	16,0
1	4,4	4,4	4,4	2,9	3,0	1,6	0,9

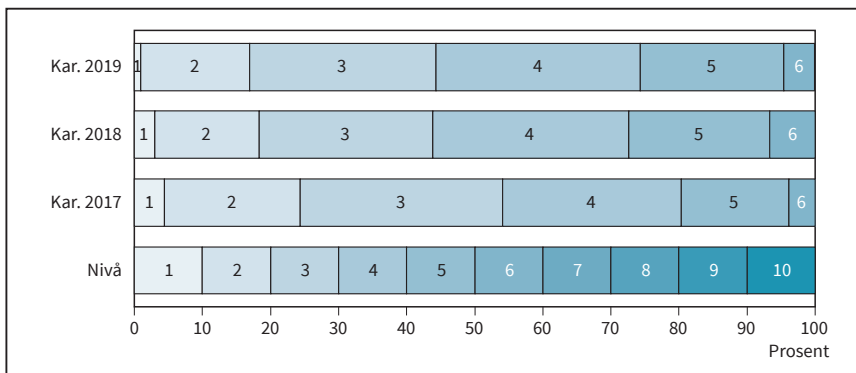
Kilde for tallene for alle kandidater: skoleporten.no og <https://www.udir.no/tall-og-forskning/statistikk/statistikk-grunnskole/grunnskolekarakterer/>

I analysene av de elevene som presterer svakt på eksamen, deler vi elevene i ti nivåer, hvor nivå 1 er de 10 prosent som får færrest poeng, nivå 2 er de

⁵ Hensikten med IRT-analysene er å studere hvordan de enkelte oppgavene og eksamenen som helhet fungerer psykometrisk, ut fra de modellene som velges for IRT-analysene. En énparameter IRT-modell forutsetter at kompetansen som skal måles, er endimensjonal (i en viss, teknisk forstand). IRT-analysene som er gjort av matematikkeksamenen, viser at den i hovedsak oppfyller dette kravet. Om den bør være endimensjonal, er imidlertid ikke et empirisk, men et faglig spørsmål. Det kan argumenteres for at de oppgavene som IRT-modellen i minst grad fungerer godt på (især omfattende flerpoengsoppgaver), nettopp er oppgaver som tar opp i seg flere dimensjoner av matematikkfaget på faglig interessante måter. I denne rapporten brukes dataene som er samlet inn for IRT-analysen, til å gjøre egne analyser. I tillegg viser vi av og til til resultater fra selve IRT-analysene, og vi henviser da til Bjørnsson (2020).

neste 10 prosent osv. Dette gjør vi heller enn å se på karakternivåer, siden andelen som får hver karakter, varierer så sterkt fra år til år (se figur 2.1). Vi ser spesielt på nivå 1 og på hva som skiller prestasjonen til elever på nivå 3 og nivå 1.

Figur 2.1 Sammenlikning av våre nivåer, hvor elevene er delt i ti like store nivåer, og karakterene slik de framkommer i de innsamlede IRT-dataene for 2017, 2018 og 2019.



Kvalitative intervjuer

I tillegg til spørreskjemaet har vi hvert år gjennomført kvalitative intervjuer ved fire skoler. Kriteriet for utvelgelse av informanter er for lærerne at de har undervist elever som har hatt eksamen i matematikk på 10. trinn det aktuelle året. Elevene vi har intervjuet, er blant de som selv har hatt eksamen i matematikk. Vi har valgt to skoler i bynære strøk og to skoler som er lokalisert i mer rurale strøk.

Formålet med de kvalitative dataene er å komme mer i dybden på spørsmål som også ble stilt i surveyen. Det innebærer å få informasjon om de ulike aktørenes vurderinger og ikke minst hvilke begrunnelser de gir for hvordan de oppfatter eksamensoppgavene. Samtidig er det viktig å presisere at de kvalitative dataene ikke gir funn som kan generaliseres. Funnene vi presenterer basert på disse dataene, kan følgelig ikke tolkes som en beskrivelse av hva lærerne i matematikk på 10. trinn mener generelt, eller hvordan elevene som hadde eksamen i matematikk, generelt vurderer eksamenen. Ambisjonen er snarere at de kvalitative dataene er nyttige for å utfylle de kvantitative dataene, gi mer «kjøtt på beinet» og på den måten også kunne gi mer innblikk i ulike typer av vurderinger.

Alle skolene og informantene fra casene er anonymisert i analysekapitlene, og vi fikk informert samtykke til å gjennomføre intervjuene av informantene. Våren 2019 gjennomførte vi intervjuer med åtte lærere og 14 elever fordelt på fire skoler.

3 Elever som presterer svakt på eksamen

I rapportens innledning presenterte vi prosjektets problemstillinger. De fleste har vært gjennomgående for hele perioden. I tillegg har vi framsatt et eget tema hvert år, og i dette kapitlet vil vi undersøke hvilken matematikkeksamen de svakest presterende elevene møtte eksamensdagen 16. mai 2019. Hvordan var vanskegraden på årets eksamen, og hvilke elevgrupper får vist sin kompetanse på denne eksamenen? Vi har et særlig søkelys på elevene med karakteren 1 og 2 i standpunkt, elever som har blant de 10–30 prosent svakeste poengskårene på eksamen, samt minoritetsspråklige elever og elever med lese- og skrivevansker.

Dette kapitlet er skrevet på grunnlag av flere datakilder: intervjuer og spørreskjemaer fra lærere og elever, spørreskjemaer fra sensorer og analyser av sensorers vurderingsskjemaer. Kapitlet er organisert ut fra tre temaer: (i) vanskegraden, (ii) om ulike elever får vist sin kompetanse, og (iii) hva de lavest presterende elevene får til på eksamen.

Om lag 25 prosent fullfører ikke videregående opplæring i løpet av fem år (Utdanningsspeilet 2019). Både de individuelle og de samfunnsøkonomiske kostnadene ved dette er store (Lillejord et al. 2015; Falch et al. 2009). Frafall kan skyldes mange forhold, men fullføringen av videregående skole er vesentlig dårligere blant elever med svake faglige resultater fra grunnskolen (Falch et al. 2014). Spesielt kompetanse i matematikk viser seg å være viktig, både for skoleprestasjoner senere og for fullføring. Hægeland et al. (2011) finner at sammenhengen mellom fullføring av Vg1 og matematikkarakterene i fag som norsk og engelsk. Matematikk er også faget der flest elever ikke består i videregående skole, noe som bidrar til at elever ikke fullfører videregående opplæring med bestått i alle fag. Flere tiltak retter seg spesielt mot svakt presterende elever i matematikk, som forsøket «Program for bedre gjennomføring» i Osloskolen (Kirkebøen et al. 2018).

En passe vanskelig eksamen

En eksamen bør være utformet slik at elever på alle prestasjonsnivåene får muligheten til å vise fram den kompetansen de besitter. Det er derfor avgjørende at oppgavene er utformet på en hensiktsmessig måte, i betydningen at oppgavene er tilstrekkelig varierte med hensyn til vanskegrad. Nå er ikke vanskegrad en objektiv størrelse, men vil være avhengig av kompetansesammeverket som legges til grunn, og hvordan man måler. I noen grad kan man sammenholde eksamensoppgavene med kompetansemålene, men i praksis blir dette målet for grovt. En slik sammenlikning blir først og fremst knyttet til hvilke temaer det er spurt om. To oppgaver om samme tema, med samme krav til matematiske ferdigheter, kan oppfattes som svært ulike på grunn av den måten de er satt opp, rekkefølgen på informasjonen som er gitt, eller hvor i eksamenssettet de er plassert. I tillegg har elever på samme karakternivå ulike kompetanseprofiler, slik at for noen kan oppgaver med problemløsningselementer være vanskelig, mens for andre kan det være oppgaver som krever grundige forklaringer, som er mest utfordrende.

I de forrige rapportene har vi påpekt at de som presterer svakest på eksamen, får svært liten poenguttelling på del 2 av eksamen. Tabell 3.1 viser at dette også gjelder i 2019. I tillegg ser vi at elevene som får 1 og 2 i karakter, får en forholdsvis liten andel av sine poeng på oppgaver som ikke er flervalgsoppgaver. De som får karakter 1, får 58,5 prosent av sine poeng på flervalgsoppgavene. De som får karakter 2, får 44,8 prosent av sine poeng på flervalgsoppgavene. At andelen flervalgsoppgaver har økt, går vi nærmere inn på i kapittel 5, men siden det påvirker elevene som presterer svakest, spesielt, vil vi også komme inn på det i dette kapitlet.

Tabell 3.1 Karakterer til eksamen for 10. trinn 2019 og oppnådd poengskår på eksamenssettets del 1 (delt i flervalg- og ikke-flervalg) og del 2. Poeng.

	Del 1 flervalg	Del 1 ikke-flervalg	Del 2
Karakter 1	3,8	1,3	1,4
Karakter 2	7,3	3,5	5,5
Karakter 3	10,5	6,0	11,7
Karakter 4	13,3	8,8	19,0
Karakter 5	15,6	11,5	25,4
Karakter 6	16,8	13,4	30,2
Totalt mulig	17	14	33

De elevene som i materialet skårer til karakteren 1, får i gjennomsnitt 5,1 poeng på del 1 og 1,4 poeng på del 2. Elevene som skårer til karakteren 2, får 10,8 poeng på del 1 og 5,5 poeng på del 2 (se tabell 3.2). De svakest presterende elevene på eksamen har altså fått langt de fleste av sine poeng i løpet av de to første timene av eksamenstiden. For å få karakteren 2 kreves 9 poeng, mens det kreves 22 poeng for å få karakteren 3. Den gjennomsnittlige karakter 2-eleven har altså oppnådd nok poeng til karakteren 2 allerede i del 1 og klarer ikke nok av del 2 til å bevege seg vekk fra den karakteren. Som de to foregående årene spør vi om ikke også del 2 burde inneholde oppgaver som gjorde det mulig for de elevene som presterer svakest, å få vise mer av sin matematikkompetanse.

For å få innblikk i hvordan vanskegraden på eksamensoppgavene ble opplevd, gjorde vi dette til et tema både i de kvalitative intervjuene og i de kvantitative dataene. I de kvalitative intervjuene var lærerne gjennomgående enige om at årets oppgave var ganske enkel.

Vi har gjort en god jobb, men dette [eksamensresultatene] var i overkant. Mange har gått opp mye. Vi har blant annet en elev som har gått opp fra 2 til 4. Ingen hos oss har gått ned. (Lærer)

Samtidig var det flere lærere som trakk fram at det har skjedd endringer og justeringer av eksamen i løpet av de siste årene. Flere refererer til eksamenen som ble gitt i 2015, som et eksempel man bør unnlate å etterfølge.

Det har vel vært en korrigerings av nivået. 2015 var altfor vanskelig, mens 2016 kanskje var i letteste laget. (Lærer)

Det ble også pekt på at det i noen grad var forskjell mellom forventningene og realitetene. Og forventningene, de ble tilsynelatende skapt gjennom tentamen. Når det er sagt, skal det også legges til at tentamen ikke er felles for alle på 10. trinn. Det er opp skoleeier og skolene selv hvordan de vil forberede elevene til eksamen. Med andre ord, gitt at tentamen påvirker forventningene til eksamen, kan elevene likevel ha svært ulike forventninger fordi tentamen er forskjellig. De vi intervjuet, fortalte oss at de mente at de oppfattet tentamen som betydelig vanskeligere enn eksamen.

Årsprøven var betydelig vanskeligere enn eksamen. Dette var i motsetning til for eksempel norsk. Mange av elevene som ble trukket ut i norsk, gikk ned til eksamen. (Lærer)

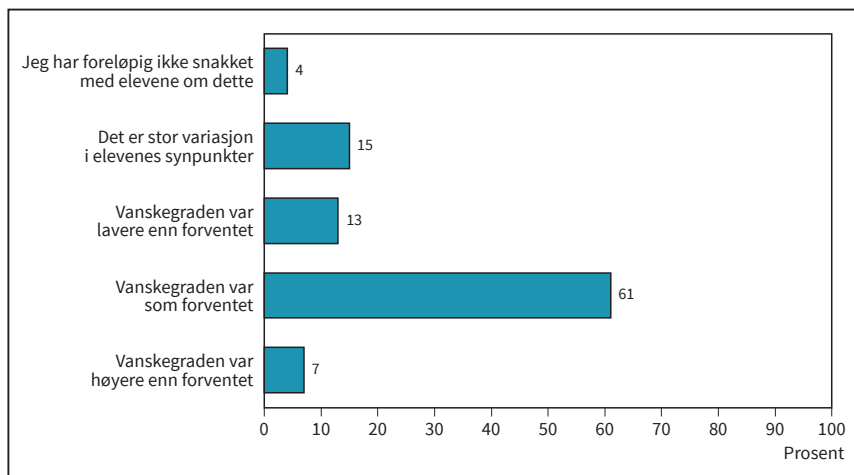
Jeg var skikkelig deppa da jeg kom opp i matte. Det var faget jeg virkelig ikke ville komme opp i. Jeg er ikke så flink. Men etterpå var det helt ok. Det gikk faktisk mye bedre enn jeg trodde ut fra tentamen. (Elev)

I spørreundersøkelsen stilte vi også matematikklærerne spørsmål om vanskegraden på årets eksamen. Som de foregående årene stilte vi spørsmål om hvilke reaksjoner de har identifisert etter å ha snakket med sine elever. Det er altså ikke først og fremst lærernes vurdering vi får fram, men snarere deres elevers.

I figur 3.1 ser vi at det store flertallet, seks av ti, forteller at deres elever mente vanskegraden var som forventet. Kun 13 prosent mener vanskegraden var lavere enn forventet. Svarfordelingen i figur 3.1 indikerer at årets eksamen var om lag så vanskelig/lett som forventet, fra flertallet av elevenes synspunkt, slik de har formidlet det til sin lærer. Imidlertid må det legges til at elevenes forventninger nok også vil være preget av vanskegraden på eksamenssettet fra året før.

Sammenliknet med svarene på disse spørsmålene fra de foregående spørreundersøkelsene mente henholdsvis 55 prosent av lærerne i 2017 og 53 prosent i 2018 at deres elever mente vanskegraden var som forventet. Med et fortsatt forbehold om datakvaliteten tyder tallene på at hovedforskjellen mellom årets og fjorårets svar er andelen som svarer at elevene mente vanskegraden var lavere enn forventet. I fjor var det hele 27 prosent mente dette.

Figur 3.1 Hva har elevene sagt til deg om vanskegraden på årets eksamensoppgaver? N = 273.



Form og flervalgsoppgaver

I intervjuene med lærerne brukte vi særlig plass på å tematisere hvordan årets eksamen fungerte for de elevene som presterer svakest på eksamen. At

oppgavene var enklere enn man hadde forutsett, er ett element. Flere informanter var imidlertid mer opptatt av strukturelle forhold ved årets eksamen.

Det første momentet handlet om at man har fjernet de første enkle innledende oppgavene. Tradisjonelt har dette vært så enkle oppgaver at de aller fleste kandidatene har mestret dem uten å bruke for mye energi. Intuitivt er det nærliggende å anta at lærerne var skeptiske til at disse oppgavene var fjernet, ut fra et ideal om å få med flest mulig. Svarene vi fikk, indikerer at situasjonen ikke alltid ble oppfattet slik. To lærere illustrerer disse motsetningene:

Jeg tenker jo en del på at de første oppgavene er borte. De var fine å ha fordi de liksom fikk dem i gang. For de svakest presterende elevene var dette kanskje viktig for å gi dem litt selvtillit før de går videre. (Lærer)

Hvis jeg skal være ærlig, opplever jeg ikke at elevene taper noe på at de er borte. Ja, de aller fleste kunne svare på dem, men nå kommer de liksom mer i gang med selve eksamen. Det er litt som å pakke opp matpakken. Papiret er bare innpakning før du kommer til kjernen. (Lærer)

Det var imidlertid ingen av elevene vi intervjuet, som forholdt seg direkte til at de savnet disse første oppgavene. Derimot så de et viktig skille mellom del 1 og del 2.

Del 1 var ganske lett. Siden det er eksamen, så kommer man i gang. I del 2 var det mye å tenke ut. (Elev)

Et annet moment som kom fram i diskusjonen rundt lavt presterende elever, var hvordan *flervalgsoppgaver* slår ut for denne elevgruppen. Også for middels og høyt presterende elever kan det være både heldig og uheldig med mange flervalgsoppgaver. Disse oppgavene er designet slik at elevene kun krysser av på det alternativet de mener er riktig, men ikke trenger å vise hvordan de kom fram til svaret. Den økende andelen flervalgsoppgaver diskuterer vi nærmere i kapittel 5.

Blant de positive momentene som ble trukket fram i spørreundersøkelsen til lærerne rundt temaet flervalgsoppgaver og lavt presterende elever, er blant annet at de gir muligheter og gjør det lettere å komme i gang:

Del 1 med avkryssingsoppgaver gjorde det greit å komme i gang. (Lærer)

Også elevene var opptatt av at flervalgsoppgavene ga noen muligheter.

Det er bra. Da kan du regne, og er du i nærheten av et svar [som står oppgitt], så krysser du av på det. (Elev)

Når stadig flere av oppgavene med regnerute erstattes av flervalgsoppgaver (se figur 5.7), mister elevene mulighet til å vise utregning og på den måten få vist noe kompetanse selv om de skulle få feil svar på oppgaven. Selv om noen kan ha flaks med slike oppgaver, kan andre regne seg fram til svaret for raskt og gjøre feil valg:

Synes det var for mange flervalgsoppgaver som gjør at elevene ikke får vist sin matematiske kompetanse ved å vise hvordan de kommer fram til svaret. (Lærer)

Eksamenssituasjonen

Et emne som ble trukket fram i intervjuene, var at selve eksamenssituasjonen er utfordrende for mange, og at oppgaver som kanskje ikke er så vanskelige rent matematisk, likevel framstår som vanskelige når de skal løses under press, som i en eksamenssituasjon.

Den oppgaven hadde jeg med til 8. klasse, og selv de svakest presterende elevene der løste den oppgaven i timen. (Lærer)

Nå er det nærliggende å hevde at eksamenssituasjonen er tilnærmet lik for alle, om vi ser bort fra helt uforutsette ting som kan oppstå. Det er også rimelig å anta at alle elever har til felles at de ønsker å prestere best mulig akkurat den dagen. Når vi her ser spesielt på de svakest presterende elevene, er det likevel verdt å dvele litt ved spørsmålet om en eksamen kan oppleves spesielt for dem. Det kan for eksempel være at de er særlig stresset, fordi dette er elever som over tid har prestert svakt, og som derfor har lav selvtillit i det konkrete faget.

Et annet tema er hvordan kjønn spiller inn for de svakt presterende elevene. Flere av lærerne med lang erfaring som vi intervjuet, mente at det gjennomgående ikke var så stor kjønnsforskjell, men muligens med en svak overvekt av gutter. Det er ikke overraskende at de trakk fram utfordringer knyttet til gutter. At en større andel gutter enn jenter sliter med skolen og står i fare for å droppe ut fra videregående opplæring, var for eksempel kunnskap som lå til grunn for det såkalte Stoltenbergutvalget (NOU 2019: 3).

Mer interessant var det å koble fjorårets tema – digitalisering – til prestasjonsforskjeller mellom kjønnene. Spørsmålet er hvorvidt økt bruk av digitale verktøy er et hjelpemiddel som gagnar kjønnene ulikt. Forskningen peker i ulike retninger, se for eksempel en oversikt fra NIFU hvor det konkluderes med at «digitale verktøy gir mulighet for individuell tilpasning av undervisning til elevens nivå, noe som kan bidra til å redusere kjønnsforskjeller». (Wollscheid et al. 2018:87). I tillegg er det selskaper som IBM, som

ekspisitt har tatt til orde for at digitalisering kan hjelpe skoletrøtte gutter som henger etter.⁶

At digitale verktøy skulle være en særlig hjelp for gutter som er lavt presterende i matematikk, avvises derimot ganske kategorisk av våre informanter:

Digitale hjelpemidler hjelper ikke de svakest presterende guttene. Nei, det er ikke slik. Det er jentene som får fordeler. Guttene gidder kanskje ikke helt, så det gagner jentene mer. De er nøyere og får mer ut av det. Dette er jo litt kontrært til hva man ofte tenker. (Lærer)

Men har ikke gutta mer erfaring og kontroll? (Oss)

Jo, gutta er mer tekniske utenfor office-pakka. Men med en gang du kommer inn der, så spør de: Hva gjør jeg nå? (Lærer)

En analyse av sensorskjemaene viser at jentene skåret 0,7 poeng mer enn guttene på de fire deloppgavene som krevde bruk av digitale hjelpemidler. Dette resultatet er i tråd med internasjonale undersøkelser som ser på sammenhenger mellom kjønn og digitale hjelpemidler (f.eks. Fraillon, Ainley, Schulz, Friedman & Duckworth 2019).

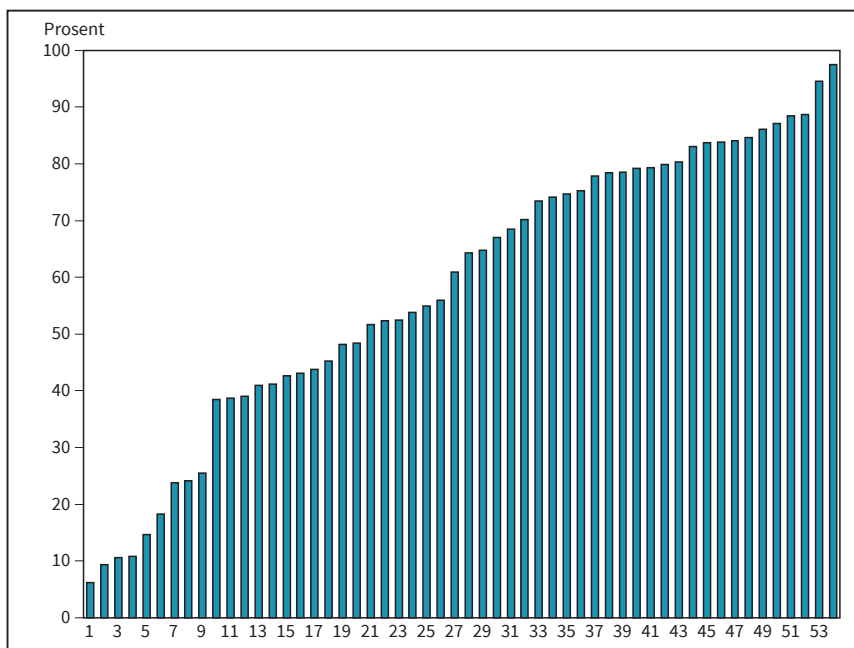
Vanskegrad ut fra vurderingsskjemaene

I tillegg til de kvalitative analysene kan vi støtte oss på analyser av sensorenes vurderingsskjemaer. I figur 3.2 er deloppgavene sortert ut fra hvor stor andel av mulige poeng som ble utdelt. Vi ser at det er en ganske jevn fordeling av oppgavene fra den laveste, hvor 6,2 prosent av mulige poeng ble utdelt, til den høyeste, hvor 97,5 prosent av mulige poeng ble utdelt. Bildet stemmer overens med funnene i Bjørnsson (2020), hvor det påpekes at det er få oppgaver som gir detaljert informasjon om de som presterer aller best, og om de som presterer aller svakest.

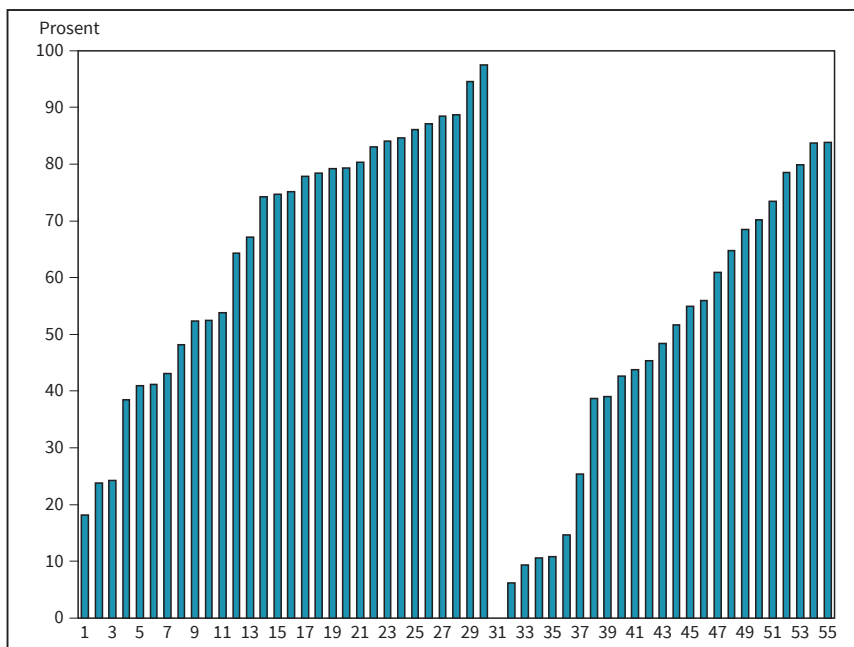
Ser vi på del 1 og del 2 hver for seg (figur 3.3), ser vi et liknende mønster, men det er en tydelig forskjell på profilen til del 1 og del 2: Del 2 inneholder flere vanskelige oppgaver og færre oppgaver hvor over halvparten av poengene blir utdelt. Dette understreker igjen det tidligere poenget: at det i liten grad er oppgaver i del 2 hvor man får vist enkel bruk av hjelpemidler. Bjørnsson (2020) påpeker at spredningen i vanskegrad er noe forbedret på del 2 av eksamenen gjennom de tre årene.

6 <https://www.dagensperspektiv.no/2019/kunstig-intelligens-kan-lofte-skoletrotte-gutter>

Figur 3.2 Andel av mulige poeng som ble gitt på deloppgavene ved avgangseksamen 2019, sortert i stigende rekkefølge.



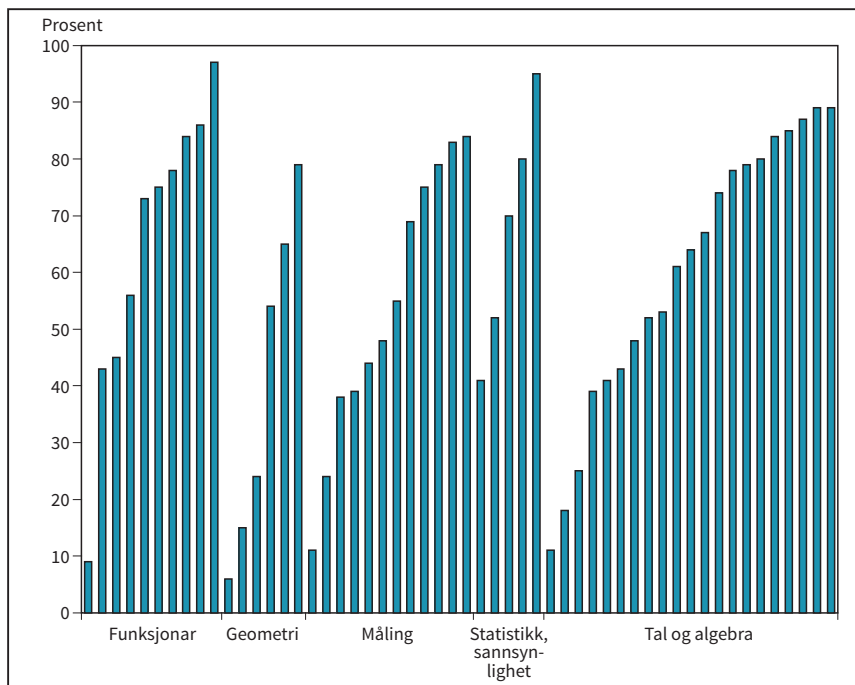
Figur 3.3 Andel poeng som ble gitt på deloppgavene ved avgangseksamenen 2019, sortert i stigende rekkefølge, del 1 og del 2 hver for seg.



Bildet blir imidlertid et noe annet om vi i stedet ser på hovedområdene i læreplanen (figur 3.4). Alle hovedområdene har forholdsvis enkle oppgaver (som om lag 80 prosent av elevene får til), mens statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk ikke har noen veldig vanskelige oppgaver. Dette bildet likner veldig på tilsvarende figur fra 2018. I alt er det en tilfredsstillende spredning i vanskegraden på de ulike områdene.

Når det gjelder den samlede vanskegraden på eksamensoppgavene, viser IRT-analysene i Bjørnsson (2020) at elevenes kompetanse er endret «svært lite» i treårsperioden 2017–2019 (ibid.:21), og samtidig at det er «meget små» endringer i oppgavenes vanskegrad (ibid.:15). Likevel har gjennomsnittskarakteren økt fra 3,4 til 3,6 i perioden, samtidig som poenggrensene er tilnærmet uendret, se tabell 5.5. Når vi husker at en økning på én tiendedel i gjennomsnittskarakter vil tilsi at hver tiende elev får én karakter bedre, må en økning på to tiendedeler karakteriseres som en betydelig økning. IRT-analysene tar imidlertid ikke hensyn til vektning av oppgavene. Dette tyder på at de forbedrede eksamensresultatene ikke skyldes at elevene er blitt flinkere, eller at enkeltoppgavene er blitt enklere, men de kan i hovedsak forklares med endringen i vektningen mellom de ulike oppgavene.

Figur 3.4 Andel poeng som ble gitt på deloppgavene ved avgangseksamen 2019, sortert i stigende rekkefølge innad i hvert hovedområde.



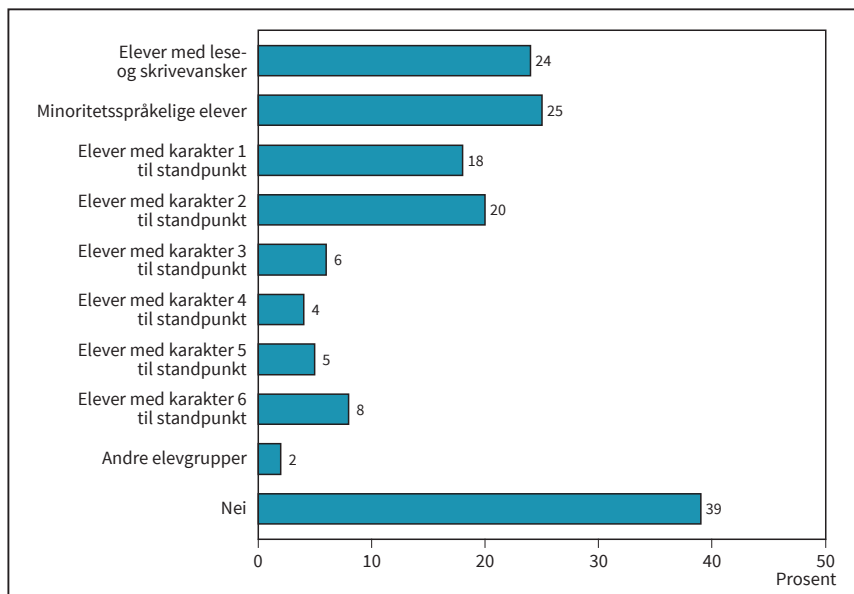
Får alle elever vist sin kompetanse på eksamen?

Selv om flertallet av lærerne mente at vanskegraden på eksamen var som forventet, er det viktig å undersøke hvorvidt eksamensoppgavene åpnet for at alle elevene på de ulike nivåene fikk vist sin kompetanse.

I figur 3.5 ser vi lærernes svar på spørsmålet om det er noen elevgrupper som gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på eksamen, avhengig av deres standpunktkarakter. Her var det mulig å krysse av på flere elevgrupper. På dette spørsmålet svarer nesten fire av ti nei, det er ingen elevgrupper som gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på eksamen. Dette er et høyere tall enn de foregående årene. Her må vi imidlertid ta et forbehold ettersom vi de tidligere årene ikke spesifiserte i dette spørsmålet at det gjaldt årets eksamen. Informantene kan følgelig ha svart på sin erfaring med eksamen mer generelt i 2017 og 2018. I 2018 svarte 26 prosent av matematikklærerne nei på samme spørsmål, og 29 prosent svarte nei i 2017.

Om vi sammenlikner dataene for de ulike årene, gitt de ovennevnte forbehold, så indikerer dette at årets eksamen i større grad la til rette for at ulike elevgrupper fikk vist sin kompetanse, enn foregående eksamener.

Figur 3.5 Lærernes vurderinger av hvorvidt det er bestemte elevgrupper som gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på eksamen, avhengig av deres standpunktkarakter og om de har lese- og skrivevansker, minoritetsspråklig bakgrunn eller annet. Flere valg er mulig. N = 295.



Videre ser vi at 25 prosent av matematikklærerne mener at minoritetsspråklige elever gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på årets eksamen, og at 24 prosent mener elever med lese- og skrivevansker ikke får gjort dette. Dette er et langt lavere antall enn svarfordelingen i fjor og i 2017, da henholdsvis 46 og 36 prosent mente minoritetsspråklige elever ikke fikk vist sin kompetanse, og 45 og 41 prosent mente elever med lese- og skrivevansker ikke fikk vist sin kompetanse. Dette indikerer at årets eksamen i større grad la til rette for at disse elevgruppene fikk vist sin kompetanse, enn eksamenene i 2017 og 2018. Igjen må vi ta et lite forbehold når det gjelder sammenlikningen på tvers av år.⁷ Samtidig er det stadig mange lærere som løfter fram at elever med lese- og skrivevansker har utfordringer med å få vist fram sin kompetanse i matematikk under eksamen. Også årets eksamen har dermed et tydelig forbedringspotensial på dette området. I kapittel 5 analyserer vi språklige trekk ved eksamenen.

En stor gruppe lærere trekker også fram at de lavest presterende elevene, de med 1 og 2 i standpunktarakter, gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på årets eksamen. I 2019 svarer 20 prosent av lærerne at elever med 2 i standpunktarakter ikke får vist sin kompetanse, og 18 prosent mener de med karakteren 1 ikke får vist seg. Likevel er også disse andelene lavere enn tidligere, da 32 prosent både i 2018 og 2017 mente elever med karakteren 2 ikke fikk vist sin kompetanse på eksamen, mens 32 prosent i 2018 og 41 prosent i 2017 mente elever med karakteren 1 ikke fikk vist sin kompetanse.⁸

Det er også interessant å se fordelingen i figuren i lys av de utsagnene vi fikk gjennom de kvalitative intervjuene. Der ble det påpekt at eksamenen var ganske enkel, og at det særlig var 3-erne og 4-erne som ikke fikk vist fram det de kunne. Ut fra fordelingen i figur 3.5 synes oppfatningen å være at det først og fremst er de svakest presterende som ikke får vist kompetansen sin på eksamen, mens elever på de øvrige prestasjonsnivåene har bedre mulighet til å få synliggjort sin kompetanse. Senere i kapitlet skal vi se mer detaljert på hva elevene som presterer svakt på eksamen, faktisk får vist av kompetanse.

I åpne svarkategorier i spørreskjemaet kommenterer flere lærere at de er fornøyde med at årets eksamen tilrettelegger for at elever på ulike nivåer

7 Disse spørsmålene var ikke fullt ut spesifisert til at de gjaldt eksamenen i henholdsvis 2017 og 2018. I 2019 ble det presisert i selve spørsmålet at det gjaldt eksamenen det året. Når vi likevel har valgt å ta det med, skyldes det at hele spørsmålsbatteriet handlet om det aktuelle året. Det er derfor rimelig å anta at informantene har tolket det slik, men vi kan ikke være helt sikre på at det faktisk er tilfelle.

8 Se note med forbehold over.

får vist sin kompetanse. Her trekkes det fram både sterkt, middels og svakt presterende elever:

«En godt oppbygd eksamen, med oppgaver for alle nivå. Både svake og sterke elever følte at de mestret noe. Elevene satt stort sett igjen med en positiv opplevelse av eksamen.» (Lærer)

«Stadig bedre «design» for å mestre på middels nivå, selv man ikke klarer alt eller oppstart av en oppgave!» (Lærer)

«Det var en god eksamensoppgave, der også svakere elever fikk vist kompetanse.» (Lærer)

Videre svarer mange av lærerne i kommentarfeltet på spørreskjemaet at oppgavene i årets eksamen var lagt opp til at de lavest presterende elevene kunne klare noe og oppleve mestring: «Del 1 holdt generelt et relativt lavt nivå og lavere presterende elever opplevde mestring», «Mange oppgaver som dei hadde fått beskjed om, kom», «Mange av oppgavene hadde en relativt lav 'inngangsterskel'». Disse svarene viser et eksamenssett der både innhold og design var tilpasset de lavest presterende elevene. Likevel er det viktig å nyansere dette bildet, blant annet som en lærer påpekte:

«Det varierer hva elevene kan. Svakt presterende elever er forskjellige.» (Lærer)

Som læreren ble sitert på ovenfor, er selvsagt lavt presterende elever, som alle andre elever, forskjellige. Noen elever med 2 i standpunkt har god oversikt over fart og tid, mens andre har god oversikt over areal og omkrets. Samtidig er det ofte noen likhetstrekk blant de lavest presterende elevene. Flere lærere trekker i spørreundersøkelsen fram lese- og skrivevansker (jf. Andresen 2017):

«Det er nå svært få regnetekniske ferdigheter som ikke settes i kontekst. Dette gjør det vanskelig for de svakeste elevene.» (Lærer)

Lese- og skrivevansker kommer særlig fram i tekstoppgavene. En lærer trekker fram at svak leseforståelse kan hindre elever i å få svart på disse:

«Det skaper større forskjell i karakterene, til tross for at det er leseforståelsen som er problemet.» (Lærer)

Tekstoppgavene blir også trukket fram som negative for minoritetsspråklige elever. For eksempel elever med kort botid i Norge kan miste motet av mye tekst, til tross for at de kan gjennomføre regneoperasjonene:

«Språket må gjøres enklere fordi enkelte elever har store språkvansker.
Det er de med kort botid i landet.» (Lærer)

Selv om tekstoppgaver kan slå negativt ut for disse elevgruppene, mener de fleste lærerne at de bør være en del av matematikkeksamen. I kapittel 5 diskuterer vi dette nærmere og vil se på både positive og negative sider ved disse oppgavene. For denne gruppen har derfor flere lærere kommet med mulige hjelpemidler, slik at de skal få mulighet til å få vist sin matematiske kompetanse til tross for manglende lese- og skriveferdigheter. Lærerne svarer for eksempel dette i åpne svarkategorier: «For noen få elever gjør mye tekst det vanskelig å svare godt. Lydfil burde ligge tilgjengelig på udir for alle som ønsker det», «Det er viktig at informasjonen er sett opp strukturert, og at det ikke er for mykje å lese gjennom for å finne viktig informasjon», «Gi tekstoppgavene på engelsk og norsk» og «Kunne gjerne hatt mulighet til å få dei opplest digitalt».

Uttelling på oppgavene for de svakest presterende elevene

Nå vil vi analysere hvilke oppgaver de elevene som presterer svakest på eksamen, får til, og ikke minst hva slags kompetanse de får vist gjennom dette. For disse analysene er det ikke formålstjenlig å bruke karakterene, siden andelen som har de ulike karakterene, varierer en del fra år til år. Vi velger derfor isteden å dele inn elevmassen (i de vurderingsskjemaene vi har tilgang til fra IRT-analysen) hvert år i ti like store deler, hvor nivå 1 er de 10 prosent som presterer svakest på eksamen, nivå 2 er de neste 10 prosent, nivå 3 er de neste 10 prosent og så videre. I analysene av de elevene som presterer svakest, ser vi bare på disse tre nivåene. Karakttermessig er dette i 2019 elevene som ligger «midt på treeren» og nedover, mens de i 2017 var den nederste fjerdedelen av treeren og nedover. Tabell 3.2 viser det samme som tabell 3.1 i starten av kapitlet, men nå med nivåer istedenfor karakterer. Tabellen gir noe av det samme bildet: De elevene som presterer svakest, får en større andel av sine poeng på flervalgsoppgaver enn andre elever.

Det er på sin plass å understreke at inndelingen av elevene i ti nivåer er en oppdeling kun ut fra prestasjonen på eksamen (ut fra poeng) og er ikke ment å være en beskrivelse av elevenes faktiske helhetlige kompetansenivå i matematikk på dette tidspunktet.

Tabell 3.2 Poengnivå og oppnådd poengskår på eksamenssettets del 1 (delt i flervalg og ikke-flervalg) og del 2. Poeng.

	Del 1 flervalg	Del 1 ikke-flervalg	Del 2
Nivå 1	6,3	2,8	4,1
Nivå 2	8,4	4,4	7,6
Nivå 3	10,1	5,7	10,4
Alle	12,1	7,9	16,6

I tabell 3.3 ser vi på hvor stor prosentvis uttelling elevene får på hver av de tre kategoriene oppgaver – for eksempel viser tabellen at i 2019 fikk elever på nivå 1 i gjennomsnitt 37,1 prosent av de poengene som var til utdeling på flervalgsoppgavene. Tabellen viser at for de elevene som presterer svakest, er det gjennomgående slik at de har vesentlig høyere prosentvis uttelling på flervalgsoppgavene enn på oppgavene som ikke er flervalg, og at de på del 2 har vesentlig svakere uttelling enn på både flervalgsoppgavene og ikke-flervalgsoppgavene i del 1. Denne tendensen er langt sterkere for elevene som presterer svakest, enn for elevene generelt. Flervalgsoppgavene har fire svaralternativer, og det betyr at hvis en elev gjetter på alle flervalgsoppgavene, vil hen kunne forvente ca. 25 prosent uttelling og allerede ved det få en bedre uttelling på disse oppgavene enn mange elever får på del 2.⁹

Tabell 3.3 Prosentvis uttelling (andel av poengene) på hver av kategoriene flervalgsoppgaver, ikke-flervalgsoppgaver på del 1 og oppgaver på del 2. Fordelt på nivå 1, nivå 2 og nivå 3. Prosent.

	2017			2018			2019		
	Del 1		Del 2	Del 1		Del 2	Del 1		Del 2
	Flervalg	Ikke-flervalg		Flervalg	Ikke-flervalg		Flervalg	Ikke-flervalg	
Nivå 1	35,0	20,0	5,9	33,1	15,0	11,4	37,1	20,0	12,4
Nivå 2	47,1	31,4	14,1	48,5	29,4	24,3	51,2	31,4	23,0
Nivå 3	57,1	39,0	22,4	60,0	40,6	31,1	59,4	40,7	31,5
Alle	68,6	54,3	43,9	73,1	57,8	50,3	71,2	56,4	50,3

Vi vet at de fleste elevene som poengmessig presterer på det vi har kalt nivå 1, får karakteren 2 (i 2019 var det kun 1,6 prosent av elevene som fikk karak-

⁹ Det er ikke gjort analyser som kan avdekke om elever faktisk har gjettet. Ved flervalgsoppgaver hvor blankt svar og feil svar begge gir 0 poeng, vil det imidlertid være rasjonelt av elevene å gjette på de oppgavene hvor de ikke vet svaret.

teren 1, se tabell 2.3). Vi vil nå analysere de oppgavene som elevene på nivå 1 får flest poeng på, for å få et kvalitativt bilde av hva elevene på nivå 1 får vist av kompetanse på eksamen. Derne st vil vi analysere de oppgavene hvor det er størst forskjell på uttellingen på elever på nivå 3 og elever på nivå 1, for å danne et bilde av hva som skiller elevene på nivå 3 og elevene på nivå 1.

Tabell 3.4 viser de tolv oppgavene som elever på nivå 1 fikk størst uttelling på i 2019, samt de tolv oppgavene med størst forskjell i uttelling mellom elever på nivå 3 og nivå 1. De tolv oppgavene som nivå 1 skårer best på, utgjør 56,3 prosent av alle poengene de fikk på eksamen (7,4 av 13,2 poeng), slik at analyse av disse vil være en solid pekepinn på hva disse elevene får uttelling på. De tolv oppgavene med størst forskjell mellom nivå 3 og nivå 1 utgjør nesten halvparten (6,3 av 13,0 poeng) av forskjellen mellom nivå 3 og nivå 1. Vi har også tatt med noen stikkord om hva oppgavene handler om.

Tabell 3.4 De tolv oppgavene som elever på nivå 1 får flest poeng på ved eksamen i 2019, og de tolv oppgavene hvor det er størst forskjell på uttellingen på elever på nivå 3 og elever på nivå 1. Med beskrivelse av oppgaven. Flervalgsoppgaver er markert med grønt, mens oppgaver hvor kun svar skal oppgis, er markert med blått. Gjennomsnittspoeng.

	Oppgaven	Nivå 1	Nivå 3 ift. nivå 1
Del 2 – 1a	Lag stolpediagram	1,05	0,41
Del 1 – 12a	Antall timer ut fra fastlønn og timelønn	0,84	
Del 2 – 4a	Lag og fullfør budsjett	0,81	1,32
Del 1 – 6a	Sannsynlighet for å stoppe på rødt felt	0,71	
Del 2 – 2a	Lese av lengde på flytur fra graf	0,57	
Del 1 – 10	Bukse før 700 nå 30 % rabatt	0,54	
Del 1 – 7	Standardform	0,53	
Del 1 – 12c	Les av graf – lønn	0,52	
Del 1 – 13	Likning med bilder (is)	0,48	
Del 1 – 1a	Liter melk til vafler	0,47	0,37
Del 1 – 3	Primtallsfaktorisering av 84	0,46	0,39
Del 1 – 12b	Lineær funksjon for lønn	0,45	
Del 2 – 7	Konstruksjon		1,04
Del 2 – 2b	Avlesing graf – Maren i København		0,42
Del 2 – 1b	Variasjonsbredde		0,41
Del 1 – 2a	Regn ut: $1/5 + 0,8$		0,41
Del 1 – 4a	Prosent – 20 % av 60 (tekst)		0,40
Del 1 – 17a	Likning $9x - 13 = 6x + 2$		0,39
Del 2 – 3a	Valuta etc. (London Eye)		0,38
Del 1 – 18	Forholdsregning – saftis		0,37

Profil nivå 1

Elleve av de tolv oppgavene som gir størst poenguttelling for elevene på nivå 1, er av tre typer:

- oppgaver hvor de matematiske utfordringene også er å finne på mellomtrinnsnivå og til dels småtrinnsnivå
- oppgaver med lave krav til formidling av svaret
- oppgaver hvor full skår er mer enn 1 poeng

De fleste av disse tolv oppgavene inneholder matematiske utfordringer som er dekket av kompetansemål på 4. og 7. trinn. På del 1 er oppgavene 1a og 12a dekket av kompetansemål etter 4. trinn, og oppgavene 6a og 10 er dekket av kompetansemål etter 7. trinn. I tillegg kan oppgave 12a løses med kompetanse fra 4. trinn hvis man velger å regne ut svaret istedenfor å lese av grafen. Oppgave 13 er nok på ungdomstrinnsnivå i LK06, men tilsvarende oppgaver er gitt i TIMSS-undersøkelsen for 4. trinn i 2015. Resten (3, 7 og 12b) er på ungdomstrinnsnivå. I del 2 er oppgave 1 dekket av kompetansemål på 4. trinn, oppgave 4a er dekket av kompetansemål på 7. trinn, og oppgave 2 er dekket av kompetansemål på 10. trinn.

Fem av de tolv oppgavene elevene på nivå 1 får best uttelling på, er flervalgsoppgaver, mens fire er oppgaver hvor man kun skal oppgi svaret. Det er altså kun tre av disse oppgavene hvor elevene må formidle mer, dette er oppgavene om stolpediagram, budsjett og avlesing av graf. Ingen av de tolv oppgavene krever at elevene skriver noen form for utregning.

De to oppgavene med stolpediagram og budsjett gir henholdsvis 2 og 3 poeng for fullgodt svar. For å få 1 poeng på stolpediagramoppgaven holder det å ha et «delvis korrekt stolpediagram, f.eks. uten aksnavn/diagramtittel» ifølge forhåndssensurrapporten (Utdanningsdirektoratet 2019a). Man får også 1 poeng hvis man ikke vet hva stolpediagram er, men lager et korrekt sektordiagram isteden. 35,4 prosent av elevene på nivå 1 får 2 poeng på denne oppgaven, og 33,8 prosent får 1 poeng. På budsjettoppgaven får man 1 poeng hvis man har klart å sette opp tabellen fra oppgaven i regnearket, selv om man skulle ha skrevet noen av tallene i kolonne A, B eller C feil. Hvis man har klart å lage kolonne D med summer, får man 2 poeng. Man får forresten også 1 poeng hvis man gjør utregningene manuelt uten regneark. 9,4 prosent av elevene på nivå 1 får 3 poeng på denne oppgaven, 12,3 prosent får 2 poeng, 27,6 prosent får 1 poeng, mens rett over halvparten får 0 poeng.

Den oppgaven som ikke passer inn i disse kategoriene, er oppgave del 2 – 2a, hvor man skal lese av lengden på en flytur på en graf.

Av de undersøkte oppgavene er altså de fleste tilpasset kompetansenivå på 4. og 7. trinn. De fleste er flervalgsoppgaver eller oppgaver hvor man kun skal

oppgi et svar, og noen av oppgavene er flerpoengsoppgaver. De fleste elevene på nivå 1 får karakteren 2 (jf. figur 2.1), og det er derfor interessant å sammenlikne beskrivelsen over med de publiserte kjennetegnene på måloppnåelse for karakteren 2 for denne eksamenen (tabell 3.5) (Utdanningsdirektoratet 2019b:15).

Tabell 3.5 Kjennetegn på måloppnåelse for karakteren 2

Kompetanse	Beskrivelse
Begreper, forståelse og ferdigheter	Eleven – har noe fag- og begrepsforståelse og kan bruke den i enkel ferdighetsregning – kan bruke enkle, oppstilte og standardiserte metoder, framgangsmåter og formler
Problemløsning	– kan ta utgangspunkt i tekster, figurer m.m. og løse enkle problemstillinger – kan i noen grad bruke fagkunnskap og modeller på et problem og i noen grad gjennomføre enkle løsningsmetoder – kan avgjøre om svar er rimelige, i enkle situasjoner – kjenner til og kan i noen grad bruke hjelpemidler – kan i noen grad vurdere hjelpemidlenes muligheter og begrensninger
Kommunikasjon	– presenterer framgangsmåter, metoder og løsninger på en forenklet og mindre sammenhengende måte – bruker uformelle uttrykksformer og et hverdagslig språk – bruker et uformelt språk til å uttrykke en forenklet tankegang

For de oppgavene vi har undersøkt her, er det vanskelig å vurdere elevenes begreper, forståelser og ferdigheter siden elevene i hovedsak kun skal gi et svar eller krysse av på et svar: Det er umulig å si noe om hvilke metoder og framgangsmåter de bruker. Et godt eksempel er oppgave 12c på del 1, hvor elevene kan få full skår ut fra en utregning med bruk av kompetanse fra 4. trinn, selv om oppgaven egentlig ber om at man skal bruke grafen, som tilhører kompetansemål etter 10. trinn. For sensor er oppgaven lett å sette poeng på, men det er samtidig umulig for sensor å vite hvilken matematikkompetanse eleven har gjort bruk av for å komme fram til dette svaret.

Kjennetegnene for måloppnåelse knyttet til «problemløsning» er på et så lavt nivå at det er vanskelig å påstå at de egentlig handler om problemløsning. Det er i hvert fall en utfordring at elevene på nivå 1 får til veldig lite på del 2 av eksamen, og dermed i liten grad klarer å dokumentere at de kan bruke hjelpemidler. Hvordan elevene presenterer framgangsmåter, metoder og løsninger og bruker uttrykksformer og språk, er også vanskelig å vurdere når svarene i hovedsak er i form av kryss eller et enkelt svar.

Forhåndssensurrapporten pålegger sensorene å følge poenggrensene samtidig som de skal gjøre en helhetsvurdering og bruke kjennetegn på måloppnåelse (Utdanningsdirektoratet 2019a). Oppgavene hvor svaret er i form av et kryss eller et enkelt svar, bidrar lite til sensorenes helhetlige vurdering av elevenes måloppnåelse ut fra tabell 3.5. Konklusjonen er at elevene på nivå 1 (de elevene som presterer svakest) i liten grad viser kjennetegn på måloppnåelse som er i tråd med karakteren 2 i de oppgavene vi har sett på, men at de fleste av dem likevel får karakteren 2. Dette kan tyde på at poenggrensene og kriteriene for måloppnåelse ikke er samsvarende, og at det kan være en tendens til at det er poengsummene som blir avgjørende hvis sensorene er i tvil.

Hvilken kompetanse de elevene som presterer svakest, får vist, kommenteres også av sensorene i svarene de gir i Utdanningsdirektoratets spørreundersøkelse:

- «Det er veldig mange avkryssingsoppgaver, og noen ganger er det litt vanskelig å tolke kompetansen til eleven gjennom dem.»
- «Vanskelig å skille kompetanse på elever på lavt nivå. Trenger en eller 2 oppgaver på lavere nivå som ikke er avkrysning»
- «Elevene må få vise mer kompetanse (kan godt være på enkelt nivå) ved å løse stykker i regneruter»
- «Å vise evne til problemløsning på lavt nivå er vanskelig på denne eksamen.»

Men det er også sensorer som mener at elever på alle nivåer får vist sin kompetanse.

Tilleggskompetanse nivå 3 (i forhold til nivå 1)

Trekk ved de tolv oppgavene hvor elevene på nivå 3 skårer mest poeng i forhold til elevene på nivå 1, er:

- oppgaver med beskjedne matematiske utfordringer, men hvor disse er innpakket i noe flere ord
- oppgaver hvor det kan være nyttig å slå opp noe
- oppgaver som maksimalt gir flere poeng

Det er en noe større andel åpne svar blant disse tolv oppgavene enn blant de tolv oppgavene som nivå 1-eleven skårer best på: Her er det tre flervalgsoppgaver, tre oppgaver hvor kun svar skal gis, og seks oppgaver hvor mer enn

kun svaret skal gis. To av disse tolv oppgavene kan løses med kompetansemål fra 4. trinn, og fem kan løses med kompetansemål fra 7. trinn, mens altså de siste fem trenger kompetansemål fra 10. trinn. Det er noe større antall ord i disse oppgavene enn i de oppgavene elevene på nivå 1 skåret best på.

Vi merker oss en svært enkel oppgave om variasjonsbredde (oppgave 1 i del 2), hvor elevene på nivå 3 enten kan begrepet bedre enn elevene på nivå 1 eller er flinkere til å finne begrepet i boka. Også for oppgaven med valutaegning (del 2 – oppgave 3a) kan det være en stor fordel å finne fram til valutaeksemplene i boka.

Blant oppgavene som har størst forskjell på nivå 3-elevene og nivå 1-elevenene, er tre flerpoengsoppgaver. På stolpediagramoppgaven (del 2 – oppgave 1a) er det få (9,0 prosent) på nivå 3 som får 0 poeng, og over halvparten får 2 poeng. På budsjettoppgaven (del 2 – oppgave 4a) fikk 44,4 prosent av elevene på nivå 3 full skår, og 32,2 prosent fikk 2 poeng av 3 mulige. På konstruksjonsoppgaven (del 2 – oppgave 7) får 22,5 prosent av elevene full skår, 18,3 prosent får 2 poeng av 3 mulige, og 24,1 prosent får 1 poeng. I denne oppgaven var det 1 poeng å få for å tegne den likesidete trekanten ABC, 1 poeng for omskrevet sirkel og 1 poeng for innskrevet sirkel.

Elever på nivå 3 er i 2019 blant de elevene som fikk karakteren 3 (jf. figur 2.1). Det er ikke laget egne kjennetegn for måloppnåelse for karakteren 3, men vi ser av beskrivelsene ovenfor at disse elevene i betydelig større grad enn elevene på nivå 1 i det minste oppfyller kjennetegnene for karakteren 2. De har i noe større grad kommunisert matematikk og brukt løsningsmetoder som sensor kan vurdere.

Alle oppgavene i dette utvalget (de 20 oppgavene i tabell 3.4) er karakterisert til å kreve algoritmisk løsning ut fra en sammenlikning med de fem mest brukte lærebøkene (se kap. 6). Unntaket er regnearkoppgaven på del 2 som kan gi maksimalt 3 poeng, og der vi har vurdert at det krever noe kreativitet å oppnå full poengsum. Dette er blant annet fordi bøkene er ulike, og det vil variere i hvilken grad det er hjelp å hente i dem.

Som validering av analysene ovenfor har vi gjennomført tilsvarende analyser for eksamenssettene for 2017 og 2018. Beskrivelsen av den kompetansen elevene som havnet på nivå 1, fikk vist på 2019-eksamenen, er tilsvarende for disse eksamenene. Det samme gjelder beskrivelsen av hvilken kompetanse elevene på nivå 3 viste ut over den kompetansen som elevene på nivå 1 viste. I 2017 fikk riktignok 22,6 prosent av elevene karakteren 1 eller 2, hvilket betyr at om lag hver fjerde av elevene på nivå 3 (som er elevene mellom 20. og 30. percentil) fikk karakteren 2.

Oppsummering og anbefalinger

I dette kapitlet har vi sett at de fleste lærerne svarer at deres elever mener det var en passe vanskelig eksamen, med en vanskegrad som var som forventet. I intervjuene brukte vi særskilt plass på å tematisere hvordan årets eksamen fungerte for de svakest presterende elevene. Et første moment handlet om at man har fjernet de første enkle innledende oppgavene. Et annet moment som kom fram, var hvordan *flervalgsoppgaver* slår ut for denne elevgruppen. Her har lærerne blandede tilbakemeldinger, da elevene mister mulighet til å vise utregning og på denne måten få vist noe kompetanse selv om de skulle få feil svar på oppgaven. Selv om noen kan ha flaks med slike oppgaver, kan andre regne seg fram til svaret for raskt og gjøre feil valg. Vi ser også at lærere mener at selv om tekstoppgaver kan slå negativt ut for minoritetsspråklige elever og elever med lese- og skrivevansker, mener de fleste lærerne at de bør være en del av matematikkeksamenen.

Våre analyser viser at det fortsatt er slik at de som presterer svakest på eksamen, får lite uttelling på del 2 av eksamenssettet. Elevene som presterer svakest, får vesentlig høyere prosentskår på flervalgsoppgaver enn på andre oppgaver. De 10 prosentene som presterer svakest på eksamenen (her kalt nivå 1), viser i liten grad kompetanse som tilsvarende kjennetegnene på måloppnåelse for karakteren 2. Mange av oppgavene de får høyest uttelling på, har matematiske utfordringer som innebærer at de har kompetanse i samsvar med kompetansemålene på 4. og 7. trinn. De viser i liten grad kompetanse i kommunikasjon, problemløsning og bruk av hjelpemidler. Elevene på nivå 3 får i noe større grad vist sin kompetanse innen kommunikasjon. Mange av oppgavene de får god uttelling på, er også innenfor kompetansemål som finnes for 4. og 7. trinn, men som har noe mer språk i oppgavene.

Anbefalinger

- Det bør være oppgaver på eksamenen hvor de elevene som presterer svakest, på eksamen får vist sin kompetanse i å kommunisere. På del 2 bør det være oppgaver hvor disse elevene får vist sin kompetanse i problemløsning og i å bruke hjelpemidler.
- Flervalgsoppgaver er viktige for elever som presterer svakt på eksamen, og man bør derfor vurdere hvor stor andel av oppgavene som skal være av den typen.
- Man må vurdere språkbruken, særlig for å sikre at minoritetsspråklige og elever med lese- og skrivevansker får mulighet til å vise fram sin matematiske kompetanse.

4 Digitale skillelinjer

I dette kapitlet vil vi gå nærmere inn på den andre utfordringen for lik digital opplæring i skolen, nemlig hvor godt matematikklærerne settes i stand til og utøver undervisning i bruk av digitale verktøy. Hvor mange timer opplæring har lærerne fått i bruken av digitale verktøy, og hvilke verktøy får elevene opplæring i bruken av? Hvilken rolle spiller opplæringen i bruken av digitale verktøy for at alle elever møter en rettferdig prøve på eksamensdagen i matematikk?

Utfordringen

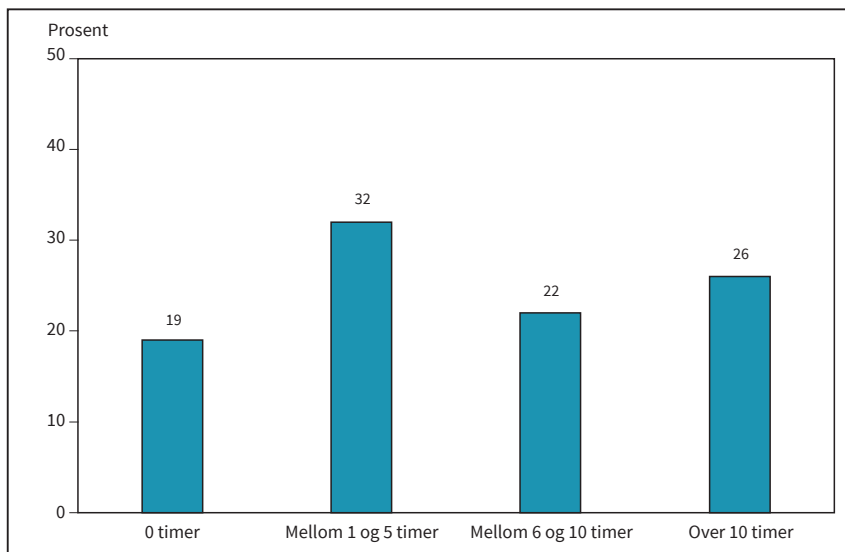
Det hevdes at digitalisering kan bidra til utjevning av sosiale forskjeller. Digital kompetanse er i økende grad nødvendig for å ta del i samfunnet og på arbeidsmarkedet, og elever trenger derfor opplæring i digitale ferdigheter og i bruk av digitale verktøy (Krumsvik et al. 2019). Det trengs mer forskning på hvordan skolen bidrar til å utvikle denne kompetansen, og i forrige delrapport pekte vi på en bekymring rundt digitale skiller mellom elever i matematikkundervisningen (Steffensen et al. 2017; Bjørnset et al. 2018). En utfordring i undervisningen er ulik tilgang på teknologisk utstyr, der for eksempel noen skoler har et nettbrett til hver elev, mens andre har et sett med delvis ødelagte PC-er som må rulleres mellom klassene. En annen utfordring er hvordan lærerne settes i stand til å anvende tilgjengelig teknologi på en måte som tjener opplæringens formål (Rambøll 2019). For sosial utjevning må alle elever ha lik tilgang på teknologisk utstyr og kompetanse og ha lik mulighet til å kunne utvikle teknologiske ferdigheter.

Matematikklærernes digitale kompetanse

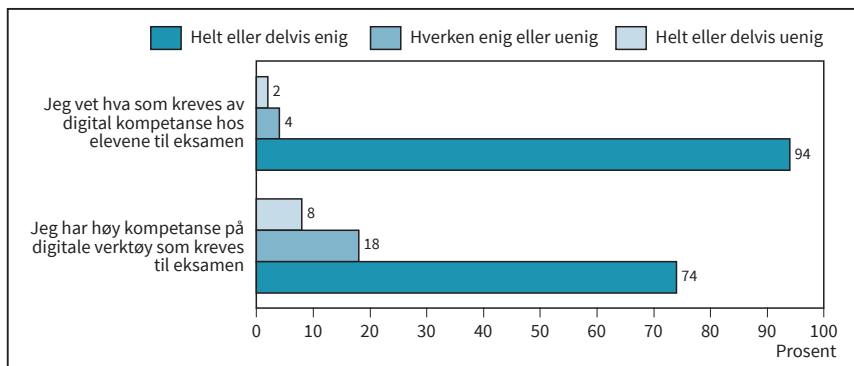
Dersom elever skal ha like god opplæring i bruken av digitale verktøy, og dermed stille likt på eksamensdagen, må også alle matematikklærere ha tilstrekkelig opplæring i bruken av disse. I figur 4.1 ser vi lærernes svarfordeling på spørsmålet om omtrent hvor mange timer de har fått opplæring i de digitale verktøyene som elevene skal ha tilgjengelig på matematikkeksamen.

I gjennomsnitt svarer lærerne at de har fått ti timer opplæring i dette, som er mindre enn i fjor, da gjennomsnittet lå på litt over 16 timer. Videre ser vi at hele 19 prosent av lærerne oppgir at de ikke har fått noe opplæring i de digitale verktøyene som elevene skal ha tilgjengelig på matematikkeksamen. Dette viser at lærerne i stor grad har hatt lite opplæring i de digitale verktøyene. Samtidig er det annet enn formell opplæring som kan ruste lærerne til å gi elevene god opplæring i bruken av digitale verktøy, slik en lærer påpeker:

Figur 4.1 Omtrent hvor mange timer har du fått opplæring i de digitale verktøy som elevene skal ha tilgjengelig på matematikkeksamen? (som for eksempel GeoGebra og Excel?) N = 257.



Figur 4.2 Matematikklærernes digitale kompetanse. N = 276.



Jeg har arbeidet mye med digitale ferdigheter andre steder enn her og i den kursingen jeg har fått både på studiet og på arbeidsplassen. Det ser jeg at mine kolleger også har gjort. (Lærer)

Likevel ser vi at flertallet av lærerne forteller at de ønsker seg mer opplæring i bruk av digitale verktøy, hele 63 prosent svarer ja på dette spørsmålet (ikke vist i figur). I fjorårets undersøkelse svarte en enda høyere andel lærere ja på dette spørsmålet, 76 prosent. Temaet digitale verktøy kom inn i spørreundersøkelsen først i 2018, og vi har derfor ikke svar på disse spørsmålene fra 2017. Disse tallene viser både at lærerne i gjennomsnitt har lite opplæring i digitale verktøy, og at flere lærere ønsker seg økt digital kompetanse.

Videre ba vi matematikklærerne svare på to påstander om egen digital kompetanse. I figur 4.2 presenteres det hvor enige eller uenige lærerne er i disse. På den første påstanden svarer over ni av ti lærere at de er helt eller delvis enige i at de vet hva som kreves av digital kompetanse hos elevene til eksamen. Over sju av ti lærere er også helt eller delvis enige i påstanden om at de har høy digital kompetanse på de digitale verktøyene som kreves til eksamen. Svarfordelingen på disse påstandene er relativt lik svarfordelingen fra fjorårets spørreundersøkelse.

Oppsummert viser svarfordelingen på disse spørsmålene at matematikklærerne i stor grad har tro på egen oversikt over og kompetanse på de digitale verktøyene som kreves til eksamen, samtidig som mange lærere har lite opplæring i disse og ønsker seg mer.

Prioriteres digitale verktøy i undervisningen?

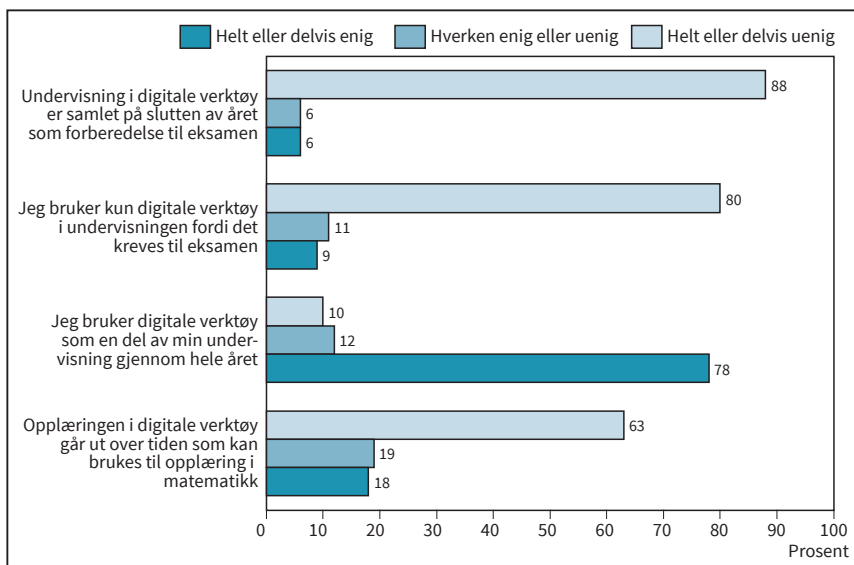
En påstand om prioriteringen av digitale verktøy i undervisningen er at lærere samler denne opplæringen på slutten av året, slik at elevene får denne opplæringen direkte rettet mot eksamen. I figur 4.3 ser vi at 88 prosent er helt eller delvis uenige i den første hypotesen, om at undervisningen i digitale verktøy er samlet på slutten av året som forberedelse til eksamen. Tilsvarende er 78 prosent av lærerne helt eller delvis enige i at de bruker digitale verktøy som del av sin undervisning gjennom hele året. Det store flertallet, åtte av ti, er også helt eller delvis uenige i at de kun bruker digitale verktøy i undervisningen fordi det kreves til eksamen. Dette viser at lærerne i stor grad ser verdien av digitale verktøy i matematikk, uavhengig av at dette testes til eksamen. Vi ser også at 63 prosent av lærerne er helt eller delvis uenige i at opplæring i digitale verktøy går ut over tiden som brukes til opplæring i matematikk. Dette underbygger antagelsen om at lærerne i stor grad ser verdien av å bruke digitale verktøy i matematikken.

Sammenliknet med i fjor svarer flere lærere i år at de er helt eller delvis uenige i at undervisningen i digitale verktøy er samlet på slutten av året, da 81 prosent svarte dette i 2018. Tilsvarende er flere lærere i år enn i fjor helt eller delvis uenige i at opplæring i digitale verktøy går ut over tiden som brukes til opplæring i matematikk, da 56 prosent svarte dette i 2018. Samlet sett tyder våre data på at matematikklærere bruker noe mer tid på opplæring i digitale verktøy i undervisningen enn tidligere, og at noe færre lærere enn i fjor mener dette går ut over tiden som brukes til opplæring i matematikk.

I figur 4.4 ser vi at flesteparten av lærerne, 35 prosent, sier de har brukt omtrent mellom elleve og 20 undervisningstimer med elevene sine på bruk av digitale verktøy, mens 54 prosent har brukt flere undervisningstimer enn dette, og kun 12 prosent har brukt færre undervisningstimer.

Til nå har vi spurt lærerne om opplæringen av digitale verktøy generelt, men vi er også interessert i å skille de ulike digitale verktøyene og opplæringen i disse fra hverandre. Mens noen program har blitt brukt over lengre tid i undervisningen, er andre nyere for de fleste, samtidig som at det forutsettes at elevene har kjennskap til disse til eksamen, fra Utdanningsdirektoratets side. Som vi ser i figur 4.5, svarer alle lærerne at deres elever har fått opplæring i bruk av digitale regneark og digital graftegner i stor eller noen grad. Dette tilsvarer lærernes svar året før. Selv om alle lærerne gir opplæring i dette, er det ikke gitt at det gis tilstrekkelig opplæring. En lærer forteller at mange av elevene synes GeoGebra er vanskelig.

Figur 4.3 Hvordan brukes digitale verktøy i undervisningen? N = 276.



En annen lærer trekker fram at oppgavene som kan løses med GeoGebra og Excel, ikke nødvendigvis viser forståelse av matematikk. Denne læreren mener disse oppgavene derfor ikke kan gi for mye uttelling:

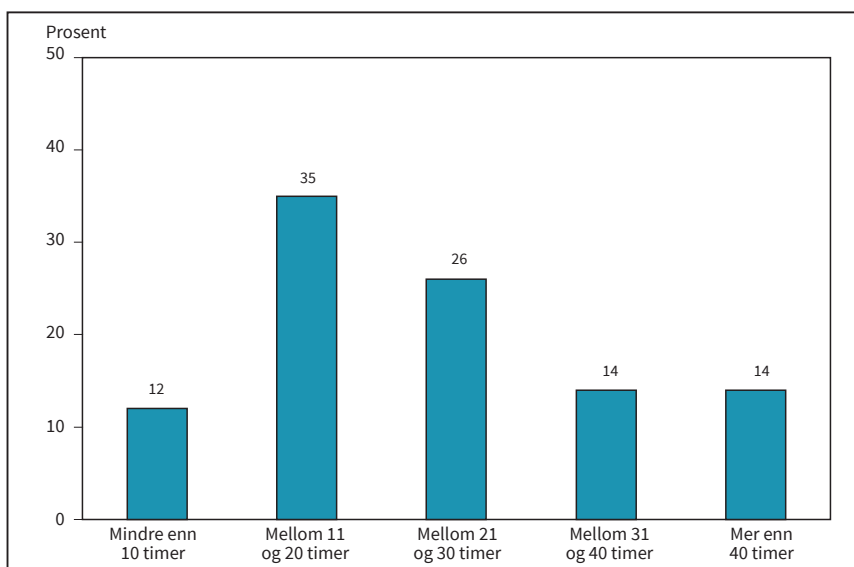
Viktig at det ikke blir for mye poeng for Excel- og GeoGebra-oppgaver, mange kan klare mye her uten å forstå hva de gjør. På ungdomsskolenivå tror jeg det er lurt å satse mest på å forstå og bli glad i det grunnleggende i matematikk. (Lærer)

På spørsmål om elevene har fått opplæring i bruken av dynamiske geometriprogram, svarer derimot kun sju av ti at elevene har fått dette i stor eller noen grad, mens 24 prosent svarer at elevene deres ikke har fått dette. Likevel er det færre enn i fjor som svarer at elevene deres ikke har fått opplæring i dynamiske geometriprogram i det hele tatt, 38 prosent svarer dette. Dette kan indikere at elevene i større grad har fått opplæring i dynamiske geometriprogram i år enn i fjor.

På spørsmålet om elevene har fått opplæring i bruk av CAS, svarer hele 83 prosent av lærerne nei, men 16 prosent svarer at de har fått det i noen grad, og kun 1 prosent svarer at de har fått det i stor grad. Dette fører til, som en lærer forteller, at noen elever får store fordeler på eksamen:

De som kan CAS, får en stor fordel i forhold til andre. (Lærer)

Figur 4.4 Omtrent hvor mange undervisningstimer har du brukt med elevene dine på bruk av digitale verktøy? N = 257.



Det var nytt i fjorårets eksamensveiledning at elever skal ha tilgang til CAS på eksamen, men over åtte av ti lærere har ikke gitt sine elever opplæring i dette. Selv om det kom i fjor, er det fortsatt nytt for mange:

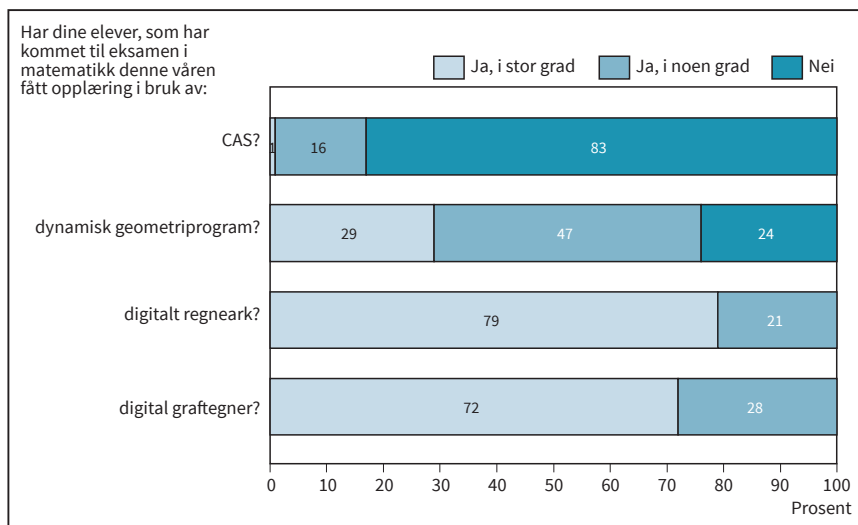
CAS kom som en bombe i vår. Vi hadde ikke jobbet med det, og jeg valgte å ikke rote det til for elevene ved å innføre det to måneder før eksamen. Dette er helt uakseptabelt. Hvis eksamen kommer med oppgaver som krever at eleven kan løse det ved hjelp av et digitalt program, må det komme spesifikt fram i læreplanen – tre år i forkant av eksamen. (Lærer)

Sitatet fra denne læreren viser at det tar tid å innarbeide nye veiledninger til eksamen, og at både lærere og elever trenger mer tid til opplæring i et nytt digitalt verktøy enn det eksamensveiledningen gir rom for.

I eksamensveiledningen fra Utdanningsdirektoratet står det også at elevene skal være kjent med bruk av kalkulator. Dette er nok et verktøy som flere kjenner til, men en lærer trekker fram at det også finnes ulike typer kalkulatorer med ulike bruksområder:

«Eine oppgåva på del 2 fekk ikkje elevane til å løyse med kalkulatoren dei hadde. Måtte ha ein 'større' kalkulator, eller bruke CAS som vi ikkje har arbeida med. Kunne løysast på papir, men vert då mykje meir krevande. Evt bruke Excel, men ikkje så mange elevar som kopla det i ein eksamenssituasjon.» (Lærer)

Figur 4.5 I hvilken grad har elevene dine fått opplæring i ulike digitale verktøy? N = 279.



Denne læreren illustrerer at ulike typer verktøy kan supplere hverandre, men at dette kan være krevende for en elev å koble på eksamen.

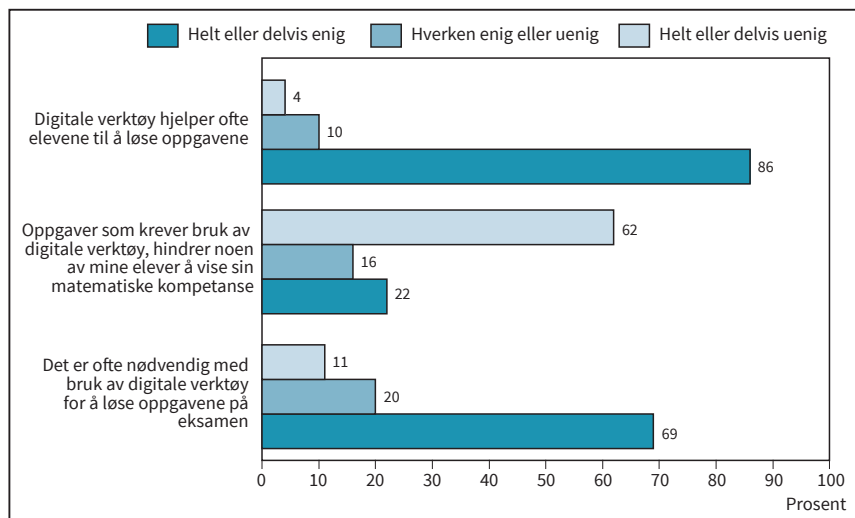
Oppsummert viser både tall og sitater at det gis for lite opplæring i bruken av CAS, noe både lærere og elever reagerer på.

Bruken av digitale verktøy på eksamen

85 prosent av lærerne opplever at digitale verktøy er relevante i eksamenssammenheng (ikke vist i figur). I figur 4.6 ser vi i tillegg at 86 prosent av lærerne er helt eller delvis enige i at digitale verktøy ofte hjelper elevene til å løse oppgavene på årets eksamen. 69 prosent er også helt eller delvis enige i at det ofte er nødvendig med bruk av digitale verktøy for å løse oppgavene på eksamen. Dette viser at en stor andel av lærerne mener at digitale verktøy både er hjelpsomt og nødvendig for å løse årets eksamen. Vi ser også at 62 prosent er helt eller delvis uenige i at oppgaver som krever bruk av digitale verktøy, hindrer noen av deres elever i å vise sin matematiske kompetanse. På spørsmål om hvilke deler av årets eksamen som var lett for de svakest presterende elevene, svarer eksempelvis en lærer at det er bruken av digitale hjelpemidler.

Samtidig ser vi at 22 prosent av lærerne er helt eller delvis enige i denne påstanden, om at bruken av digitale verktøy hindrer noen av deres elever i å vise sin matematiske kompetanse på årets eksamen.

Figur 4.6 Nå kommer noen påstander om bruken av digitale verktøy på årets eksamen. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander? N = 262.



En del av utfordringen med bruk av digitale verktøy på eksamen er knyttet til hvordan besvarelsene deretter skal leveres inn. I eksamensveiledningen (Utdanningsdirektoratet 2019b) anbefales det at besvarelsene leveres digitalt. Det åpnes for flere måter å gjøre dette på – enten ved at skolen skanner alt til én PDF-fil som lastes opp, eller ved at del 1 lastes opp av skolen, og at elevene selv laster opp filer under del 2. Skolene har av og til lokale løsninger som bærer riktig galt av sted: I fjorårets rapport hadde vi et eksempel hvor skoleledelsen hadde bestemt at hele besvarelsen skulle skrives digitalt. Da stiller elevene svakt hvis de ikke har blitt ekstremt gode i å skrive matematikk digitalt (Bjørnset et al. 2018). Også i 2019 er det lærere som nevner tekniske utfordringer rundt digital levering:

De gjorde del 2 digitalt og rakk ikke å gjøre oppgaver de normalt kunne klart. Det tok for lang tid å skrive alt digitalt. (Lærer)

Det virker som matematikkeksamen er på vei til å bli heldigital. Dette kan virke spennende. Det er viktig at denne informasjonen kommer tidlig ut til lærerne hvis dette skjer. (Lærer)

Det er den enkelte skole som bestemmer hvordan elevene skal levere, og det er mange skoler som lar elevene levere filer slik denne læreren tar til orde for. Det er heller ikke uten utfordringer – her er sitater fra sensorer fra de åpne spørsmålene:

«De var lagret som henholdsvis excel, word og geogebrafiler og var vanskelige å finne inne i filen.» (Sensor)

«Besvarelser var oppdelt i mange forskjellige filer og dårlig merket (filnavn). Gjorde at jeg måtte se gjennom flere ganger for å sjekke om jeg hadde sett/funnet alle oppgavene.» (Sensor)

For å sikre en uavhengig sensur skal ikke sensor kjenne navnet på kandidaten. Likevel opplever 30 prosent av sensorene å finne besvarelser som inneholder kandidatens navn.

«Det var både elever som hadde skrevet navnet sitt, der var og tilfeller der elevens 'kandidatark' var skanna med besvarelsen.» (Sensor)

Elevers navn vil også stå som forfatter i filopplysningene når elevene laster opp filene selv. Det er mulig at eleven ikke vet hvordan de skal anonymisere filene. Dette innebærer en trussel mot den uavhengige sensuren.

En lærer forteller om forvirring rundt bruken av verktøy, og om de nå kun skal benytte seg av disse digitalt:

«Elevene mine kastet passerer etter 8. trinn. Det er motstridende informasjon fra UDIR om elevene kan velge bort passerer eller ikke.» (Lærer)

Når det gjelder passer og linjal, har eksamensveiledningene vært tydelige og konsistente i den perioden vi diskuterer, og læreren presiserer ikke hvilken annen informasjon fra Utdanningsdirektoratet som har motsagt dette.

Elevene vi snakket med, var ikke samstemte om hva de mente om å bruke digitale hjelpemidler til eksamen. Det ble sett som positivt og negativt.

Jeg synes det var helt ok. Vi har fått en del opplæring, men sikkert ikke nok. (Elev)

Jeg føler jeg mister litt kontroll. Det tar liksom ekstra tid, og jeg har aldri helt skjønt GeoGebra. (Elev)

Oppsummering og anbefalinger

I dette kapitlet har vi sett på hvor godt matematikklærerne settes i stand til og utøver undervisning i bruk av digitale verktøy. Vi ser et liknende mønster som i fjor, da vi konkluderte med at det er fare for «digitale skillelinjer» mellom elevene (Bjørnset et al. 2018). Vi ser at matematikklærerne i stor grad har tro på egen oversikt over og kompetanse på de digitale verktøyene som kreves til eksamen, samtidig som mange lærere har lite opplæring i disse og ønsker seg mer. Som i fjor ser vi også at både tall og sitater viser at det gis for lite opplæring i bruken av CAS, noe både lærere og elever reagerer på. Ulik praksis når det gjelder digital innlevering av del 2, er fortsatt en utfordring mange møter på eksamensdagen.

Anbefalinger

- Det bør sikres at elevene har tilnærmet lik tilgang til digitale verktøy.
- Det bør sørges for at elever har likeverdig opplæring i bruk av digitale verktøy.
- Det bør sikres lik praksis for innlevering og anonymisering av eksamensbesvarelsene.

5 Form: tekst, illustrasjoner og struktur

Dette kapitlet handler om den formen – altså det uttrykket – som ble benyttet på eksamenen i 2019. Det er tre forhold som har betydning for det formmessige. Det første er bruk av tekst i oppgavene, det andre er hva slags illustrasjoner som benyttes, og det tredje er oppgavens struktur – altså hvordan de ulike oppgavene er bygget opp og plassert i forhold til hverandre. Når det gjelder bruk av tekst, så var det, som tidligere påpekt, sentralt i rapporten for 2017 (Andresen et al. 2017). Et viktig funn var at oppgavesettets utforming virker inn på hvordan kandidatene oppfatter innholdet. Det er altså ikke uten betydning hvordan eksamenen er presentert og organisert. Hvordan ser det ut i år?

Bruk av tekstoppgaver

I rapporten om 2017-eksamenen (Andresen et al. 2017) hadde vi en gjennomgang av tidligere forskning på hvilke språktrekk som bidrar til å gjøre matematikkoppgaver vanskelige. På bakgrunn av dette utviklet vi en metode for å analysere språket i eksamensoppgavene, som vi også bruker i årets analyse.¹⁰

Det å lese og skrive er grunnleggende ferdigheter i matematikkfaget, både i LK06 og i læreplanene etter fagfornyelsen. Ferdigheter i å lese og skrive i matematikk skal derfor også testes på en matematikkeksamen. Samtidig er det slik at hvis språket i seg selv gjennomgående er for vanskelig i eksamensoppgavene, kan det hindre elevene i å vise andre deler av sin matematikkompetanse. Vår gjennomgang av omfanget av språklige trekk som kan gjøre

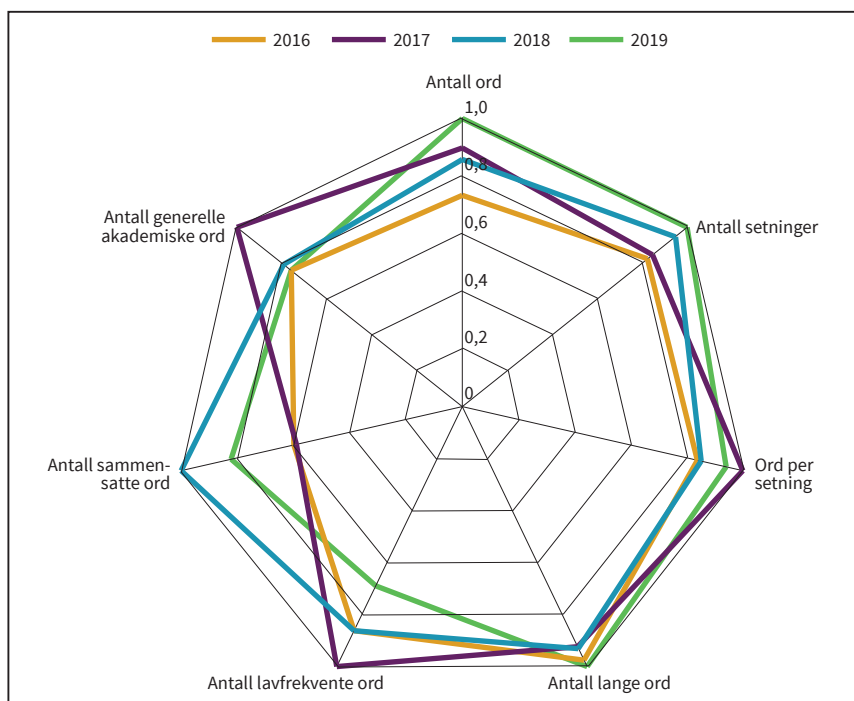
¹⁰ En ny svensk doktorgradsavhandling som analyserer PISA-oppgaver, har funn som gir støtte til vår tidligere forskningsoppsummering: Det er et betydelig språklig element i kompetansen som trengs for å løse PISA-oppgaver, men det er få språklige trekk som enkeltvis kan forklare variasjonen (Theens 2019). Dette tyder på at språktrekkene virker sammen.

matematikkoppgaver vanskeligere, vil kunne bidra til en vurdering av om den vekten disse grunnleggende ferdighetene får, er passende.

På spørsmål til elevene var det flere som framhevet at det ikke var så mange ord de slet med å forstå. I de kvalitative intervjuene var det imidlertid elever som trakk fram ord som «kongruente», som de hadde vært borti, men ikke forsto. En annen elev trakk fram ordet «satellitt», men ble irettesatt av andre elever som mente at dette ordet jo var ganske enkelt. Det sistnevnte er tatt med her for å illustrere at det alltid vil være en diskusjon om hva som er vanskelige ord, og hva som er for vanskelige. Hva kan og bør vi vente at elever på 10. trinn vet? Svaret er ikke opplagt. Av den grunn er det nærliggende å peke på at også en eksamen bør piloteres før den brukes (jf. Bjørnset et al. 2018).

For å komme mer inn i detaljene av ordene som er brukt, har vi satt opp et radardiagram (figur 5.1) hvor vi sammenlikner eksamenene basert på sju kvantitative kategorier (angitt slik at den høyeste verdien i en kategori settes til 100 prosent). Diagrammet er altså kun egnet til å se hvordan 2019-eksamenen plasserer seg sammenliknet med 2016, 2017 og 2018. Fra figuren går

Figur 5.1 Sammenlikning av noen kvantitative resultater av analysene av 2016-, 2017-, 2018- og 2019-eksamenene. I prosent av høyeste verdi i den enkelte kategori.



det fram at eksamenen i 2019 har flere ord, setninger og lange ord enn de tre foregående eksamenene, mens antall lavfrekvente ord og antall generelle akademiske ord er redusert. Det overordnede bildet er derfor litt blandet, og en første konklusjon kan være at det har blitt en større mengde, men ikke vanskeligere tekst å lese.

I tabell 5.1 viser vi tallene som ligger til grunn for radardiagrammet.

Tabell 5.1 Sammenlikning av noen kvantitative resultater av analysene av 2016-, 2017-, 2018- og 2019-eksamenene.

	2016	2017	2018	2019
Antall ord	1013	1240	1183	1380
Antall setninger	154	158	177	187
Ord per setning	6,6	7,8	6,7	7,4
Antall lange ord	284	269	271	291
Antall lavfrekvente ord	25	29	25	20
Antall sammensatte ord	64	63	107	88
Antall generelle akademiske ord	22	29	23	22

Leksikalske trekk

Tabell 5.2 viser hvordan de (ikke-sammensatte) lavfrekvente ordene fordelte seg på de fire årene. I parentes er antall treff i NoWaC-korpuset.

Vi ser at økningen i antall matematikkfaglige lavfrekvente ord fortsetter. Alle er tett knyttet til den matematikken som det er rimelig å teste på en 10. klasseeksamen. De andre lavfrekvente ordene («generell terminologi») er det færre av, og de utgjør så liten andel av eksamenssettet at de neppe kan påvirke elevenes prestasjoner vesentlig. At «Netflix» regnes som lavfrekvent, skyldes for øvrig at NoWaC-korpuset begrenser seg til tekster fram til januar 2010. En detalj er at 2019-eksamenen bruker ordet «radiusen», mens 2018-eksamenen brukte «radien». Begge er lavfrekvente ord, men «radien» er noe mindre brukt.

2019-eksamenen inneholder 88 sammensatte ord. Sammensatte ord kan i seg selv gjøre tekster vanskeligere å lese (Gürsoy et al. 2013:11; Maagerø & Skjelbred 2010:82–84). De fleste sammensatte ord er lavfrekvente ord sett under ett, men vil ofte være tolkbare fordi de er sammensatt av frekvente ord. Kun to sammensatte ord var sammensatt av lavfrekvente ord: «primtallsfaktorisere» og «pariserhjul»/«pariserhjulet».

Det var i alt 22 «generelle akademiske ord» (dvs. som finnes i Akademisk ordliste). Dette er på linje med fjoråret. Ordene i 2019 var «danner», «dynamisk», «eksempelet», «fordelingen», «forholdet», «form», «former», «framstilling», «funksjon», «funksjonen» (x2), «konstruer» (x3), «ovenfor», «sammenhengen», «undersøkelse», «undersøkelsen», «uttrykkes» (x3) og «uttrykket». Bruk av generelle akademiske ord kan gjøre oppgaver vanskeligere å løse for elever med svake språkkunnskaper på prøvespråket (Gürsoy et al. 2013:11; Maa-gerø & Skjelbred 2010:84–86), og det er derfor positivt at oppgavene i liten grad har slike ord. Mange av de generelle akademiske ordene går dessuten igjen fra år til år, noe som øker sannsynligheten for at elevene har jobbet med ordene i forkant av eksamen.

Et vanlig kjennetegn på akademisk språk er at man omskriver handlinger (verb) til ting (substantiver). Dette kalles nominaliseringer, og hvis språket inneholder mange nominaliseringer, bidrar det til å gjøre språket vanskelig å lese for elever (Persson 2016:36). Det er svært få nominaliseringer i eksamensoppgavene vi har undersøkt, og det gjelder også i 2019. De få nominaliseringene som finnes, er velkjente ord, som «sammenhengen» (som kommer

Tabell 5.2 Matematikkfaglige og generelle lavfrekvente ord i avgangseksamenen for 10. trinn 2016–2019. I parentes er antall treff i NoWaC-korpuset.

	2016	2017	2018	2019
Matematikk-faglig terminologi	kongruent (28) parabel (250) tangerer (650)	y-aksen (152) prisme (x2) (203) prismet (203) median (1222) linjal (574)	regulær (x2) (1578) radian (227) kjegle (x3) (839) median (x2) (1222) linjal (574) addere (467) addisjon (356)	kube (436) kuben (436) kvadrat (1283) kvadratet (1283) regulær (1578) kongruente (28) radiusen (1457) kjegler (839) kjeglene (839) rektangel (355) ellipse (516) radius (x4) (1457) linjal (574)
Generell terminologi	Firenze (x3) (1297) arrabiata (x2) (13) bolognese (x2) (124) stracotto (x2) (0) vitruvisk (x2) (3) Galileo (x2) (1199) Galilei (476) Fibonacci (x2) (41) Palazzo (186) Vendramin-Calergi (1)	mugge (1175) muggen (1175) Benedikte (x2) (815) fyrstikker (x5) (247) Jeløy (x4) (814) Themsen (423) Lovelace (x5) (58)	caffè (x2) (546) Arkimedes (167) Insidious (0) Jedi (599) Paddington (151) Daniella (356) fidget (x3) (19) Gauss (x4) (399)	Netflix (59) Gloria (x4) (1071) ekvator (x4) (1355) Louvre (427) Leoh (10) Pei (169)

fra «å henge sammen») og «undersøkelsen» (som kommer fra «å undersøke»). Dette er neppe egnet til å skape vanskeligheter for elevene.

Preposisjoner kan være vanskelige å tolke riktig, og det kan gjøre det vanskelig å forstå en oppgave i de tilfellene hvor preposisjonene er avgjørende for tolkningen. Ikke minst vil dette gjelde elever med svakest norskkunnskaper. Den enkelte preposisjon (for eksempel «til») kan ha et stort mangfold av betydninger innenfor det samme eksamenssettet, slik vi har illustrert i de to foregående rapportene (Andresen et al. 2017; Bjørnset et al. 2018). Det er i tillegg et poeng at oppgavene bør bruke preposisjonene på en gjennomtenkt og konsekvent måte. I oppgave 3 i del 2 brukes både uttrykket «Bredden til de røde stripene ...» og uttrykket «bredden på de røde stripene ...» Språklig svake elever kan lure på om det er meningsforskjell mellom «bredden til» og «bredden på».

Grammatiske trekk

I tillegg til de leksikalske trekkene (altså hvilke ord som brukes), vil grammatiske trekk som uvant ordstilling, lange, komplekse ytringer og mangel på sammenheng mellom setningene kunne bidra til å redusere lesbarheten. Også i 2019 finner vi eksempler på setninger som er såpass lange og komplekse at lesesvake elever vil kunne få problemer:

- «En lineær funksjon som viser sammenhengen mellom hvor lenge Gloria passer barna (x timer), og hvor mye hun får betalt (y kroner), kan uttrykkes som [fire alternative svar]» (del 1, oppgave 12b)
- «Bruk grafen nedenfor til å bestemme hvor mye Gloria får betalt til sammen en lørdag når hun passer barna i 6 timer.» (del 1, oppgave 12c)
- «Figuren nedenfor viser en likesidet trekant ABC med en innskrevet og en omskrevet sirkel med sentrum i S.» (del 2, oppgave 7)

Et liknende trekk er pakking av informasjon i substantivgrupper (nominalgrupper), altså at et substantiv bygges ut foran og/eller bak så det blir et lengre uttrykk som får funksjon som substantiv i setningen. Dette kan føre til kompakte setninger hvor mye innhold presses inn på lite plass. Eksempler fra 2019-eksamenen:

- «sannsynligheten for at lykkehjulet stopper på et gult felt to ganger på rad» (del 1 oppgave 6b)

- «En lineær funksjon som viser sammenhengen mellom hvor lenge Gloria passer barna (x timer), og hvor mye hun får betalt (y kroner)» (del 1, oppgave 12b)¹¹
- «et stolpediagram som viser hvor stort areal hvert av de fem landene har» (del 2, oppgave 1a)
- «månens lengste og korteste avstand fra månen til jorda målt i kilometer» (del 2, oppgave 6b)

Utstrakt bruk av lange substantivgrupper kan gjøre tekst vanskeligere å lese (Fang et al. 2006:253), og det kan hjelpe å splitte dem opp. Det andre eksemplet kunne vært splittet opp slik: «Vi vil studere sammenhengen mellom hvor lenge Gloria passer barna (x timer), og hvor mye hun får betalt (y kroner). En lineær funksjon som viser denne sammenhengen mellom x og y, ...» Dette reduserer kompleksiteten i den ene setningen, men øker antall ord. Vi kan ikke slå fast om det hadde vært enklere for elevene.

Et særtrekk ved akademisk språkbruk er også at man ved hjelp av nominaliseringer eller passivformer gjør det utydelig hvem som er aktøren, noe som gjør situasjonen mer abstrakt for leserne. Dette har vi ikke funnet eksempler på i 2019-eksamenen.

Det er spesielt problematisk når oppgavene inneholder språklige feil. I 2019 fant vi dette eksemplet på det: «Avstandene a og b er månens lengste og korteste avstand fra månen til jorda målt i kilometer» (del 2, oppgave 6b). Ved å fjerne «månens» ville setningen vært lettere å forstå. (I nynorskversjonen finnes ikke denne feilen.)

Nynorskversjonen

Eksamenen foreligger på to likeverdige målformer, og det er viktig at de to versjonene gir elevene de samme mulighetene til å vise sin matematikkompetanse. Samtidig som de to versjonene skal ha korrekt bokmål og nynorsk, er det derfor viktig at det ikke forekommer unødvendige ulikheter i formuleringene.

Analysene i denne rapporten er gjort med utgangspunkt i bokmålsversjonene. For 2019-eksamenen har vi, som de to foregående årene, i tillegg gjort en sammenlikning mellom nynorsk- og bokmålsversjonen for å se om det er vesentlige ulikheter. De viktigste forskjellene vi har funnet, er gjengitt i tabell 5.3.

¹¹ Det er også en kommafeil i denne setningen. Det skal ikke være komma etter A i uttrykk av typen «sammenhengen mellom A og B».

Tabell 5.3 Forskjeller i formulering mellom nynorsk- og bokmålsversjonene av avgangseksamenen for 10. trinn 2019.

Oppgave	Bokmål	Nynorsk
Del 2 oppgave 1	«Verdens fem største land ...»	«Dei fem største landa i verda ...»
Del 2 oppgave 3c	«flaggets høyde»	«høgda på flagget»
Del 2 oppgave 4a	«Therese sitt budsjett som ...»	«budsjettet til Therese, som ...»
Del 2 oppgave 6	«Et år regnes som ...»	«Eitt år blir rekna som ...»
Del 2 oppgave 6b	«Månens bane rundt jorda danner en ellipse.»	«Banen som månen går i rundt jorda, dannar ein ellipse.»
Del 2 oppgave 6b	«Avstandene a og b er månens lengste og korteste avstand fra månen til jorda målt i kilometer.»	«Avstandane a og b er den lengste og kortaste avstanden frå månen til jorda målt i kilometer.»
Del 2 oppgave 6b	«månens bane» (x2)	«banen til månen» (x2)
Del 2 oppgave 9c	«samlet masse»	«den samla massen»

Den viktigste forskjellen i 2019 gjelder nok del 2 oppgave 6b, hvor teksten er språklig feil på bokmål, men korrekt på nynorsk. Ellers ser vi at de fleste ulikhetene, som før, er knyttet til at man har valgt å bruke genitivs-s på bokmål der nynorskversjonen bruker preposisjoner. I alle disse tilfellene ville en direkte oversettelse fra nynorsk til bokmål vært språklig fullgod og derfor å foretrekke framfor en omskriving til genitivs-s, siden ulik formulering kan bidra til å endre den språklige vanskegraden for teksten.

Vi og enkelte av informantene har vært opptatt av ordet «bestem», som informantene mener oppleves fremmed på nynorsk. Ordet forekommer 14 ganger i nynorskversjonen i 2019, mot 13 i 2018 og seks i 2017.

I nynorskversjonen er det i tillegg en feil i figuren i oppgave 10 i del 1: Det står «SALG 30%» istedenfor «SAL 30 %».

Det er ikke grunnlag for å si at det er språklige ulikheter i de to versjonene av 2019-eksamenen som påvirker elevenes resultater, med unntak av språkfeilen i bokmålsversjonen av oppgave 6b i del 2, hvor bokmålselever kan ha vanskeligere for å forstå setningen. Vi vil likevel fortsatt oppfordre til å velge fellesformer der det er mulig, for å unngå utilsiktede ulikheter i språklig vanskegrad.

Lærernes vurderinger av tekstoppgavene

I spørreundersøkelsen til lærerne ba vi dem ta stilling til ulike påstander om tekstoppgavene på årets eksamen, presentert i figur 5.2. Her ser vi at litt mer enn åtte av ti lærere sier seg helt eller delvis enige i påstanden om at oppgaver med mye tekst hindrer noen av deres elever i å vise sin matematiske kompetanse på årets eksamen. Vi ser også at seks av ti lærere er helt eller delvis uenige i at oppgaver med mye tekst gjør det enklere for noen elever å vise sin matematiske kompetanse. 55 prosent av lærerne er videre helt eller delvis enige i at det brukes ord som kan være vanskelige å forstå i tekstoppgavene, og 36 prosent av lærerne er helt eller delvis uenige i at det brukes temaer som elevene ikke har kjennskap til, på årets eksamen. Dette kan indikere at årets eksamen hadde tekstoppgaver som hindret noen elever i å vise matematisk kompetanse. Samtidig sier færre lærere enn årene før seg helt eller delvis enige i disse påstandene, noe som indikerer at årets eksamen i mindre grad enn årene før inneholdt tekstoppgaver som hindret noen elever i å vise sin matematiske kompetanse. Eksempelvis sa hele ni av ti lærere i fjor og året før seg helt eller delvis enige i påstanden om at oppgaver med mye tekst hindrer noen av deres elever i å vise sin matematiske kompetanse på årets eksamen.

I kapittel 3 diskuterte vi blant annet elever med lese- og skrivevansker og minoritetsspråklige elever og hvordan disse får vist sin kompetanse på årets eksamen. En lærer mener tekstoppgavene som gis på eksamen, har endret seg over tid og blitt vanskeligere:

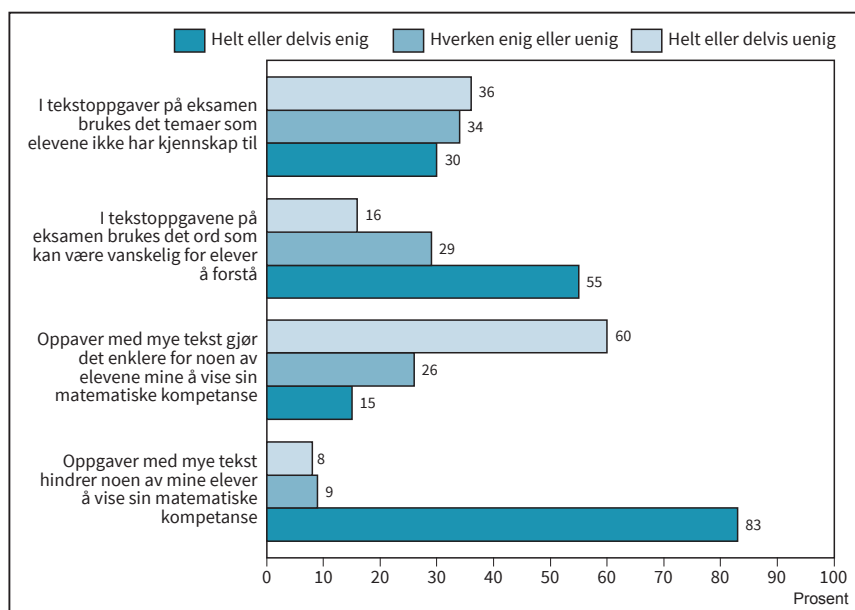
Det må og bør være tekstoppgaver til eksamen, men over tid har tekstoppgavene endret seg mye. Det er mer tekst enn tidligere, og oppgavene har sammensatte problemstillinger som krever god oversikt over faget. Store deler av elevgruppen gir opp før de får begynt. Dette gjelder særlig del 2. (Lærer)

Samtidig er denne læreren positiv til at det gis tekstoppgaver. Det er det også flere andre lærere som er:

Viktig at tekstoppgaver er med, da de representerer en type problemstilling som ofte er relevant for dagliglivet. Men samtidig viktig at språket er forståelig for elevene. (Lærer)

Det er viktig at det gis tekstoppgaver. Elevene skal også kunne fagspesifikk lesing i matematikk. (Lærer)

Figur 5.2 I hvilken grad lærerne er enige eller uenige i påstander om tekstoppgaver på eksamen. N = 260.



Bruk av illustrasjoner

Foruten tekst og organisering er bruk av illustrasjoner avgjørende for det formmessige uttrykket som er gitt en eksamensoppgave. Vi deler illustrasjonene skjønnsmessig i tre kategorier: de som gir informasjon som er avgjørende for å kunne løse oppgaven, de som kan være til hjelp for å løse oppgaven, og de som er «til pynt» eller motivasjon (jf. Andresen et al. 2017). Illustrasjoner som ikke er til hjelp på annen måte enn å illustrere et ord i teksten, er kategorisert som «til pynt». For eksempel er vaffelen og Netflix-logoen i oppgave 1 i del 1 kategorisert som «til pynt», registreringsnummeret i oppgave 5 i del 1 er kategorisert som «til hjelp» (fordi det å få et eksempel på et skilt gjør det enklere å forstå hvordan registreringsnumrene kan variere), mens diagrammet i oppgave 8 i del 1 er kategorisert som «avgjørende» (fordi oppgaven stiller spørsmål som ikke kan besvares uten å lese av diagrammet). Vi ser også på om teksten i eksamensoppgavene eksplisitt viser til illustrasjonene.

I tabell 5.4 ser vi resultatet for analysen av 2016-, 2017-, 2018- og 2019-eksamenene. Veldig mange av illustrasjonene er klassifisert som «til pynt». De illustrasjonene som er avgjørende for løsningen, er som oftest

nevnt eksplisitt i teksten. Det mest interessante unntaket er oppgave 20 i del 1, hvor man må se på figuren for å oppdage at radius for grunnflaten i kjeglene er ment å være den samme som radius i kulen. Uten illustrasjonen er oppgaven umulig å løse. Noen illustrasjoner er til hjelp, og bare noen av disse er nevnt eksplisitt i teksten.

Som tidligere vil vi påpeke at det at det veksles mellom illustrasjoner som er «til pynt», og illustrasjoner som er til hjelp eller avgjørende for å løse oppgaven, kan gjøre det vanskelig for elevene å trekke ut det de trenger av informasjon – det er derfor for eksempel TIMSS-oppgaver ikke inneholder illustrasjoner som ikke er nødvendige (Mullis & Martin 2011). Men samtidig er det viktig å understreke at illustrasjoner som er «til pynt», i noen tilfeller kan gi elevene nyttige hint om hva oppgaven handler om, for eksempel om det skulle være ord i oppgaven som de ikke kjenner.

Illustrasjoner som er direkte misvisende, bør unngås. Oppgave 8 i del 2 er krevende fordi elevene må tenke todimensjonalt og tredimensjonalt samtidig. Man ser den nordlige halvdelen av jordas overflate, men når man skal svare på oppgave c, må man tenke på avstanden mellom sirklene. Det kan da være forvirrende at den delen av jordkloden som er tegnet inn, ikke er halvparten (for sørspissen av Grønland og sørlige deler av Danmark ligger ikke nær ekvator i virkeligheten, men gjør det på figuren). Her burde figuren ha vist den nordlige halvkule helt ned til ekvator for at figuren skulle stemme.

Tabell 5.4 Illustrasjoner i 2016-, 2017-, 2018- og 2019-eksamenene, fordelt på om de er avgjørende, til hjelp eller til pynt. I parentes står antallet som er vist til eksplisitt i oppgaveteksten.

	Avgjørende	Til hjelp	«Til pynt»	Totalt
2016	14 (12)	9 (2)	9 (0)	32 (14)
2017	17 (15)	7 (1)	9 (0)	33 (16)
2018	13 (10)	6 (4)	25 (0)	44 (14)
2019	13 (9)	9 (2)	18 (0)	40 (11)

Elever og læreres vurderinger av illustrasjonene

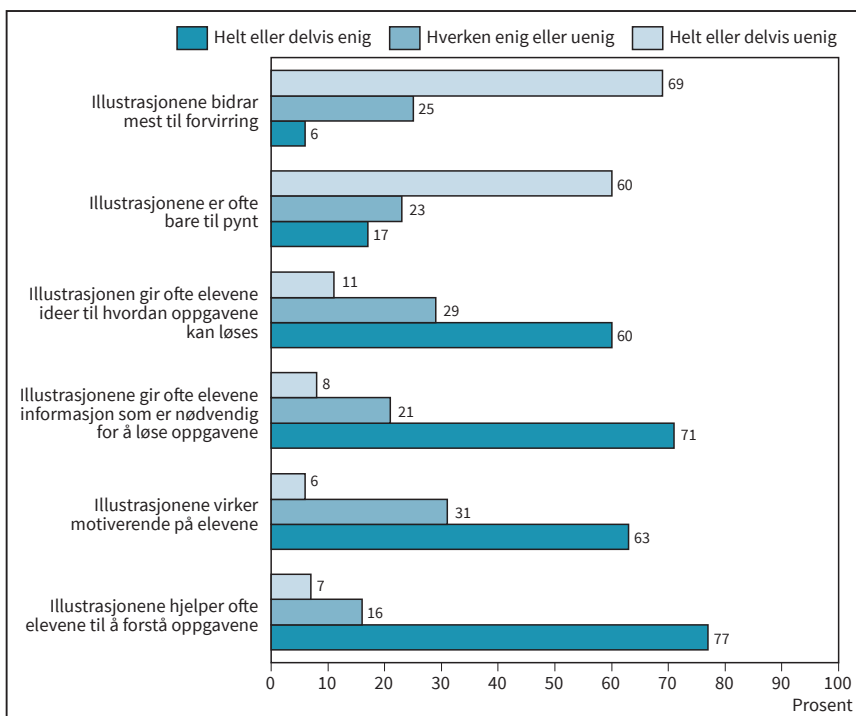
I de kvalitative intervjuene med elevene tok vi særskilt opp hvordan de oppfattet illustrasjonene – om de var pynt, forvirrende eller til hjelp. Mest slående fra intervjuene var likevel at mange av elevene ikke husket helt. De ante ikke om det var noe tema, og flere ga uttrykk for at de var i tvil om det var illustrasjoner. Mer konkret husket de at det var illustrasjoner, men det var først da de bladde i eksamenssettet, at de husket hvordan de så ut.

Husker ikke så mye. Men når det gjaldt geometri, så var det figurer som hjalp litt. (Elev)

Vet ikke om det hjalp, men jeg husker jo for eksempel mopedoppgaven. (Elev)

I spørreundersøkelsen til lærerne ba vi dem ta stilling til påstander om illustrasjonene på årets eksamen, presentert i figur 5.3. 69 prosent svarer at de er helt eller delvis uenige i at illustrasjonene bidrar mest til forvirring, og 60 prosent er helt eller delvis uenige i at illustrasjonene ofte bare er til pynt. Videre er seks av ti lærere helt eller delvis enige i at illustrasjonene ofte gir elevene ideer til hvordan oppgavene kan løses. Hele 71 prosent mener illustrasjonene ofte gir elevene informasjon som er nødvendig for å løse oppgavene, 63 prosent sier seg helt eller delvis enige i at illustrasjonene virker motiverende på elevene, og 77 prosent er helt eller delvis enige i at illustrasjonene ofte hjelper elevene å forstå oppgavene. Samlet er svarfordelingen på disse påstandene relativt like som i 2017 og 2018 og viser at lærerne mener illustrasjonene på årets eksamen var gode.

Figur 5.3 I hvilken grad lærerne er enige eller uenige i påstander om bruk av illustrasjoner i eksamensoppgavene. N = 261.



Paratekstlige elementer

Paratekstlige elementer er tekst som omgir brødteksten, samt formatering av brødteksten. Disse typene paratekstlige elementer forekommer i eksamensoppgavene i 2019:

- En overskrift til hver oppgave med oppgavenummer og poengsum.
- Tekst i egne fargelagte bokser som forteller hvordan oppgaven skal løses (for eksempel «Regneark»).
- Bruken av farger på elementer i oppgavene fortsetter. Mens det i fjor var en del tall i enkelte oppgaver som var fargelagt, var det i 2019 en kobling mellom teksten i oppgave 15 i del 1 og figuren. Teksten «en regulær femkant» var i rød skrift, og det samme var den regulære femkanten i figuren. Teksten «fem kongruente trekanter» var i blå skrift, og tilsvarende var en tikant (dvs. to av sidene i hver av de fem trekantene) i figuren markert med blått. Dette er heller ikke gjort konsekvent, på siden etter (oppgave 16 i del 1) er sirklene fargelagt, men teksten er svart.
- I del 1 av settet er det dessuten en del tekst av typen «Løs oppgave 1 her:»
- Det brukes også farger i regnearkoppgaven (oppgave 4 i del 2) for å markere hvilke ruter eleven skal gjøre noe med.

Man har gått bort fra å bruke fet skrift for å markere spesielt viktige ord i enkeltoppgaver, slik man gjorde i 2018. Med unntak av fargeleggingen av skrift er bruken av paratekstlige elementer noe mer moderat enn i 2018 og for øvrig forholdsvis konsekvent. Vi tror at det kan være en fordel for elevene, ikke minst de som presterer svakt, at virkemiddelbruken er gjenkjennelig fra år til år.

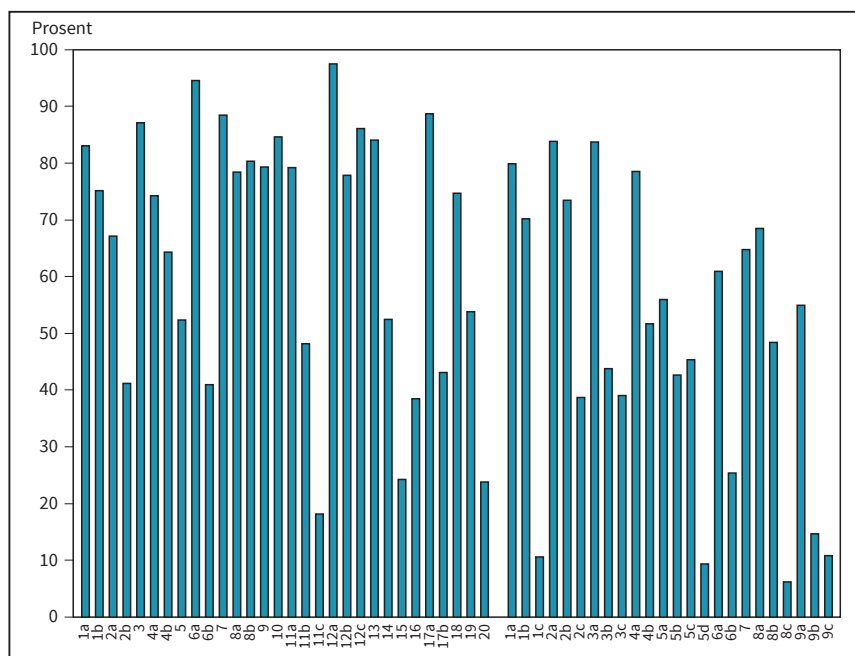
Struktur – om eksamensoppgavens oppbygging

Det er viktig at eksamenssettet har hensiktsmessig layout. Et poeng er at oppgaver som bygger på hverandre, bør være mulige å se på i sammenheng. I 2019-settet gjelder dette oppgave 7 og 8 i del 2. Disse burde vært plassert på det samme oppslaget, og det burde i tillegg vært opplyst eksplisitt om sammenhengene, siden elevene ellers kan forventes å tro at oppgavene er uavhengige av hverandre. Vi kommer tilbake til disse to oppgavene senere i kapitlet. En viktig del av den formen man har valgt på eksamen, er dens struktur. Vi vil drøfte strukturen ut fra tre perspektiver: hvordan vanskegraden varierer gjennom settet, om oppgaver bygger på hverandre, og hvordan oppgaven skal besvares. Vi vil dessuten reflektere rundt oppdelingen i en del 1 og en del 2.

Det er gjerne sett på som et ideal at oppgavesett skal ha stigende vanskegrad, slik at ikke elever mister motet før de kommer til de oppgavene som de kan få til. Dette gjelder både mellom deloppgaver i samme enkeltoppgave og for settet som helhet. Samtidig vil det være umulig å oppnå dette fullt ut.

I denne rapporten ser vi på vanskegrad fra flere synsvinkler: Vi ser på om oppgavene krever kreativ løsning (kapittel 6), vi ser på elevers og læreres oppfatninger og på hva vurderingsskjemaene kan si oss (kapittel 3). I diskusjonen om eksamenens struktur vil vi bruke hvor stor uttelling kandidatene i gjennomsnitt får på den enkelte deloppgaven, som mål på vanskegraden. Figur 5.4 viser andelen uttelling på de enkelte deloppgavene basert på de vurderingsskjemaene vi har hatt tilgjengelig.¹²

Figur 5.4 Vanskegrad: elevenes gjennomsnittlige poengskår på oppgavene i settet.



Vi ser at det, med et par unntak, er økende vanskegrad innad i de enkelte oppgavene. Når det gjelder settet som helhet, er bildet mer uklart. Allerede tidlig på eksamenen er det en oppgave som under halvparten av elevene får

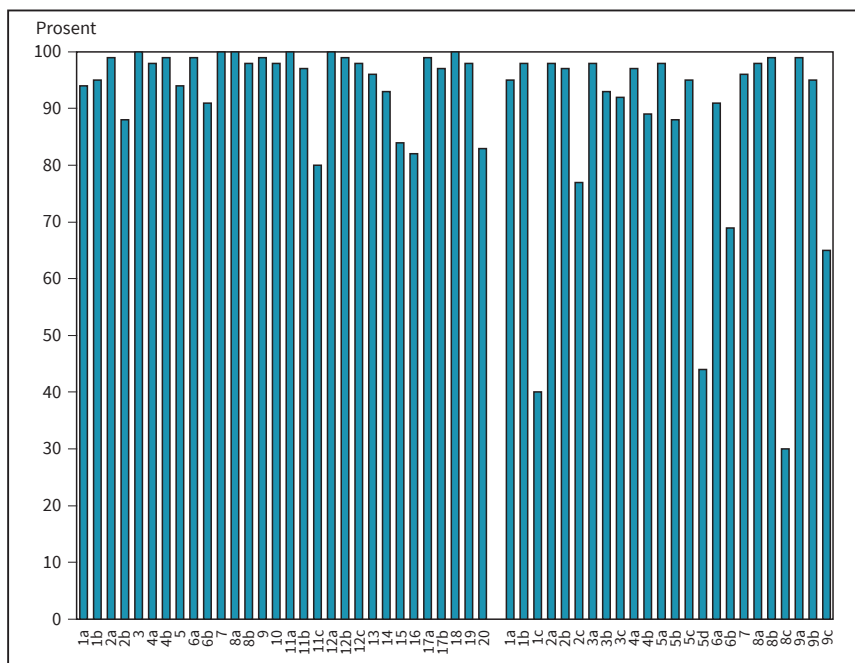
¹² Vårt materiale er basert på materiale innsamlet av Utdanningsdirektoratet i forbindelse med deres IRT-analyse. IRT-analysen er å finne i Bjørnsson (2020) og samsvarer på dette området med våre analyser.

til (oppgave 2b), og det kan være uheldig. I del 2 er oppgave 1c en oppgave som kun 10,6 prosent får poeng på. Man kunne kanskje tenke seg at mange løste denne oppgaven feil og gikk raskt videre uten å legge merke til at den var vanskelig, men 26,2 prosent av elevene har faktisk svart blankt på oppgave 1c, og da kan det tenkes at de har brukt en del tid på å prøve å få den til, og senere har gitt opp.

Ut fra dette diagrammet må vi kunne si at eksamenen i år har noen tydelige avvik fra en stigende vanskegrad, og det samme har vi sett i de tilsvarende analysene av eksamenen for 2017 og 2018. Hvis elever er vant til at oppgavesettene har stigende vanskegrad, kan ujevnheter føre til at de mister motet og gir opp selv om de kunne fått til senere oppgaver. Siden vi vet at eksamenssettene brukes i undervisningen og i trening til eksamen, og vi ser den samme variasjonen i vanskegrad gjennom settet flere påfølgende år, kan det være at elevene er tilstrekkelig forberedt og fortsetter videre i settet selv om det er oppgaver de ikke får til underveis.

I kapittel 3 har vi analysert eksamensoppgavene med tanke på de som skårer lavest. De som skårer høyest på eksamen og oppnår 55 eller flere

Figur 5.5 Gjennomsnittlig skår på oppgavene for de 11 prosentene av elevene som oppnår flest poeng totalt på eksamenssettet i 2019.



poeng, utgjør 11 prosent av materialet vårt. Figur 5.5 viser gjennomsnittlig poengskår for denne gruppen. På samme måte som at del 2 har liten verdi for gruppen som oppnår lav skår, har del 1 liten verdi for gruppen som oppnår høy skår. Det er over 80 prosent eller høyere gjennomsnittlig skår på alle oppgaver og bare fem oppgaver som ligger under 90 prosent. På del 2 ser vi noe av det samme mønsteret som for hele materialet. De tre oppgavene på del 2 der denne gruppen i gjennomsnitt skårer under 50 prosent (oppgave 1c, 5d og 8c), er også de oppgavene som falt vanskeligst ut i hele eksamenssettet. Av de som oppnådde poeng på oppgave 5d og 8c, finner vi over halvparten i gruppen med de 11 prosentene med høyest skår. På oppgave 1c utgjør de 40 prosent av de som fikk poeng på denne oppgaven.

Arbeidsmengde

Hvilken arbeidsmengde eksamenen legger opp til, er et tema som peker i to litt ulike retninger. For det første handler det om mengde i form av antall oppgaver i forhold til de fem timene som er satt av. For det andre er arbeidsmengden knyttet til innholdet og vanskegraden i de oppgavene som er gitt.

I spørreundersøkelsen ble lærerne spurt om hvordan de som lærere vurderte arbeidsmengden på eksamen. Vi spurte også om hva elevene hadde sagt til dem om arbeidsmengden på årets eksamen. Resultatene er presentert i figur 5.6. Åtte av ti lærere mener arbeidsmengden på årets eksamen var passe. På spørsmålet om hva elevene har sagt til læreren om arbeidsmengden på årets eksamen, var det kun 47 prosent av elevene som mente det var passe tid på årets eksamen. Tilsvarende mente 24 prosent at det var for lite tid på årets eksamen. Dette indikerer at arbeidsmengden på årets eksamen var stor, og at en betydelig andel, både blant lærere og elever, mener at det var for lite tid. I 2017 og 2018 mente flere elever at det var passelig med tid, 61 og 61 prosent. Disse svarene indikerer at arbeidsmengden på årets eksamen var større enn de foregående årene.

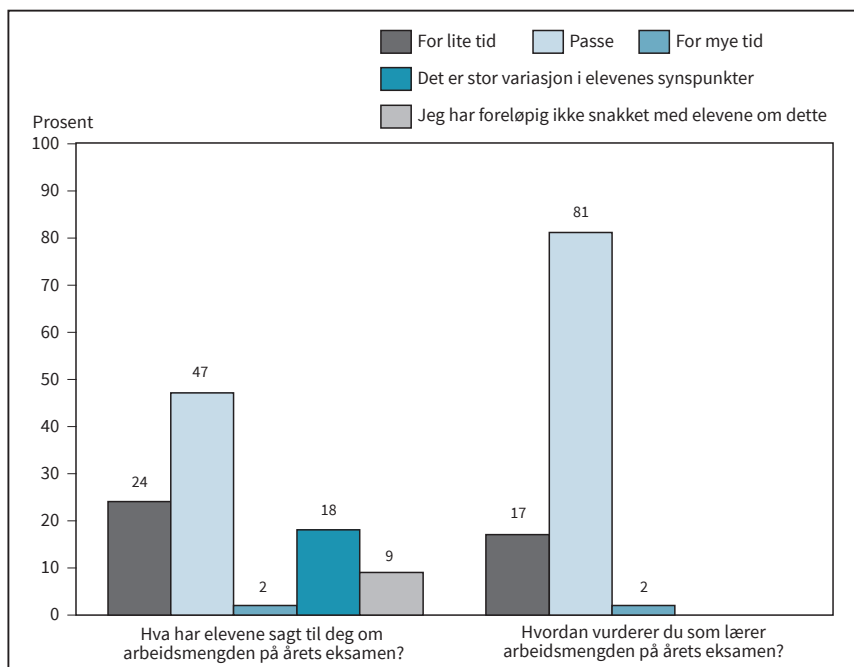
Sitater fra tre lærere underbygger denne påstanden:

«Mange mener det var mye arbeid og mange reagerer på vanskelighetsgrad på siste del av del 2.» (Lærer)

«Tidsaspektet er det einaste dei har klaga på.» (Lærer)

«Syns eksamenssettet var bra! Det favnet de svake og utfordret de sterkeste, men kanskje mer tid hadde vært lurt? Utskrifter og overføring av filer ift. det digitale kan ofte være en tidstyv.» (Lærer)

Figur 5.6 Hva har elevene sagt til deg om arbeidsmengden på årets eksamen? Og: Hvordan vurderer du som lærer arbeidsmengden på eksamenen? N = 272.



Svarformater

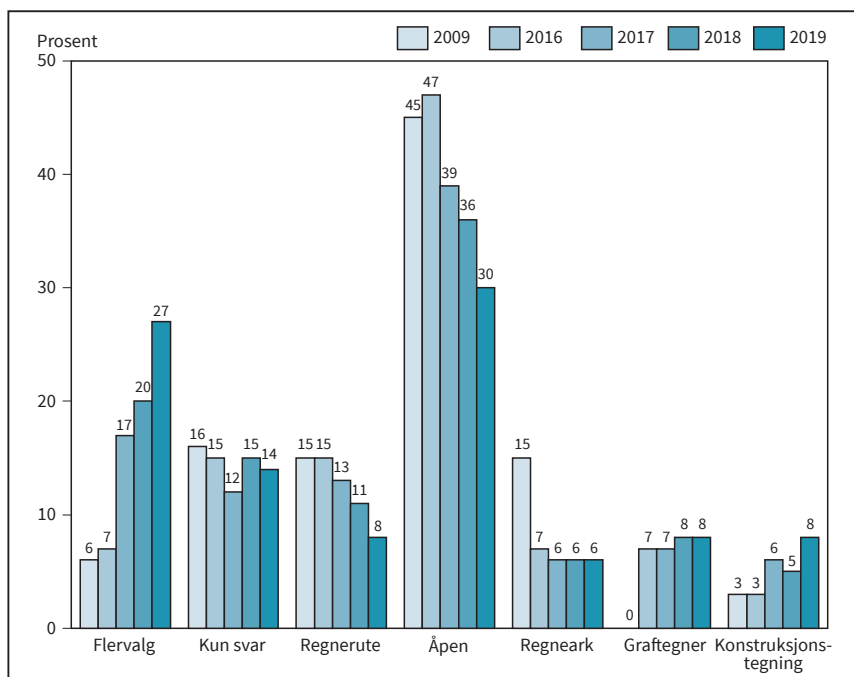
Det er ingen endring når det gjelder krav til hjelpemidler og svarformat på del 2 av eksamenen sammenliknet med de to foregående årene. Det er én oppgave med krav om bruk av regneark, én oppgave med krav om bruk av digital graftegner og én konstruksjonsoppgave der det er valgfritt om eleven vil konstruere for hånd eller i et digitalt program. Slik har det vært de siste tre årene. I perioden 2009 til 2016 var konstruksjonsoppgaven å finne på del 1 og måtte gjøres for hånd. Flyttingen fra del 1 til del 2 var varslet i eksamensveiledningen for 2017: «Eksamen i 2017 vil inneholde en oppgave i Del 2 der elevene kan velge enten å konstruere på papir med passer, blyant og linjal, eller å tegne i dynamisk geometriprogram.» (Utdanningsdirektoratet 2017). Den samme formuleringen er beholdt i eksamensveiledningene for 2018 og 2019.

På del 1 var det 34 deloppgaver i 2017 og 30 deloppgaver de to siste årene. Alle de tre årene har det bare vært én deloppgave som har gitt mulighet for å oppnå 0, 1 eller 2 poeng, alle de andre deloppgavene har uavhengig av svar-

format vært oppgaver som ga mulighet for 0 eller 1 poeng. Den store endringen ligger i svarformatene. På del 1 er det først og fremst oppgavene med regnerute som gir elevene mulighet til å vise hvordan de har kommet fram til svaret. I 2017 var det ni slike oppgaver pluss en oppgave der eleven skulle tegne perspektivlinjer, i 2018 var det en reduksjon til seks oppgaver med regnerute og én oppgave der elevene skulle tegne en graf, og i 2019 var det en ytterligere reduksjon til kun fire oppgaver med regnerute og ingen oppgaver med tegning eller konstruksjon. Alle årene har det vært en oppgave med regnerute som kan gi 2 poeng, så den vesentligste endringen er at oppgaver med regnerute som kunne gi 1 poeng, er erstattet av flervalgsoppgaver som kan gi 1 poeng.

Andelen av poengene på flervalgsoppgavene lå i hele perioden fra 2006 til 2016 på mellom 1 og 7 prosent og har økt med 20 prosentpoeng fra 2016 til 2019. Til sammen kan 41 prosent av poengene på eksamen i 2019 komme fra flervalgsoppgavene og oppgavene som kun krever et svar uten begrunnelse.

Figur 5.7 Andelen av poeng på eksamenssettet fordelt på svarformater for avsluttende eksamen på 10. trinn for 2009, 2016, 2017, 2018 og 2019.



I kapittel 3 så vi at flere lærere var positive til flervalgsoppgavene siden de ga alle elevene mulighet til å føle mestring, men også at lærere var usikre på hva elevene egentlig fikk vist. Også sensorene er opptatt av økningen i flervalgsoppgavene og kommenterer dem i spørreundersøkelsen flere steder der det er mulig å gi utfyllende svar. Mange ytrer seg kritisk til mengden flervalgsoppgaver, og flere knyttet kommentaren til gjetting eller lange øyne over på eleven ved siden av:

Likte ikke så mange flervalgsoppgaver. En apekatt som gjettet tilfeldig, ville vært nesten halvveis til 2-eren. (Sensor)

Det var litt for mange «tippeoppgaver». Noen skoler tror jeg elevene har sittet litt for tett ... (Sensor)

Det er i tillegg forvirrende når eksamenen gir ulike signaler. I oppgave 12c i del 1 ber oppgaven eleven om: «Bruk grafen nedenfor til å bestemme hvor mye Gloria får betalt til sammen en lørdag når hun passer barna i 6 timer.» Siden det her bare kreves et svar, kan eleven bruke opplysningene om time-lønn på 50 kroner og 80 kroner for oppmøte til å regne ut svaret, istedenfor å lese av grafen. Det er uheldig at oppgaveteksten signaliserer at oppgaven skal løses på en bestemt måte, mens svarformatet gjør at løsningsmåten kan velges fritt.

Oppgaver som bygger på hverandre

På del 1 finner vi én deloppgave som bygger på den foregående. I oppgave 11b, som er en flervalgsoppgave, skal eleven avgjøre hva som riktig uttrykk for arealet av et kvadrat med sider a og b . Det riktige svaret er $a^2 + b^2$ som er telleren i det algebraiske uttrykket som skal forkortes i oppgave 11c. På den ene siden kan derfor c-oppgaven fungere som hint til løsning av oppgave b. På den andre siden må eleven ha valgt riktig løsning i oppgave b for å kunne nyttiggjøre seg denne informasjonen i oppgave c. Under halvparten av elevene har krysset riktig på oppgave b, og oppgave 11c er ut fra gjennomsnittlig poengskår den vanskeligste oppgaven på del 1 av eksamenssettet. I 2017 fant vi ingen oppgaver og i 2018 også bare én oppgave på del 1 som bygget på deloppgaven foran.

Regnearkoppgaven på del 2 var i 2017 og 2018 én oppgave der tall og formel skulle fylles inn i regnearket. På eksamenen i 2019 er det i tillegg en oppgave der det er nødvendig å ha løst oppgave a for å kunne svare på oppgave b. Etter forhåndssensuren ble det åpnet for at ulike framgangsmåter

og ikke-realistiske svar (deler av en time) skulle gi uttelling (Utdanningsdirektoratet 2019a).

På del 2 i 2019 er det en oppgave som skiller seg ut fra tidligere år ved at den bygger – ikke på deloppgaven før – men på oppgaven før. Det er oppgave 8c som bygger på løsningen av oppgave 7. På eksamen i 2014 var det tre oppgaver på del 2 som var knyttet til hverandre, og det var da en egen tekstboks før oppgavene som sa at disse tre måtte sees i sammenheng (Utdanningsdirektoratet 2014:8), mens på årets eksamenssett må elevene selv se denne sammenhengen. Oppgave 7 er en konstruksjonsoppgave som kan gjøres for hånd eller med dynamisk geometriprogram. Konstruksjonen forklares skritt for skritt, så den kan gjennomføres uten å vite at vinkelhalveringslinjene vil møtes i et punkt som er sentrum i innskreven og omskreven sirkel i den like-sidete trekanten. Det er først i oppgave 8c at denne kunnskapen eller oppdagelsen trengs for å løse oppgaven. En elev som velger å konstruere figuren med dynamisk geometriprogram og kjenner knappene som skal trykkes for å bestemme sentrum i sirkelen, vil ikke få en figur med vinkelhalveringslinjene, og det er vanskelig å se hvilken forutsetning eleven da har for å løse oppgave 8c. Det å finne sentrum i innskrevet og omskrevet sirkel i en trekant er tolket av lærebokforfattere til å være pensum i matematikk R1¹³ på videregående skole. Når vi ser på gjennomsnittlig poengskår, er 8c oppgavesettets vanskeligste oppgave. Spørsmålet er om elevene har forutsetninger for å løse problemet når det ikke er gitt noe hint om at konstruksjonen i oppgave 7 kan komme til nytte i oppgave 8c. Dersom oppgavene i det minste hadde vært plassert på hver sin side i et oppslag, kunne det bidratt til å se sammenhengen. Det er også bare de elevene som har konstruert for hånd, som får den 30-60-90-trekanten i oppgave 7 som er nyttig i løsningen av oppgave 8c. Oppgave 8c kan sees som en problemløsningsoppgave på høyt nivå, men også da er det uheldig at elevene får ulik hjelp fra oppgave 7 avhengig av hvordan de har valgt å løse den.

Vekting av del 1 og del 2 på eksamen

Oppdelingen i del 1 (med begrensede hjelpemidler) og del 2 (med hjelpemidler) er grundig beskrevet i eksamensveiledningen (Utdanningsdirektoratet 2019b), og oppgavesettet følger som i fjor i hovedsak eksamensveiledningens beskrivelser. Elevene får bruke maksimalt to timer på del 1, og den gir mak-

¹³ Matematikk R1 er den realfaglige matematikken elever kan velge det andre året på videregående skole.

simalt 31 poeng. Til del 2 har elevene resten av eksamenstiden på fem timer til rådighet, og denne delen gir maksimalt 33 poeng. Fra 2017 til 2018 ble vekten mellom del 1 og del 2 kraftig endret ved at del 1 gikk fra å utgjøre 41,7 prosent til 47,0 prosent av poengene, og denne endringen er videreført i 2019, hvor del 1 altså utgjør 48,4 prosent.

Både vekting mellom de to delene og samlet maksimal poengsum på eksamenen har endret seg i løpet av de tre siste årene, men andelen av poengskår som skal til for å oppnå en karakter, ligger tilnærmet fast fra år til år (se tabell 5.5)

Tabell 5.5 viser nedre grense for andelen av den totale poengsummen på eksamenen på 10. trinn som skulle til for å oppnå de ulike karakterene i 2017, 2018 og 2019.

Karakter	2017	2018	2019
6	90 %	91 %	92 %
5	74 %	74 %	75 %
4	54 %	55 %	55 %
3	32 %	35 %	34 %
2	15 %	15 %	14 %

Som i fjor viser våre analyser av vurderingsskjemaer (se metodedelen) at til tross for at del 2 er litt større enn del 1, får de svakest presterende elevene svært lav uttelling på del 2. Vi skrev mer om dette i kapittel 3.

Oppsummering og anbefalinger

Antallet flervalgsoppgaver på eksamen har fortsatt å øke. Siden eksamen i 2016 har andelen poeng som kan oppnås på flervalgsoppgaver, økt med 20 prosentpoeng.

Mengden av tekst i oppgavesettet har vært varierende gjennom treårsperioden, men er gjennomgående stor. Det har vært en reduksjon i antall ikke-matematiske lavfrekvente ord, mens det for andre språktrekk som antas å gi problemer for svake lesere, ikke har vært noen vesentlig utvikling i den ene eller andre retningen. Nynorsk- og bokmålsversjonene har noen få avvik i formuleringen av enkeltoppgaver som må antas å kunne føre til ulik vanskegrad. Vi ser også at mer enn åtte av ti lærere sier seg helt eller delvis enige i påstanden om at oppgaver med mye tekst hindrer noen av deres elever i å vise sin matematiske kompetanse på årets eksamen. Dette er et høyt tall, men i fjor og året før mente hele ni av ti lærere det samme.

Eksamenssettet har et stort antall illustrasjoner, og det er positivt at illustrasjoner gir elever hjelp til å forstå konteksten til oppgaven. Svarene på spørreundersøkelsen til lærerne underbygger dette, der svar på påstander viser at lærerne mente illustrasjonene på årets eksamen var gode, noe de også mente i 2017 og 2018. Det er uheldig at oppgaver som bygger på hverandre, ikke står i sammenheng med hverandre.

Det er uheldig at oppgaver som under halvparten av elevene får til, er å finne tidlig i både del 1 og del 2. Det er også uheldig at del 2 ikke inneholder flere oppgaver hvor de svakest presterende elevene får vist sin kompetanse i problemløsning og å bruke hjelpemidler.

Bruken av paratekstlige elementer holdes forholdsvis lik fra år til år, noe som nok er en fordel.

Anbefalinger

- Eksamen bør få flere oppgaver der elever som presterer på lavt nivå, får mulighet til å vise framgangsmåte og utregning.
- Det bør opplyses i oppgaveteksten dersom løsningen av to oppgaver som ikke er påfølgende deloppgaver, må sees i sammenheng.
- Vurder på nytt om det bør være en noe større andel oppgaver med lave krav til leseferdighet.
- Viderefør arbeidet med å forenkle språket, og harmoniser nynorsk- og bokmålsversjonene ytterligere.
- Illustrasjoner som er nødvendige for å løse oppgaven, bør henvises til eksplisitt i oppgaven.
- Del 2 bør videreutvikles så også de svakest presterende elevene i større grad får vist sin kompetanse de tre siste timene av eksamenstiden.

6 Samsvar mellom eksamenen og undervisning

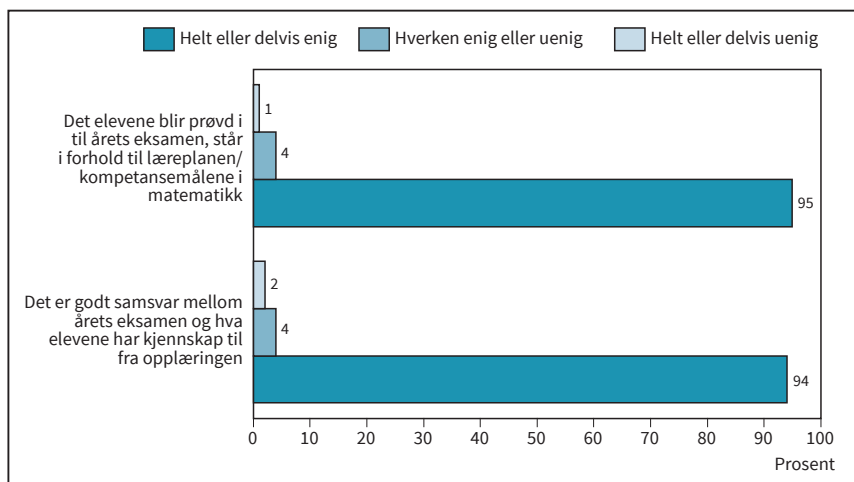
Dette kapitlet handler om forholdet mellom den undervisningen eksamenskandidatene har fått, og hva de ble spurt om på eksamensdagen. Tematikken peker tilbake til diskusjonen om hva som er en god og rettferdig eksamen, som vi omtalte i rapportens innledning. Der pekte vi på at en rettferdig eksamen forutsetter at det er høy grad av samsvar mellom undervisningen og eksamensspørsmålene.

Lærernes oppfatninger om relevansen av egen undervisning

Hele åtte av ti lærere svarer i årets spørreundersøkelse at de ikke opplever at det er deler av kompetansemålene som elevene sjelden blir prøvd i (ikke vist i figur). I figur 6.1 ser vi liknende tendenser i svarfordelingen på påstander om samsvar mellom undervisningen og læreplanen ved årets eksamen. 95 prosent av lærerne er helt eller delvis enige i at det elevene blir prøvd i til årets eksamen, står i forhold til læreplanen/kompetansemålene i matematikk, og 94 prosent er helt eller delvis enige i at det er godt samsvar mellom årets eksamen og hva elevene har kjennskap til fra opplæringen. Dette viser, slik lærerne opplever det, stor grad av samsvar mellom undervisning og årets eksamen. Fra spørreundersøkelsene de foregående årene har det vært en jevn økning i andelen som sier seg helt eller delvis enige i disse påstandene, da henholdsvis 88 og 85 prosent svarte dette i 2017, og 90 og 89 prosent svarte det samme i 2018. En lærer forteller at:

«Det er større samsvar mellom standpunkt og eksamenskarakterene dette året, enn forrige gong eg hadde elevar oppe til eksamen. Det meiner eg er bra.» (Lærer)

Figur 6.1 I hvilken grad lærerne er enige eller uenige i påstander om samsvar med undervisningen og læreplanen ved årets eksamen. N = 274.



Noen lærere trekker likevel fram momenter ved årets eksamen som ikke viste godt nok samsvar med bredden i kompetansemålene:

Del 2 hadde litt for stort fokus på ett tema; geometri. Dette kan ha ført til at flere elever ikke følte de fikk vist breddekompetanse i faget. (Lærer)

Lærere blir kritisert for å undervise ut fra den såkalte «skjulte læreplanen» (eksamen). Det har sin forklaring, da eksamen pr i dag ikke avspeiler den faktiske læreplanen, men stadig kommer opp med nye, uventede ting. (Lærer)

På påstanden om at eksamen som vurderingsform gir bedre uttrykk for elevens kompetanse i faget enn standpunktkarakteren, er sju av ti lærere helt eller delvis uenige. Flere mener standpunktkarakteren gir bedre uttrykk for elevens kompetanse, som denne læreren:

At det [eksamen] er et øyeblikksbilde, mens standpunktkarakteren gir et mer riktig bilde av elevens kompetanse. (Lærer)

Sammenhengen mellom eksamen og læreplanen

En detaljert sammenlikning av de enkelte spørsmålene på eksamenen og læreplanen viser at elevene blir prøvd i alle hovedområdene i læreplanen, og i større og mindre grad er nesten alle delformuleringene i kompetanse-

målene representert gjennom eksamensoppgavene de tre siste årene. Det er to kompetanser som ikke kan testes på en tradisjonell skoleeksamen. Det ene er knyttet til måling og handler om å bruke og vurdere måleinstrument og målemetoder i praktisk måling, og det andre er å gjennomføre statistiske undersøkelser. Tidligere har ikke målet om å kunne bruke databaser til å søke etter og analysere statistiske data vært mulig, men med åpning for bruk av internett på eksamen vil dette kunne endre seg.

Løsning av ulikheter blir ikke prøvd selv om del 2 på eksamenen i 2019 hadde en oppgave der elevene skulle vurdere ut fra en graf når inntektene er større enn kostnadene. Ellers er det å kunne gjøre beregninger om kredittkort, lån og sparing noe som ikke har vært gitt til eksamen de siste tre årene. I læreplanen for matematikkfaget heter det blant annet under formålet med faget:

«Matematikkfaget i skolen medverkar til å utvikle den matematiske kompetansen som samfunnet og den einskilde treng.» (Utdanningsdirektoratet 2013:2)

Faren er at kompetansemål som ikke testes på eksamen, blir utelatt fra undervisningen (Schoenfeld 2007), og at elevene ikke får den kunnskapen om kredittkort, lån og sparing som de vil trenge senere i livet. Oppslag i mediene kan tyde på at denne kompetansen er lav hos mange:

567 000 nordmenn lar kredittkortgjelda løpe. (27.06.19, NRKs nettsider)

Hvorfor er det en så sterk sammenheng mellom økonomiske problemer og lån uten sikkerhet? (*Nettavisen*, 20.09.2019)

Nå bør du kvitte deg med kredittkort du ikke bruker (*Aftenposten*, 30.06.19)

Det har vært en utfordring med å teste kompetanse om lån fordi elevene kan lage regneark på forhånd der det bare er å bytte ut tallene, slik noen elever beskriver i rapporten om eksamen i 2018 (Bjørnset et al. 2018:91). Vi har ikke undersøkt hvor mange elever som fortsatt har slike maler med til eksamen nå som kompetansen ikke har vært testet de siste årene.

Sensorene har de tre siste årene tatt stilling til påstanden «Deler av matematikkpensum blir aldri testet på eksamen». I 2017 var det 11,7 prosent som sa seg helt eller litt enige i denne påstanden, i 2018 hadde det økt til 21,5 prosent, og ved eksamen i 2019 var det 24,7 prosent. Selv om det er et åpent spørsmål etterpå som gir sensorene mulighet til å kommentere denne og en del andre påstander om eksamen, er det ingen av sensorene som utdyper dette. Hva økningen skyldes, er derfor usikkert.

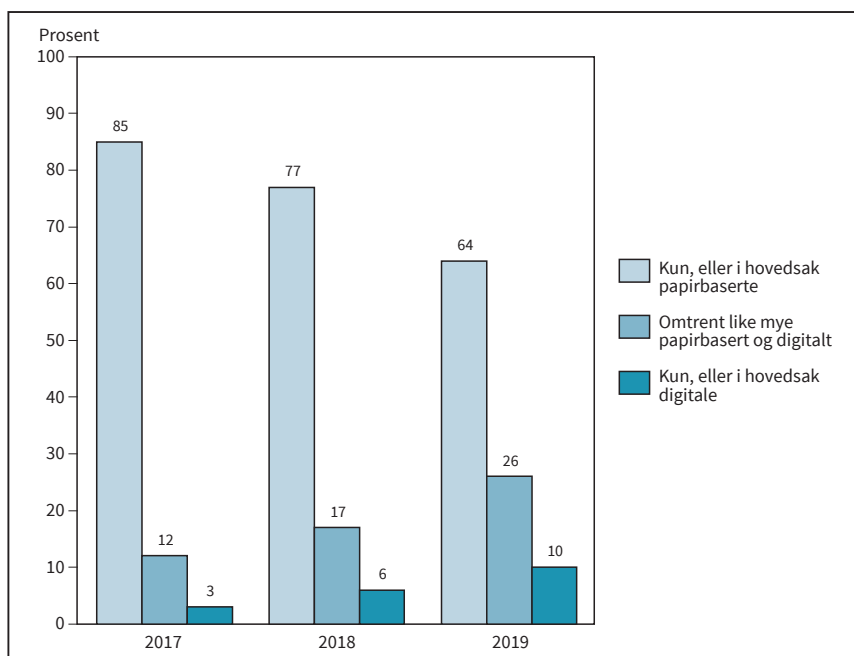
Påstanden «I årets eksamen var det godt samsvar mellom kompetansemålene i matematikk og spørsmålene som ble gitt på eksamen» sier 89,5 prosent av sensorene seg helt eller litt enige i. Selv om sensorene mener det er deler som ikke testes på eksamen, er de samstemte i at oppgavene som er på eksamenssettet, ligger innenfor kompetansemålene i faget.

Gjennomgang av lærebøkene

Læremidlene er en kilde til å undersøke hva elevene har fått opplæring i. Fortsatt rapporterer flertallet av lærerne at de i hovedsak bruker papirbaserte læremidler, men det er få som kun bruker det, og utviklingen de siste tre årene har gått i retning av mer bruk av digitale læremidler (se figur 6.2).

Sammenlikningen av de mest brukte lærebøkene og eksamensoppgavene gir et bilde av i hvilken grad elevene har fått opplæring i det som kreves for å løse oppgavene. Andelen som rapporterer at de bruker de ulike lærebøkene, varierer noe fra år til år. Det er likevel de samme fem som er mest brukt og derfor er med i våre analyser alle de tre årene. Disse er: Faktor 10 (Hjardar & Pedersen 2015), Grunntall 10 (Bakke & Bakke 2015), Maximum 10 (Tofteberg

Figur 6.2 Lærernes svar på hvilken type læremidler de bruker i opplæringen, fordelt på papirbaserte og digitale læremidler de tre årene 2017, 2018 og 2019.



et al. 2015), Nye Mega 10 (Gulbrandsen et al. 2008) og Tetra 10 (Hagen et al. 2007). Lærerne rapporterer at de bruker andre kilder både i forberedelse til undervisningen og som materiale til elevene, så lærebøkene gir derfor ikke et fullstendig bilde av hva elevene kjenner til fra opplæringen.

Hver enkelt oppgave på eksamen er sammenliknet med innholdet i bøkene med utgangspunkt i rammeverk for algoritmisk og kreativ løsning av matematikkoppgaver utarbeidet av Lithner (2008). Oppgaver der det finnes algoritmer for løsningen, og der bøkene har like eller liknende eksempler, er vurdert til å kreve algoritmisk løsning, mens de øvrige oppgavene er vurdert til å kreve kreativ løsning. Hvordan analysen er gjennomført, er nærmere beskrevet i rapporten På prøve (Andresen et al. 2017). Hvert år finner vi enkelte oppgaver som kan falle enklere for elever som har hatt noen av bøkene, men det gjelder ikke mange oppgaver, og vi finner ikke systematisk ulikhet mellom bøkene.

Tabell 6.1 viser at vurdert ut fra innholdet i lærebøkene er det liten endring i andelen oppgaver som krever algoritmisk og kreativ løsning på del 1 i løpet av de tre årene vi har undersøkt. På del 2 finner vi litt lavere andel oppgaver som krever kreativ løsning i 2019, enn de to foregående årene. Dette skyldes at noen av oppgavene vi vurderte til å kreve kreativ løsning på eksamen i 2018, ga flere poeng enn tilsvarende kreativ oppgave på eksamen i 2019.

Tabell 6.1 Eksamensoppgavenes fordeling i prosent mellom algoritmisk og kreativ løsning før og etter korrigering mot tidligere eksamenssett. Andelen for 2017 og 2018 i parentes, 2017 i kursiv.

	Etter gjennomgang av bøkene		Korrigert mot tidligere eksamenssett	
	Del 1	Del 2	Del 1	Del 2
Algoritmisk løsning	42 (40, 42)	28 (16, 29)	71 (74, 71)	47 (37, 43)
Ulikhet mellom bøkene	42 (49, 48)	39 (41, 40)		
Kreativ løsning	16 (11, 10)	33 (43, 31)	29 (26, 29)	53 (63, 57)

Det vil ofte være slik at oppgaver som kan løses med en algoritme, oppleves som enklere enn en oppgave som krever kreativ løsning, men det er også eksempler på at algoritmiske oppgaver har vanskelig utregning, eller at kreativiteten som kreves, er så begrenset at oppgaven oppfattes som enkel for mange elever.

Eksempler på algoritmisk og kreativ løsning i del 1

Eksamenen i 2018 hadde to oppgaver innen geometri der den ene var en flervalgsoppgave hvor elevene skulle finne vinkelsummen i en regulær femkant, og den andre var en oppgave med supplementsvinkel. Begge disse oppgavene hadde rundt 60 prosent gjennomsnittlig poengskår (Bjørnset et al. 2018:83). Oppgaven med supplementsvinkel ble vurdert til å være en oppgave som krevde kreativ løsning, og oppgaven med femkanten ble vurdert til å kreve algoritmisk løsning på bakgrunn av figuren og at det var en flervalgsoppgave (ibid.:93). I 2019-oppgavesettet kan oppgave 15 sees som en kombinasjon av disse to oppgavene. Den viser en figur som består av en regulær femkant og fem kongruente trekkanter. Denne oppgaven får en gjennomsnittlig poengskår på 25 prosent ved årets eksamen. For å kunne løse oppgaven er det nødvendig å kjenne begrepet «regulær femkant» og vite hva det betyr. Grunntall 10 og Faktor 10 er de to bøkene lærerne rapporterer at flest elever har. I Grunntall 10 finner vi ikke at begrepet er brukt, og i Faktor 10 er det bare brukt i forbindelse med en veiledning til GeoGebra. Av de tre siste bøkene er det to som har oppslag om regulære mangekanter. I oppgaveteksten i 2018 ble også begrepet «regulær femkant» brukt, men det var ikke nødvendig å vite hva det betyr, for å kunne løse oppgaven. Kombinasjonen av trekk ved denne oppgaven gjør at den må sies å kreve kreativ løsning.

Sannsynlighetsregning med utgangspunkt i lykkehjul er kjent fra fire av de fem bøkene vi har sett på, og hele oppgave 6 er derfor vurdert til å kreve algoritmisk løsning. Det er 95 prosent gjennomsnittlig poengskår på oppgave a, hvor eleven kun skal gi svar. På oppgave b, som riktignok er litt vanskeligere, er det bare 41 prosent gjennomsnittlig poengskår. Det er overraskende, men kan muligens skyldes flersvarsalternativene. Mange har kanskje regnet riktig, men på en måte som gjør at de ikke får et av de fire alternativene som er oppgitt. Allerede i sensorveiledningen som kommer samme dag som eksamen, står det at svaret $1/16$ skal gi full uttelling. Dette er riktig svar på sannsynligheten, men ikke et av de fire flervalgsalternativene. Hvis det er hensikten at oppgaven skal måle mer enn sannsynlighet, altså likeverdighet av brøker, er det merkelig at et svar som ikke er blant alternativene, godkjennes.

Eksempler på algoritmisk og kreativ løsning i del 2

Det er to deloppgaver som skiller seg ut på del 2 av eksamenen i 2019, ved at de kunne vært gitt som eksamensoppgaver i henholdsvis matematikk S1 og matematikk R1. Begge disse fagene tilbys for de som velger fordypning i matematikk andre året på videregående skole. Oppgave 8c er kommentert

i forbindelse med oppgaver som bygger på hverandre (se kapittel 5). Oppgaven der det er obligatorisk å bruke graftegner, er den andre. I oppgaven skal elevene tegne grafen til en lineær funksjon som beskriver inntektene ved T-skjortesalg, og en andregradsfunksjon som beskriver kostnadene. Det siste spørsmålet gjelder hvor mange T-skjorter bedriften må lage og selge for at inntektene skal være høyere enn kostnadene. En sensor kommenterer denne oppgaven slik:

«Oppgave 5 i del 2 var vanskelig ut fra elevenes (og allmenn) forståelse av produksjon og salg av varer. Vanlig oppfatning er vel at det blir billigere og billigere å masseprodusere varer for så å selge dem, mens svaret på 5d) kan gjøre at elevene tviler på det de kommer fram til ved å se på grafen.» (Sensor)

Oppgave 5d og 8c er også de eneste deloppgavene på eksamenen som ga under 10 prosent gjennomsnittlig poengskår i vårt materiale, og det er en stor andel som ikke har besvart disse oppgavene i det hele tatt. Elevene som har brukt Maximum 10 (Tofteberg et al. 2015), har kunnet slå opp på s. 177 for å finne en helt tilsvarende oppgave om salg av skistaver, mens det ikke finnes noe som likner i de øvrige bøkene. Problemløsningsoppgavene på eksamen bør være innenfor det elevene har forutsetning for å løse på bakgrunn av opplæring i tråd med kompetansemålene i læreplanen. Spørsmålet er om oppgave 5d og 8c ligger innenfor kompetansemålene på 10. trinn.

Den siste oppgaven på eksamenen er en oppgave som krever kreativ løsning både i oppgave b og c. Den har svarene oppgitt både i a- og b-oppgaven, så eleven kan komme videre. Elever som har brukt Faktor 10, kjenner glasspyramiden både som illustrasjon og fra en oppgave i boken (Hjardar & Pedersen 2015:48). Høyden som er oppgitt i boken og på eksamenen, er ulik, men en elev som har jobbet med oppgaven tidligere, kan ha en fordel. Oppgaven i Faktor dekker ikke den siste deloppgaven. Denne oppgaven skiller seg fra oppgave 5d og 8c ved at de ulike kompetansene som skal til for å løse oppgaven, er beskrevet i kompetansemålene for 10. trinn, og elevene er kjent med de enkelte utregningene som er nødvendige for å løse oppgaven. Denne oppgaven er den helt siste i eksamenssettet, og likevel er det færre som ikke har besvart den enn det er som har latt oppgave 8c stå ubesvart.

På del 2 er det også både lette og vanskelige oppgaver som krever algoritmisk løsning. Oppgave 3a, som er en oppgave med valutaregning, er et eksempel på en oppgave elevene kjenner fra opplæringen, og hvor utregningen er enkel. Oppgave 6b er en oppgave der elevene skal erstatte bokstaver i en formel med tall og regne ut. Dette er også kjent fra opplæringen slik vi ser den i bøkene. Det er heller ikke en formel som skal gjøres om, den krever

kun innsetting og utregning. Eksemplene i bøkene er vesentlig enklere enn eksamensoppgaven, og det er bare en fjerdedel av elevene som får den til. Det kan skyldes at elevene i liten grad bruker andre verktøy enn kalkulator i utregningen. Oppgaven hadde større tall enn det som kan regnes med på noen av de små elevkalkulatorene. CAS¹⁴ er ikke obligatorisk på eksamen på 10. trinn slik det er i flere av matematikkfagene i videregående skole. Samtidig står det eksplisitt i eksamensveiledningen at elevene skal ha tilgang til CAS under hele del 2 av eksamen (Utdanningsdirektoratet 2019b). Før det i 2015 ble obligatorisk med digital graftegner på eksamen, ble det på enkelte oppgaver opplyst at det kunne være tidsbesparende å bruke datamaskin med graftegner. Slik merking når det gjelder CAS, er ikke gjort på eksamen de siste tre årene.

Oppsummering og anbefalinger

Med unntak av ulikheter, statistiske undersøkelser, praktisk måling og kompetanse knyttet til kredittkort, lån og sparing er alle deler av læreplanen prøvd på eksamen i løpet av årene 2017, 2018 og 2019. Dette underbygges også av svarene fra lærere på spørreundersøkelsen, der hele åtte av ti svarer at de ikke opplever at det er deler av kompetansemålene som elevene sjelden blir prøvd i, og lærerne mener også det er godt samsvar mellom eksamenene og undervisningen elevene har fått. Blant sensorene er det en økende andel som mener at det er deler av matematikkpensum som aldri blir testet på eksamen. Det er en tendens til litt lavere andel med krav til kreativitet i løsningen fra år til år når de vurderes i lys av lærebøkene og de foregående eksamenssettene.

Anbefalinger

- Med tanke på formålet med matematikkfaget bør det arbeides med å finne måter å teste elevenes kompetanse i å gjøre beregninger knyttet til kredittkort, lån og sparing som er egnet til bruk på eksamen.
- Oppgaver der det er en klar fordel å bruke CAS til løsningen, bør merkes.

14 CAS står for Computer Algebra System. For eksempel inneholder det mye brukte programmet GeoGebra en CAS-del.

7 utfordringer i sensorenes arbeid

Vurdering av matematikkoppgaver er ikke bare et spørsmål om riktig og galt. På den stadig økende andelen flervalgsoppgaver og oppgaver der elevene kun skal oppgi et svar, er det riktignok det, men på alle øvrige oppgaver skal også framgangsmåte, bruk av hjelpemidler og kommunikasjon vurderes. Dette åpner for bruk av skjønn hos sensorene, og en rettferdig sensur krever at sensorene er samstemte. Besvarelsene som skal vurderes, må også sendes til sensor på en måte som gjør at kvaliteten ikke forringes. Sendes besvarelsene i posten, er det elevens originale besvarelse sensor får til vurdering, mens digital levering gir sensor en skannet versjon eller en kombinasjon av skannet materiale og filer eleven selv har lastet opp. Vi har sett på hvilke utfordringer de digitale innleveringene kan gi, og om sensorene opplever å få den støtten de trenger i vurderingsarbeidet.

Problemer med leveringene

I eksamensveiledningen (Utdanningsdirektoratet 2019b) anbefales det at besvarelsene leveres digitalt. Det åpnes for flere måter å gjøre dette på – enten ved at skolen skanner alt til én PDF-fil som lastes opp, eller ved at del 1 lastes opp av skolen, og at elevene selv laster opp filer under del 2 av eksamen. Etter eksamenen i 2018 var det mange sensorer som rapporterte om problemer med levering av besvarelser (Bjørnset et al. 2018:kapittel 8), og i spørreskjemaet til sensorene i år ble det stilt spørsmål om hvilke problemer det kunne være. Det var mulig å krysse av for flere alternativer.

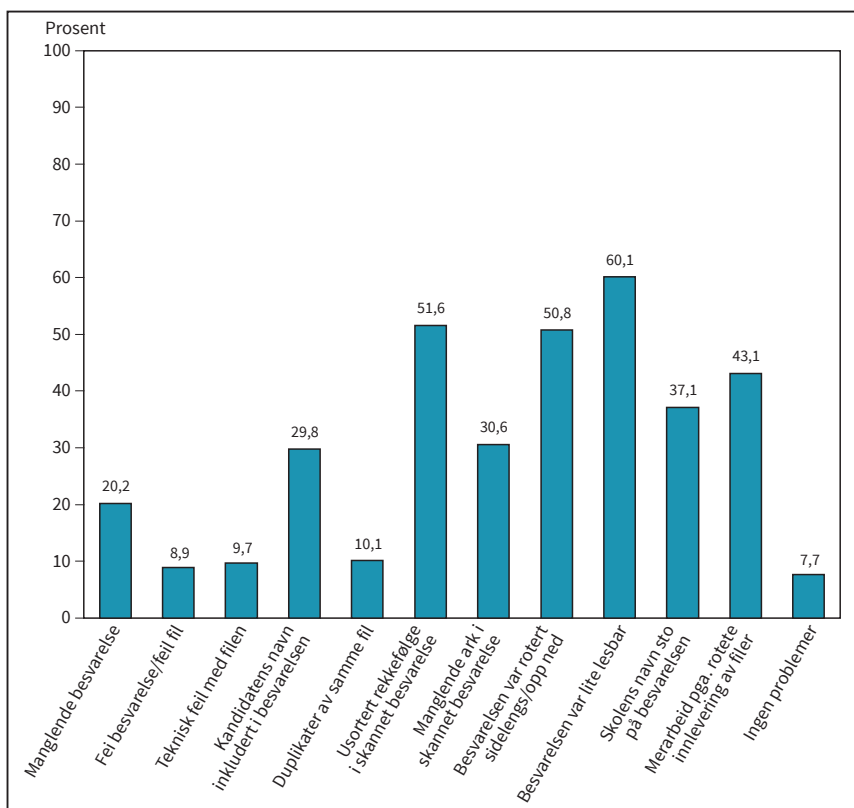
Hele 60 prosent av de 248 sensorene som har besvart spørsmålet, rapporterer at besvarelsen var lite lesbar (figur 7.1), og av disse er det 90 prosent som oppgir dårlig skannerkvalitet som årsak. Sensorene utdyper dette og andre sider ved leveringen når de svarer på et åpent spørsmål om hva som førte til merarbeid. Her er det gjennomgående at det er vanskelig og tidkrevende å sjekke at alle besvarelser er lagt inn, og at alt som tilhører besvarelsen, er med. Når det tillates mange filer og ulike formater, er det krevende å

sjekke at alt er med, og det tar tid å åpne de ulike filene i riktig program. I sine tilbakemeldinger skriver sensorene blant annet:

«Skolene leverte opptil fem filer for hver kandidat, og besvarelsen kom ikke i rekkefølge, samt at de var skannet opp ned og annenhver side var blank.» (Sensor)

Det skulle ikke være nødvendig at sensor kjenner skoletilhørigheten til kandidatene, men med de omfattende problemene med levering er det nødvendig at sensorene har mulighet til å kontakte skolen. I figur 7.1 ser vi at 20 prosent opplevde at det manglet besvarelser, og 30 prosent at det manglet ark i besvarelsen. I begge disse tilfellene vil det være nødvendig å kontakte skolen. Det vil det også være i noen tilfeller der skannerkvaliteten er så dårlig at besvarelsen ikke kan vurderes. Flere rapporterte om det, men ikke alle møtte velvilje.

Figur 7.1 Sensorenes svar på spørsmålet «Opplevde du noen av de følgende problemene med besvarelser?» (N = 248)



«Måtte ta kontakt med skolen for å få ny skanning. Etter å ha hatt flere runder med mailkontakt, gikk skolen omsider med på å ordne ny skanning. Vurderte å ta kontakt med Fylkesmannen for hjelp.» (Sensor)

Fra eksamensveiledningen (Utdanningsdirektoratet 2019b:4) er det lenke til en side om administrasjon av innleveringer. Der er det klare føringer og en sjekkliste som skal sikre at sensorene ikke møter de utfordringene som de har rapportert om både i 2018 og 2019. Det ser ikke ut til at dette følges opp i tilstrekkelig grad fra skolenes administrasjon.

Får sensorene støtten de trenger i vurderingsarbeidet?

Ved årets eksamen var omtrent en tredjedel av sensorene nye, mens like mange hadde vært sensorer mer enn fire ganger tidligere. Av de 248 sensorene som har besvart spørreskjemaet, deltok 244 på sensorskoleringen, så den oppleves åpenbart som nyttig både for nye og erfarne sensorer. Disse møtene er det fylkesmennene i sensorregionene som har ansvar for, og mange av tilbakemeldingene når det gjelder forbedringer, handler om organisering som er litt ulik i regionene. Felles i tilbakemeldingene er likevel et ønske om at både sensorskoleringen og forhåndssensurrapporten skal komme tidligere.

Forhåndssensurrapporten er utarbeidet av oppmennene i de enkelte regionene etter at de har gått gjennom en del besvarelser og dannet seg et inntrykk. I 2017 og 2018 gikk det 15 dager fra eksamen til forhåndssensurrapporten forelå, i 2019 kom den etter 13 dager.

Allerede eksamensdagen publiseres det en sensorveiledning for eksamenen, og forhåndssensurrapporten er en bearbeidet versjon av denne. Det kan variere fra år til år hvor store endringer det er, og hvilket utslag det kan gi for karakteren på de enkelte besvarelsene. I forbindelse med eksamenen i 2019 var det i forhåndssensurrapporten gjort én endring på del 1 på en oppgave som kunne gi 1 poeng. På del 2 var det bare for oppgave 5 og 6 det ikke var gjort endringer. Totalt på del 2 var det gjort endringer som kunne gi utslag på inntil 12 poeng. En sensor som har vurdert annerledes enn presiseringene i forhåndssensurrapporten gir føring om, vil få et merarbeid med å gå gjennom og rette opp vurderingene i den første bunken. Karaktergrensene kommer først med forhåndssensurrapporten, men det har vært minimale endringer i andelen poeng som kreves for hver karakter, i løpet av de siste tre årene.

Ulikhet i sensorenes vurderinger

Det er som det er pekt på over, en utfordring for sensorene at forhåndssensurrapport og sensorskolering kommer så sent. I 2017 fikk vi tilgang til sensorenes vurderingsskjema før de møttes til fellessensurmøtet. Da kunne vi se hvor de hadde vurdert besvarelsene ulikt. Selv om det er godt samsvar mellom karakterene sensorene har satt, var det mange oppgaver på del 2 sensorene hadde vurdert ulikt (Andresen et al. 2017:kapittel 8).

Oppgavene som blant annet pekte seg ut, var de der elevene selv velger hensiktsmessig metode, og de som stiller høyere krav til kommunikasjon og begrunnelse. Dette er sentrale områder av matematisk kompetanse, og vi innhentet derfor noen få elevbesvarelser som hadde fått ulik vurdering fra de to sensorene for å undersøke dette nærmere. Vi fant både at fullgode besvarelser ikke fikk uttelling, og at besvarelser som var feil, fikk uttelling. Som det ble pekt på i rapporten for 2018 (Bjørnset et al. 2018:115), kan det være vanskelig å gi konkrete eksempler i sensorveiledningsdokumentene nettopp fordi det er et stort spenn i hva som må kunne sies å være gyldige forklaringer.

Oppgavene vi undersøkte i 2017, hadde formuleringen «forklar at». I eksamen for 2018 og 2019 benyttes ikke denne formuleringen. I liknende oppgaver er formuleringen endret til «vis at» som muligens kan oppfattes som å kreve mindre forklaring av regningen som er gjort.

Vi har ikke undersøkt om det har blitt større samsvar mellom sensorene når det gjelder enkeltoppgaver enn det vi så i 2017 (Andresen et al. 2017:114), og ved fellessensuren blir vanligvis ikke vurderingsskjemaene for kandidater der sensorene har satt samme karakter, gjennomgått, men det gis et ekstra oppdrag til noen sensorpar som blir bedt om å gå gjennom vurderingsskjemaene i detalj og bli enige om poeng på hver enkelt deloppgave. I år skriver en av sensorene i tilbakemeldingen:

«Ekstraoppdraget er vel kanskje det som er mest rettferdig.» (Sensor)

Disse vurderingsskjemaene sendes inn og danner grunnlaget for Utdanningsdirektoratets IRT-analyse og vår analyse av gjennomsnittlig skår på de enkelte oppgavene.

Hva er de største utfordringene for å sikre rettferdig sensur?

Sensorene er opptatt av å sikre en rettferdig sensur. I spørreundersøkelsen fra Utdanningsdirektoratet fikk sensorene spørsmål om hva de tenker om å

få informasjon om klager på sin sensur. De var samstemt positive og ser det som nyttig tilbakemelding. Som en av sensorene skriver:

«Helt på sin plass for hvordan skal man ellers lære dersom det kan ha blitt gjort en feil.» (Sensor)

I 2017, 2018 og 2019 ble sensorene bedt om å ta stilling til påstanden «Det er et problem at like gode eksamensbesvarelser ikke blir vurdert likt av ulike sensorer». I 2017 og 2018 sa omtrent 60 prosent seg helt eller delvis uenige i påstanden, mens i 2019 hadde andelen økt til drøyt 63 prosent. Samtidig økte andelen som sa seg helt eller delvis enige i påstanden, fra 9,5 prosent i 2017 til 17,7 prosent i 2018, og så var det en liten nedgang til 16,5 prosent i 2019.

De to siste årene har sensorene fått et åpent spørsmål om hva de ser som de største utfordringene for å sikre en rettferdig sensur. Utfordringene som trekkes fram, er medsensors kjepphester, ulik tolkning av veiledningsdokumentene, oppgaver som gir rom for tolkning, og besvarelser som ligger i grenseland mellom to karakterer. Andelen av sensorene som beskriver de ulike utfordringene, er omtrent den samme i 2019 som den var i 2018 (Bjørnset et al. 2018:116).

Færre enn tidligere etterlyser veiledning for poenggivning på oppgaver som krever digitale verktøy, og er fornøyde med at sensorveiledningen har eksempler på løsninger med digitale verktøy, men flere påpeker en urettferdighet de mener ligger i at det stilles større krav til de som klipper ut fra regneark og dynamisk geometriprogram og limer inn i et worddokument, enn det stilles til kandidater som leverer mange filer i ulike format.

«Ulik levering av digitale oppgaver gir urettferdig sensur. Dei som leverer excel- eller geogebra-filer har ein fordel i forhold til dei som leverer utklipp. Treng ikkje tenkje på formelutskrift og rad, kolonne. Får desse poenga automatisk. Bør vere retningslinjer for korleis det skal leverast.» (Sensor)

«Innlevering av digitale filer. Her må det være et system der skolens valg for innlevering ikke går ut over elevene. Ulik praksis ved skoler i forhold til hvor mye hjelp som gis ved utskrifter og innleveringer av filer.» (Sensor)

Det er ikke bare sensorkorpset som er viktig for å sikre en rettferdig sensur. Det kan også ligge en urettferdighet i systematiske forskjeller i opplæringen. Gjennom sensorarbeidet kan sensorer få innblikk i dette:

«At enkelte skoler fortsatt viser at de ikke har fått nødvendig undervisning i eks digitale hjelpemidler – fortsatt store forskjeller mellom skolene. Er ikke elevenes feil – skole/lederansvar!» (Sensor)

Det denne sensoren uttrykker, stemmer godt overens med de digitale skillelinjene som ble beskrevet i kapittel 4 og i rapporten om eksamenen i 2018 (Bjørnset et al. 2018).

Oppsummering og anbefalinger

Sensorene er opptatt av å sikre en rettferdig sensur og er positive til at det er mulig å få informasjon om klager og resultat av klagebehandling for kandidater de har sensurert.

Kvaliteten på de digitale leveringene fra skolene er i en stor del av tilfellene så dårlig at det kan gå ut over vurderingen. Retningslinjene for digitale leveringer gitt fra Utdanningsdirektoratet følges i for liten grad opp av skolene, og det er en utfordring å sikre anonymiteten til kandidatene ved digitale leveringer.

Sensorene har både i 2017, 2018 og 2019 uttrykt et sterkt ønske om at forhåndssensurrapporten og sensorskoleringen skal komme tidligere. Til tross for at andelen digitale innleveringer øker, har det vært nesten samme tidsplan for når i prosessen forhåndssensurmøtet arrangeres, de tre siste årene.

Analysen av sensorenes vurderingsskjema og elevbesvarer fra 2017 viser at det er utfordringer når det gjelder å sikre riktig vurdering av oppgaver der det er metodefrihet i løsningen og høye krav til kommunikasjon og begrunnelse. Med tanke på fagfornyelsen bør det letes etter andre løsninger enn å fjerne disse oppgavene fra eksamen.

Anbefalinger

- Det bør komme klare og entydige retningslinjer til skolene for kontroll av kvaliteten på skannet materiale og for digital levering av eksamensbesvarer.
- Forsensuren bør komme tidligere, og vi anbefaler fylkeskommunene å arrangere sensorskoleringen tidligere.

8 Historisk utvikling

Etter at folkeskolen ble etablert i Norge i 1889, har det vært avholdt avsluttende eksamener i regning, og fra 1960 i matematikk. I dette kapitlet vil vi gi et bilde av den historiske utviklingen basert på et utvalg eksamensoppgaver fra 1900 til våre dager. Vi vil også gjøre en vurdering av hvordan dagens eksamen vil stå seg i møte med de nye læreplanene i fagfornyelsen.

Hvor lokal var lokalgitt eksamen?

Fram til 1962¹⁵ var eksamenene lokalgitt og varierte i innhold, arbeidsmengde og vanskegrad fra sted til sted. I 1901 er det en oppgave i Aker med pris på en jernbanebillett, og i oppgaven gitt på Løten samme år settes det poteter, men de aller fleste oppgavesettene mangler oppgaver som kan knyttes til området de ble gitt. Det er noen få unntak.

I Bergen hadde den avsluttende prøven i regning ofte en oppgave som handlet om import og videresalg av varer. Eksemplet under er fra 1920.

«En kjøbmand kjøper i Rotterdam 12 sækker kaffe à 65 kg. netto pr. sæk til en pris av kr. 3.95 pr. kg. Tolden utgjør kr. 0.35 pr. kg. og fragten kr. 1.85 pr. sæk. Andre utgifter beløper sig til kr. 35.70.

a) Hvor stort er hele utlægget?

Kjøbmanden vil tjene $12 \frac{1}{2} \%$. Han beregner et svind ved utveining i smaat av 8 hg. pr. sæk.

b) Hvad blir da utsalgsprisen pr. kg.?»

(Ortografi som i originalen) (Handal 1984)

Ved eksamen i Vardø i 1912 handler den første eksamensoppgaven i settet om oppgjør etter fiske:

15 Fra 1962 var det forsøk med niårig grunnskole, og eksamen for denne var sentralgitt. Inntil alle gikk over til niårig grunnskole, var det også lokalgitt eksamen i den sjuårige grunnskolen.

«En fiskerbaat har en besætning paa 4 mand og 1 halvvoksen gut. De gjorde sjøveir (fisketur) og fisket 4 050 kg. torsk. 400 kg. hyse og 150 kg. kveite. Torsken solgtes til 9 øre, hysen til 3 øre og kveiten 35 øre pr. kg. Desuten hadde de 3 ½ hl. Lever, som solgtes til kr. 12,50 pr. hl. Ved oppjøret blev lagskylden, kr. 150,40 fratrukket. Resten deltes saaledes at hver av de 4 voksne fik fuld lot, gutten ½ lot, og baaten som var høvedsmandens, ½ lot. Hvor meget fik a. høvedsm.? b. hver av de 3 andre mænd? c. gutten?»

(Ortografi som i originalen) (Haaland 1914)

I Oslo i 1946 er pris på trikkebillett temaet i en oppgave:

«En trikkebillett for voksne koster 20 øre. Et trikkekort for voksne koster 2 kroner for 12 reiser. Jeg kjøper alltid trikkekort, og på det sparte jeg siste halvår 18 kr. Hvor mange penger ville trikkeaturene mine ha kostet dersom jeg bare hadde kjøpt trikkebilletter?» (Mønnesland 1960)

Fram til 1940 var alle oppgavene vi har sett på, tekstoppgaver, det vil si oppgaver hvor tall og det det ble spurt om, var satt i en praktisk kontekst. Etter 1940 kommer det noen oppgaver med rene regnestykker i de fire regneartene, og noen av regnestykkene er også med brøk, men fortsatt er hovedtyngden oppgaver der utregningen er satt i en praktisk kontekst. Vi finner noen få eksempler på aktuelle temaer i oppgavene, som denne oppgaven fra Høyanger i 1941:

«I et slag ble av de stridende drept, såret, og tatt til fange. Resten, 3625 mann, vendte uskadd tilbake. Hvor stor var hæravdelingen da slaget begynte?» (Kringlen 1942)

Etterkrigstid i et par av oppgavene fra Oslo i 1946:

«En smørrasjon veide 2,4 kg og kostet kr 12,55. Hvor mye kostet 1 kg av det smøret?»

«Norge får 11 % av den tyske handelsflåten. Da får vi 88 000 tonn. Hvor stor er da den tyske handelsflåten?» (Mønnesland 1960)

Vi har også sett på oppgaver fra Ørsta, Åsane og Høyanger fra 1946, men ingen av disse har oppgaver direkte relatert til krigen som nettopp var slutt.

I 1960 var den siste oppgaven på eksamenen i Oslo også aktuell:

«Knut Johannessen satte under olympiaden i Squaw Valley ny verdensrekord på 10 000 m skøyter på tiden 15 min. 46,6 sek. Hvor stor var hans gjennomsnittsfart i km. pr. time? Svar med 3 desimaler.» (Mønnesland 1960)

Selv om oppgavene ikke var preget av lokalområdet de var gitt i, var mange av dem tidstypiske og ville vært fremmede for de fleste elever i skolen i dag.

«Udskriv kvitteret regning» – forløperen til dagens regnearkoppgaver

I de 30 eksamenssettene vi har gått gjennom fra 1900 til 1961, finner vi ti oppgaver med krav til oppstilling. I ni tilfeller skal elevene lage regning eller kvittering. I tillegg finner vi personlige regnskap av forskjellige slag i ni av oppgavesettene. Et typisk eksempel på dette er hentet fra Løten i 1912 og vist i figur 8.1.

Figur 8.1 Eksamensoppgave fra folkeskoleeksamenen i regning i Løten i 1912 (Risting 1930).

En dagarbeider fører regnskap over sine inntekter og utgifter i april måned 1912. 1. april har han i beholdning fra forrige måned 8,60 kr. 3. april kjøper han 2 kg kaffe à kr. 1,40, 1 kg sukker à kr. 0,64 og brød for kr. 0,80. 8. april mottar han lønn for 5 arbeidsdager à kr. 2,00 og kjøper hos landhandleren for 2,50 kr. 9. april kjøper han 2 par støvler, det ene koster 8 kr. det andre 6,50 kr., men da han betaler kontant, får han 8 pct rabatt. 14. april mottar han lønn for 7 arbeidsdager à kr. 3,00. 18. april kjøper han 3 kg smør à kr. 1,50, 18 kg mel à kr. 19 pr. 100 kg, og 4 kg og 2½ hg flesk à kr. 0,80 pr. kg. 22. april mottar han lønn for 6 dagsverk à kr. 2,50 og kjøper en hatt til kr. 2,00, dessuten forskjellig til huset for kr. 6,44. 31. april kjøper han 4 l. petroleum à 15½ øre og mottar for småstunder hos en gårdbruker kr. 1,80. Hvorledes står regnskapet hans 1. mai?

Noen steder, som i Sandherad i 1920, hadde disse oppgavene en mer leservennlig oppstilling (figur 8.2), og her var det krav til føringen.

Figur 8.2 Eksamensoppgave fra folkeskoleeksamenen i regning i Sandherad i 1920 (Thorberg-
sen & Holhjem 1929).

En husmor får fra kjøpmannen følgende varer:			
2,5 kg. ris	a	1,60	kr.
5 hg. te	a	8,00	" pr. kg.
1,5 kg. grønnsåpe	a	1,90	" " "
6 " hvetemel	a	0,90	" " "
2 pakker kjeks	a	1,20	" " pakke.
4 " sjokolade	a	1,30	" " "
1,5 kg. kaffe	a	4,60	" " kg.
På varene gis $2\frac{1}{2}$ pct. rabatt. Hvor meget skal hun betale? (Opstilles som regning).			

Dette kravet til oppstilling eller føring er etter innføringen av LK06 erstattet med obligatorisk bruk av regneark i løsning av én oppgave på matematikk-eksamenen i grunnskolen. Oppgavene har variert innhold, men i lærebøkene ser vi ofte regneark brukt i forbindelse med personlig økonomi.

I 1961 var det felles eksamen i Hordaland, Rogaland og Agder. Samme år har for eksempel Bærum og Sunnmøre egne oppgavesett, så hvor utbredt det regionale samarbeidet var, vet vi ikke.

Det er ikke mulig å gjøre en fullstendig sammenlikning av eksamenssettene fordi vi mangler opplysninger om hvor lang tid kandidatene hadde til rådighet, og i de fleste tilfeller mangler vi også opplysning om hva som kreves av utregning og føring på de enkelte oppgavene.

Utvikling i form og innhold

Antall oppgaver og kompleksiteten i oppgavene varierte mye fra sted til sted på de lokalgitte eksamenene, men hovedområdene som ble dekket, var de samme. De tidligste eksamenene hadde oppgaver i tallregning, måling og romlære. Læreplanene ble etter hvert mer omfattende og dekket flere områder (se tabell 8.1), noe som preget innholdet i oppgavene og hva som ble prøvd. Fra perioden 1960 til 2017 er det eksamenssettene fra 1979, 1985, 1995 og 2006 som er plukket ut for nærmere analyse. Fra 1979 finner vi flere ferdig oppstilte regneoppgaver enn tidligere, og i mange av disse skal elevene kun oppgi svar og trenger ikke vise utregning.

Tabell 8.1 Emnene i læreplandokumentene (Smestad & Fossum 2019)

	1890	1939	1974	1987	1997	2006
Tall og tallregning						
Geometri/romlære						
Måling						
Algebra og likninger						
Funksjoner						
Anvendelse: personlig økonomi						
Problemløsning						
Statistikk						
Sannsynlighet og kombinatorikk						
IT («datalære»)						

Formen har også endret seg på eksamensoppgavene i løpet av de årene som er undersøkt. Illustrasjoner ser vi først i eksamenen fra 1979, og de var i utgangspunktet nødvendige eller til hjelp i oppgaveløsningen, mens fra 2006 er det også illustrasjoner som kun er til pynt (Smestad & Fossum 2019).

Etter hvert fikk eksamenene to eller tre deler. I 1985 var det en felles del 1 uten lommeregner, og så var det laget to varianter av delprøve 2 – én for de som hadde lommeregner, og én for de som ikke hadde dette hjelpemiddelet. I 1995 var det forutsatt at alle hadde tilgang til lommeregner på delprøve 2.

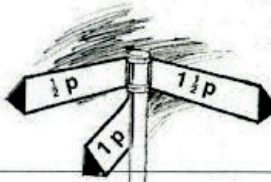
Eksamenen på 10. trinn i 2006 må ha vært en stor utfordring – ikke minst når det gjelder å komme gjennom all teksten i oppgaven. Eksamenen hadde et infohefte som elevene som var trukket ut, hadde fått på forhånd. Her var det en kombinasjon av opplysninger de skulle finne ved å søke på internett, og opplæring innen temaet måling. Selve eksamenen var tredelt, og lommeregner, elevbok og informasjonsheftet sammen med opplysningene som var funnet på forhånd, var tillatte hjelpemidler hele veien. Noen oppgaver i hver del var merket med et symbol som betød at opplysningene som trengtes i oppgaven, var å finne i informasjonsheftet. I tillegg kunne elevene bruke datamaskin på del 2 og del 3. På del 1 og 2 måtte elevene flere steder velge hvilken variant av oppgaven de ville løse. Vanskegrad og mulig poenguttelling var forskjellig for de to eller tre variantene. Figur 8.3 viser et eksempel fra del 2 med tre varianter som elevene måtte velge mellom og så løse. På del 3 i 2006 skulle elevene etter en detaljert instruksjon velge fem av 19 oppgaver innenfor ulike poengkategorier.

Figur 8.3 Oppgave fra avgangsprøve i matematikk i grunnskolen våren 2006.

OPPGAVE 20

På en fropose står det at spireevnen er 80 %.
Det betyr at 8 av 10 sådde frø sannsynligvis vil spire.

Velg enten A, B eller C.





A) Hvor mange frø vil sannsynligvis spire hvis det blir sådd 25 frø?	B) Hvor stor er sannsynligheten for at begge frøene spirer når to frø blir sådd?	C) Hvor stor er sannsynligheten for at bare ett av to sådde frø spirer?
--	--	---

Første eksamen etter Kunnskapsløftet, LK06, ble gitt i 2009 og var vesentlig endret fra eksamenen i 2006. Den hadde samme form som de eksamenene som er temaet for denne og de to foregående rapportene. I denne perioden har eksamenen vært todelt, med to timer uten hjelpemidler og resten med hjelpemidler, og hvor digitale hjelpemidler har fått økende plass. Delen med hjelpemidler har telt rundt 60 prosent av hele eksamenen, bortsett fra de siste par årene. Alle oppgavene på eksamenen skal løses av alle elever. For langt mer detaljer om disse eksamenene, se denne og de to foregående rapportene fra dette prosjektet.

I «krystallkula»

Høsten 2020 trer nye læreplaner i kraft i grunnskolen etter Fagfornyelsen. Kunnskapsdepartementet har nedsatt en eksamensgruppe til å vurdere eksamenssystemet. Den nye overordnede delen av læreplanverket har innført et justert kompetansebegrep som legger vekt på å kunne «mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger» og å kunne reflektere og tenke kritisk. Sentralt i fagfornyelsen står dybdelæringsbegrepet, som innebærer at elevene skal få varig forståelse, kunne se sammenhenger i og mellom fag, kunne reflektere over egen læring og å kunne bruke det de har lært, på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner.

Fagfornyelsen innebærer en utfordring for avgangseksamenen i matematikk. Tradisjonen med om lag 50 deloppgaver som skal gjøres på seks minutter i snitt, gir for eksempel begrenset rom for problemløsning, som i sin natur

krever tid. Det er også få av deloppgavene i dagens eksamen som gir rom for å se sammenhenger innad i faget, eller som ber elevene begrunne og bevise sammenhenger i faget.

Nytt i fagfornyelsen er også at det er definert kjerneelementer som skal være «det viktigste elevene skal lære i hvert fag». De fem første er utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon og abstraksjon og generalisering. Det sjette kjerneelementet er matematiske kunnskapsområder, som tar opp i seg de tradisjonelle fagdelene av matematikkfaget: tall, geometri osv.

Kjerneelementene innebærer også en utfordring for matematikkeksamnen. En grunn til det er at matematikkeksamnen slik den er i dag, i liten grad tester disse kjerneelementene. For å være mer presis:

- Utforskning og problemløsning forutsetter tid til å analysere problemet, prøve på en løsningsmetode, vurdere hvordan løsningsmetoden fungerer, og justere planen (Polya 2004). Dette forutsetter en viss ro og at det ikke er noe stort tidspress. Eksamensoppgavene er i liten grad problemløsningsoppgaver i dag. I tillegg er det en tendens til at de problemløsningsoppgavene som er der, er for vanskelige til at de svakest presterende elevene får dem til.
- Modellering og anvendelser forutsetter begge at man har en fysisk virkelighet som man skal modellere, eller hvor man skal anvende matematikken. Det er få oppgaver på eksamen som gir mulighet for å vise kompetanse i dette.
- Resonnering og argumentasjon og representasjon og kommunikasjon testes på en del eksamensoppgaver i dag. Men en økende andel av deloppgavene er flervalgsoppgaver eller skal bare besvares med et tall, noe som ikke åpner for å vise kompetanse i disse to kjerneelementene.
- Abstraksjon og generalisering handler om å oppdage sammenhenger og strukturer og krever, på samme måte som utforskning og problemløsning, tid.

En tilleggsutfordring er at resonnering og argumentasjon og representasjon og kommunikasjon er av de områdene sensorene synes det er vanskeligst å vurdere, og hvor spriket i poenggivning i dag er størst. En eksamen i tråd med fagfornyelsen vil måtte begrense antallet deloppgaver for å gi rom for utforskning, problemløsning, modellering og generalisering. Dette vil nok i hvert fall i en overgangsperiode være uvant for lærere og sensorer, og hvis dette

fører til større sprik i sensuren, vil en følge kunne være at eksamen mister noe av den sterke legitimiteten den har i dag.

I Danmark hadde man i avgangsprøvene i folkeskolen i 2019 et noe større innslag av problemløsningsoppgaver, i tråd med vektleggingen av problemløsning i planene der. En oppgave gikk ut på å finne alle trekanten med heltallige sidelengder og omkrets på 24 (Fink 2019). Vi vil argumentere for at dette er en oppgave som vil fungere godt, i tråd med idealene i fagfornyelsen. Elevenes besvarelse på en slik oppgave kan si sensor mye om elevens problemløsningskompetanse, resonnements- og argumentasjonskompetanse og representasjon- og kommunikasjonskompetanse. Dette er informasjon sensor trenger for å gjøre en helhetsvurdering av elevenes kompetanse i lys av sammenliknet med kompetansemålene og kjerneelementene i faget.

I Danmark kom det reaksjoner – lærere mente at oppgavene burde gitt elevene en innledning som ga dem en idé om hvordan de skulle begynne, og at det burde oppgis hvor mange slike trekanten det var å finne, så elevene slapp å lete etter flere når de hadde funnet alle. Innspillene gikk altså ut på å gjøre oppgaven mindre utforskende, mindre åpen og mindre knyttet til resonnering og argumentasjon (Fink 2019).

For sensur av matematikkeksamen er det til de enkelte karakterene satt poenggrenser som alle sensorer «må følge» (Utdanningsdirektoratet 2019a, s. 18). Men til slutt skal «kjennetegn på måloppnåelse brukes når karakteren fastsettes». (s. 18). Det er ikke gitt at poengsummen gir samme karakter som en vurdering ut fra kjennetegn for måloppnåelse. Sensorer påpeker at det noen ganger er vanskelig å vurdere elevs kompetanse ut fra flervalgsoppgavene, og samtidig tyder våre analyser på at poenggrensene og kjennetegnene ikke er samsvarende (se s. 74). Dette kan gi en uheldig spenning mellom vurdering basert på poengsum og vurdering basert på kjennetegn, og det er en fare for at vanskelige vurderinger av helhetlig måloppnåelse ut fra kjennetegnene vil bli underordnet tilsynelatende objektive poengsummer. I en eksamen etter fagfornyelsen bør det gjøres grep slik at poengtenkningen gis mindre vekt og vurderingen av ulike sider av elevs matematikkkompetanse får større oppmerksomhet.

Eksemplet fra Danmark gir bud om at en overgang til eksamensoppgaver som er mer i tråd med fagfornyelsen, kan komme til å møte motstand. Men samtidig viser den historiske gjennomgangen at eksamensformen har endret seg flere ganger før, og at det er stort rom for variasjon innen sjangeren femtimers skoleeksamen.

9 Avslutning

Dette er siste rapport på et treårig prosjekt hvor vi har analysert eksamenene i matematikk på 10. trinn. Prosjektperioden har inkludert tre eksamener, fra 2017 til og med 2019. Foruten å vurdere hvordan eksamenen har fungert hvert enkelt år, har vi vektlagt et overordnet tema. I årets rapport har det vært de elevene som presterte svakest. Det sentrale spørsmålet i denne rapporten, og i prosjektet, er likevel rettferdighet. Mer konkret innebærer det spørsmål om hvorvidt eksamen i matematikk på 10. trinn gir kandidatene like muligheter til å vise sin kompetanse i matematikk.

Sammenheng med læreplanen og med opplæringen

En hovedkonklusjon fra de tre årene vi har studert i dette prosjektet, er at eksamensoppgavene gjennomgående har holdt høy kvalitet. I dette ligger det at de ulike oppgavene i eksamenssettene har vært nært knyttet til undervisningen som elevene har fått, og kompetansemålene som er nedfelt. Eksamen i matematikk har høy legitimitet blant elever og lærere.

Mer konkret er nesten alle deler av læreplanen gjort til gjenstand for prøve i årene vi har studert. Unntakene er ulikheter, statistiske undersøkelser, praktisk måling og kompetanse om kredittkort, lån og sparing. Denne konklusjonen samsvarer også med lærernes egne vurderinger, mens det er en økende andel av sensorene som mener at det er deler av matematikkpensum som aldri blir testet på eksamen.

Elever og lærere opplever også i hovedsak at innholdet i eksamensoppgavene er i tråd med opplæringen som er gitt. Vi ser at eksamenen i stor grad ligger tett på innholdet i lærebøkene elevene har, og det er ingen systematiske forskjeller mellom ulike læreverk. Da vi gikk inn på digitale verktøy spesielt, så vi imidlertid at elevene er gitt ulik opplæring i bruk av disse. Spesielt er det få som har fått opplæring i CAS. Dette gir kandidatene systematisk forskjellige muligheter til å nyttiggjøre seg digitale hjelpemidler på eksamensdagen. Det er nærliggende å konkludere med at denne typen forskjeller utfordrer idealet om at i en eksamen skal kandidatene ha like vilkår til å

besvare oppgavene de er gitt. Derfor anbefaler vi at det bør arbeides videre med å gi alle elever lik tilgang til og likeverdig opplæring i digitale verktøy.

Vanskegrad og arbeidsmengde

Det dominerende bildet av at eksamenen har holdt god kvalitet, styrkes også av vurderinger av vanskegrad og arbeidsmengde. I all hovedsak var vanskegraden tilstrekkelig variert til at elever på alle prestasjonsnivåer fikk mulighet til å demonstrere sin kompetanse – med unntak av de elevene som presterer svakest, som vi kommer tilbake til. Våre analyser viser også at det er forholdsvis få elever som opplever å ha fått for lite tid, og det er få tegn til at elevene systematisk ikke rekker de siste oppgavene på eksamenen.

Et hensyn i denne sammenhengen er hva kandidatene selv synes. I de kvalitative intervjuene ba vi dem gi eksamenen karakter. Det gir neppe mening å sammenlikne resultatene fra disse spørsmålene fra år til år, men det er på det rene at de vi snakket med, gjennomgående var fornøyde med eksamenen.

Eksamenens utforming

Når det gjelder språk og bruk av illustrasjoner, er hovedbekymringen at det store flertallet av oppgaver stiller språklige krav. Selv om lesing er en grunnleggende ferdighet også i matematikk, er det ikke nødvendig å teste denne ferdigheten i nesten alle eksamensoppgavene. Vi har analysert ut fra en rekke språklige trekk som vi vet kan føre til at oppgaver blir vanskeligere for elever med svake leseferdigheter, og anbefaler å jobbe videre med å redusere forekomsten av flere av disse.

Et eksempel: Vi har påpekt betydelig bruk av lavfrekvente ord alle tre årene. Det er hevet over tvil at det blant dem er begreper som mange av kandidatene ikke har kjennskap til. Det er likevel ikke uten videre slik at dette reduserer deres mulighet til å besvare oppgavene. I mange tilfeller er oppgavene illustrert – eksempler er oppgaver fra 2017 hvor man spurte om målene på en jerrykanne og vinkel på en klaffebro. I begge tilfellene var oppgavene illustrert på en måte som visualiserte hva begrepene betydde. Når det er sagt, har det også forekommet at illustrasjonene ikke var like klargjørende, og i enkelte tilfeller kunne de være forvirrende. Den store mengden illustrasjoner, hvor noen er nødvendige for å løse oppgaven og andre bare er til pynt, bidrar også totalt sett til å øke oppgavesettets kompleksitet.

Kjennskap til en del av begrepene som er benyttet på eksamenen, som henger sammen med forhold som ikke gjelder matematisk kompetanse, men som i større grad vil variere med om man er født utenfor Norge, og sosioøkonomisk bakgrunn i Norge, vil påvirke om eksamenen er rettferdig. Det avgjørende hensynet i vurderingen av rettferdighet er hvorvidt kandidatene har like vilkår til å prestere, og om det er likhet i vurderingene som gjøres. Gitt at vi har konkludert med at eksamenen gjennomgående har vært god i prosjektperioden, så har vi også i all hovedsak konkludert med at den er rettferdig. Men den språklige kompleksiteten i en del oppgaver aktualiserer spørsmålet om noen elevgrupper rammes urimelig.

Eksamenen har en gjenkjennbar utforming og oppbygning. Det er i liten grad oppgaver som bygger på hverandre, og i hovedsak er det mulig å gå videre selv om man ikke har fått til en oppgave. Design og layout er også gjenkjennelig fra år til år.

For at en eksamen skal være rettferdig, er det også en forutsetning at bokmåls- og nynorskelevene får oppgaver som stiller de samme kravene. Hvert år har det vært svakheter i oversettelsene som har gjort at det på enkeltoppgavenivå kan stilles spørsmål ved dette, men for eksamenssettene under ett er det ingen systematisk skjevhet mellom bokmåls- og nynorskelever.

Sensorvurdering

En økende andel av sensorene forteller at de ikke opplever utfordringer når det gjelder å sikre rettferdig sensur. Veiledningsdokumentene oppfattes av sensorene som bedre i år enn for tre år siden, men fortsatt er ønsket at forhåndssensurrapporten skal komme tidligere. Et moment i den sammenheng er også at digitale leveringer har økt i prosjektperioden. Både tidspresset som oppstår fordi det tar lengre tid å sikre at hele besvarelsen til en kandidat er vurdert, og kvaliteten på det som leveres, gir utfordringer når det gjelder å oppnå rettferdig sensur. Vi anbefaler derfor at det sikres lik praksis for innlevering og anonymisering av eksamensbesvarelsene.

Flere sensorer sier at de elevene som presterer svakest, i liten grad får mulighet til å vise sin helhetlige kompetanse siden mange av oppgavene er flervalgsoppgaver. Videre viste våre analyser av vurderingsskjemaer at det var til dels stor sprik mellom sensorene på de oppgavene som krevde bruk av digitale hjelpemidler, oppgavene hvor elevene selv velger en hensiktsmessig metode, og oppgaver som stiller høyere krav til kommunikasjon og begrunnelse. Dette er sentrale områder av matematisk kompetanse som også vil bli enda sterkere vektlagt i fagfornyelsen.

Elevene som presterer svakest

I årets rapport har vi sett særskilt på svakt presterende elever, i betydningen at de har 1 og 2 i standpunktkarakter, elever som har blant de 10–30 prosent svakeste poengskårene på eksamen, samt minoritetsspråklige elever og elever med lese- og skrivevansker.

Spørsmålet var hvorvidt de hadde samme mulighet som andre til å vise fram kompetansen. Av den tiendedelen som presterte svakest, var det gjennomgående slik at de fikk til svært få av oppgavene på del 2. Oppgavene de mestrer, er i stor grad flervalgsoppgavene og oppgaver på et nivå tilsvarende mål for 4. og 7. trinn i grunnskolen. Slike oppgaver gir lite av den nyanserte informasjonen som sensorene trenger for å gjøre sin helhetsvurdering av elevens kompetanse. Dette gjør at de i liten grad oppfyller kravene til karakteren 2 ifølge kjennetegn på måloppnåelse, selv om de får poengene som skal til for å få karakteren 2. Vi anbefaler at elevene som presterer svakest, får oppgaver hvor de får vist sin kompetanse i å kommunisere, og at de på del 2 får oppgaver hvor de får vist sin kompetanse i problemløsning og i å bruke hjelpemidler.

På spørsmål til lærere ble det framhevet at oppgavene på årets oppgavesett ikke ble vurdert som veldig vanskelige. En gjennomgående oppfatning synes snarere å være at eksamenen kunne vært noe vanskeligere. Denne oppfatningen strider ikke nødvendigvis mot funnet om at de 10 prosentene som presterer lavest, ikke har en måloppnåelse til karakter 2. Det økende antallet flervalgsoppgaver gjør at det er enklere for de elevene som presterer svakest, å få nok poeng til karakteren 2, samtidig som det har gjort det vanskeligere for dem å vise den kompetansen som ifølge kjennetegnene skal til for å oppnå karakteren 2.

En god og rettferdig eksamen

Til tross for våre kritiske kommentarer, blant annet om språk og digitale hjelpemidler, er det ikke sagt at våre funn strider mot oppfatninger om at eksamenen i all hovedsak var rettferdig. Elever og lærere selv oppfatter eksamenen som i hovedsak rettferdig. Undervisning vil variere mellom skoler og mellom klasser innad på en skole, og de fleste av kandidatene har blitt forberedt både på de språklige og de digitale utfordringene. Det er også mange oppgaver hvor det er illustrasjoner, og hvor bruk av digitale verktøy er en mulighet og ikke en nødvendighet. Kort sagt har kandidatene, gjennom eksamenens om lag 50 oppgaver, mange muligheter til å vise fram den matematiske kompetansen de besitter.

Utviklingen i perioden 2017–2019

På bakgrunn av de dataene vi har samlet inn, vil vi trekke fram noen utviklingstrekk gjennom denne treårsperioden. For det første har dette vært tre år der våre informanter gjennomgående har syntes at eksamenene har vært ganske gode. I den sammenheng er det relevant å trekke fram at oppgavenes utforming og i en del tilfeller også selve spørsmålsformuleringene kan minne om hverandre fra år til år. Dette er imidlertid ikke noen selvfølge. Flere av informantene har referert til eksamenssettet i 2015 som et eksempel på en eksamen som ikke fungerte.

Tematisk sett er de tre eksamenssettene altså bemerkelsesverdig like. De samme oppgavetyperne går igjen innen de samme matematiske temaområdene, og man kan få inntrykk av at det er lite endring fra år til år. Men på to områder har det skjedd en betydelig endring: Vektingen mellom del 1 og del 2 er sterkt endret, og andelen flervalgsoppgaver er økt radikalt. Når det gjelder den samlede vanskegraden på eksamensoppgavene, viser IRT-analysene i Bjørnsson (2020) at elevenes kompetanse har endret seg svært lite i treårsperioden 2017–2019, samtidig som det er meget små endringer i oppgavenes vanskegrad. Likevel har gjennomsnittskarakteren økt betydelig i perioden, fra 3,4 til 3,6, samtidig som poenggrensene er tilnærmet uendret, se tabell 5.5. IRT-analysene tar imidlertid ikke hensyn til vekting av oppgavene. Dette tyder på at de forbedrede eksamensresultatene ikke skyldes at elevene er blitt flinkere, eller at enkeltoppgavene er blitt enklere, men de kan i hovedsak forklares med endringen i vektingen mellom de ulike oppgavene. Det har også blitt vesentlig enklere å få karakteren 2 på eksamen; andelen som får karakteren 1, er redusert med mer enn 60 prosent fra 2017 til 2019. Likevel har endringer i oppgaveformatene gjort at mange av oppgavene som de lavest presterende elevene får riktig svar på, gir sensorene lite informasjon som de trenger for å vurdere elevene ut fra kriteriene for måloppnåelse.

I tillegg til at eksamenen har blitt vesentlig enklere, spesielt når det gjelder å få karakteren 2, kan vi peke på noen andre endringer. Én ting er at man har fjernet de enkleste oppgavene innledningsvis i del 1, men for oppgavene i 2019 var våre informanter mer opptatt av hvorvidt eksamenen hadde tilstrekkelig vanskelige oppgaver på del 2. Eksamenen består også av betydelig flere ord i 2019 enn den gjorde i 2017, så elevene må altså lese mer tekst.

Gjennom treårsperioden har eksamenens tilknytning til læreplanen og undervisningen holdt seg på et høyt nivå, vanskegraden på de enkelte oppgavene og arbeidsmengden på settet har i liten grad endret seg gjennom årene, og sensorene er fornøyde med bedring i sensorveiledningen.

Innenfor de rammene som er satt, har eksamensoppgavene for 2017–2019 i hovedsak vært gode og rettferdige, sett i lys av de rammene som LK06 setter. Fagfornyelsen har nye vektlegginger som vil sette krav til endringer i eksamensformen, men mange momenter fra dagens eksamensform.

Referanser

- Andresen, S., Fossum, A., Rogstad, J. & Smestad, B. (2017). *På prøve. Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn våren 2017*. Oslo: Fafo-rapport 2017:36.
- Bakke, B. & Bakke, I. N. (2015). *Grunntall 10*. Drammen: Elektronisk Undervisningsforlag AS.
- Bjørnset, M., Fossum, A.; Rogstad, J., Smestad B. & Talberg, N. (2018). *Digitale skillelinjer: Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn våren 2018*. Oslo: Fafo-rapport 2018:36.
- Björnsson, J. K. (2020). *Matematikkeksamen gjennom tre år. Psykometrisk analyse av eksamen i matematikk for 10. trinn fra årene 2017, 2018 og 2019*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J. Palm, T. & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *Journal of Mathematical Behavior*. 33(72-78). Elsevier.
- Falch, T., Johannesen, A. B., & Strøm, B. (2009). *Kostnader av frafall i videregående opplæring*. SØF-rapport nr. 08/09.
- Falch, T., Nyhus, O. H., & Strøm, B. (2014). Causal effects of mathematics. *Labour Economics*, 31, 174-187. Senter for økonomisk forskning.
- Fang, Z., Schleppegrell, M. J., & Cox, B. E. (2006). Understanding the language demands of schooling: Nouns in academic registers. *Journal of Literacy Research*, 38(3), 247-273.
- Fink, K. (2019). Tendenser i årets prøver 2019. *Matematik 2019*(4), 16-19.
- Forskrift til opplæringslova. (2006). (FOR-2006-06-23-724). Hentet fra: <https://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724>
- Fraillon, J., Ainley, J., Schulz, W., Friedman, T. & Duckworth, D. (2019): *Preparing for life in a digital world: the IEA International Computer and Information Literacy Study 2018 International Report*. IEA.
- Gulbrandsen, J. E., Mehus, A. & Løchsen, R. (2008). *Nye Mega 10*. (3. utg.) Oslo: Cappelen Damm AS.
- Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S., & Büchter, A. (2013). Erlös = erlösung? Sprachliche und konzeptuelle hürden in prüfungsaufgaben zur mathematik. *Deutsch als Zweitsprache* (1), 14-24.

- Guskey, T. R. (1994). What You Assess May Not Be What You Get. *Educational Leadership*, 51(6), 51-54.
- Haaland, G. (1914). *Eksamensoppgaver for folkeskolens avgangsklasser. Regning og norsk*. Kristiania: J. W. Cappelens forlag.
- Hagen, M. B., Carlsson, S., Hake, K-B. & Öberg, B. (2007). *Tetra 10*. Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.
- Handal, K. (1984). *Eksamensoppgaver gjennom 40 år. Oppgaver i norsk og regning til eksamen i 7. klasse ved Bergens Folkeskole 1901-1941*. Bergen: Eget forlag.
- Hjardar, E. & Pedersen, J-E. (2015). *Faktor 10*. Oslo: Cappelen Damm AS.
- Hægeland, T., Kirkebøen, L. J., Bratsberg, B. & Raaum, O. (2011). *Value added-indikatorer. Et nyttig verktøy i kvalitetsvurdering av skoler?* Oslo: Statistisk sentralbyrå, Rapporter 42/2011.
- Kirkebøen, L., Eielsen, G., Rønning, M., Strømsvåg, S., Andresen, S., Reegård, K., Rogstad, J., Berge, J. E., & Lindenskov, L. (2018). *Matematikdidaktisk etterutdanning av lærere og målrettet strukturert matematikkundervisning ved overgang til 8. trinn og VG1. Foreløpig beskrivelse av utforming og gjennomføring av tiltak*. Statistisk sentralbyrå, Rapporter 2018/15.
- Kringlen, A. (1942). *Eksamensoppgaver i regning og romlære*. Oslo: J. W. Cappelens forlag.
- Krumsvik, R. J., L. Ø. Jones, O. J. Eikeland, F. M. Røkenes og K.
- Lillejord, S., Børte, K., Halvorsrud, K., Ruud, E., & Freyr, T. (2015). *Tiltak med positiv innvirkning på barns overgang fra barnehage til skole. En systematisk kunnskapsoversikt*. Oslo: Kunnskapssenter for utdanning.
- Lithner, J. (2008). A Research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276.
- Maagerø, E., & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene: Om lesing og skriving i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforl.
- Matematikksenteret (2015). *Vurdering av eksamen i matematikk*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/resource/vurdering_av_eksamen_i_matematikk.pdf
- Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (2011). *Timss 2011 item writing guidelines*. Boston: Boston College.
- Mønnesland, K. (1960). *Eksamensoppgaver i regning ved Oslo folkeskole 1946-1960*. Oslo: Olaf Norlis forlag.
- Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring – ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Danmark: Undervisningsministeriet, Uddannelsesstyrelsen.

- NOU (2019:3) Nye sjanser – bedre læring – Kjønnforskjeller i skoleprestasjoner og utdanningsløp. Oslo: Kunnskapsdepartementet
- Persson, T. (2016). *De naturvetenskapliga ämnesspråken de naturvetenskapliga uppgifterna i och elevers resultat från timss 2011 år 8*. Uppsala Universitet, Uppsala.
- Pettersen, A. & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 16(949-965).
- Polya, G. (2004). How to solve it: A new aspect of mathematical method (No. 246). Princeton university press.
- Rambøll (2019). *Pedagogisk bruk av IKT i grunnopplæringen. Perspektiver fra teori og praksis*.
- Risting, G. (1930). *Repetisjons- og eksamensoppgaver i regning og rumlære for folkeskolens avgangsklasser*. Oslo: J. W. Cappelens forlag
- Schoenfeld, A. (2007). *Assessing mathematical proficiency*. New York: Cambridge University Press.
- Smestad, B. & Fossum, A. (2019). *Primary school exams in calculation/ mathematics in Norway 1946-2017*. CERME11. ERME.
- Steffensen, K. R. Ekren, O. O. Zacharisen og L. J. Kirkebøen (2017). *Er det forskjeller i skolers og kommuners bidrag til elevenes læring i grunnskolen – En kvantitativ studie*. SSB rapport 2017/2.
- Theens, F. (2019). *Does language matter?: sources of inequivalence and demand of reading ability of mathematics tasks in different languages* (PhD dissertation). Umeå universitet, Umeå. Hentet fra <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-161963>
- Thorbergesen, H. & Holhjem, A. (1929). *Opgavesamling i regning for folkeskolens avgangsklasser*. Sandefjord: Eget forlag.
- Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2015). *Maximum 10*. Oslo: Gyldendal Undervisning.
- Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. <http://data.udir.no/k106/MAT1-04.pdf>
- Utdanningsdirektoratet (2014). *Eksamen 1905.2014. MAT0010 Matematikk. Del 2*. Lastet ned 21.10.19 fra www.matematikk.net/side/Eksamensoppgaver
- Utdanningsdirektoratet (2017). *Eksamensveiledning – om vurdering av eksamensbesvarelser 2017, MAT0010 Matematikk, Sentralt gitt skriftlig eksamen*. (Ikke lenger tilgjengelig på Utdanningsdirektoratets nettsider.)

- Utdanningsdirektoratet (2019a). Forhåndssensurrapport 29.05.2019. MAT0010 Matematikk. Forhåndssensur 28. – 29. mai 2019. <https://sokeresultat.udir.no/eksamensoppgaver>.
- Utdanningsdirektoratet (2019b). *Eksamensveiledning – om vurdering av eksamensbesvarelser 2019, MAT0010 Matematikk, Sentralt gitt skriftlig eksamen*. <https://sokeresultat.udir.no/eksamensoppgaver>.
- Wollscheid, S., Næss Hjetland, H., Rogde, K. & Skjelbred, S.E. (2018). Årsaker til og tiltak mot kjønnsforskjeller i skoleprestasjoner En kunnskapsoversikt. Rapport 25. Oslo: NIFU

Vedlegg 1

Spørreskjema til matematikklærere som underviser på 10.trinn og har hatt elever oppe til matematikkeksamen vår 2019

1. Er du matematikklærer på 10. trinn?
 - a. Ja
 - b. Nei
2. Har du hatt elever opp til matematikkeksamen i år?
 - a. Ja
 - b. Nei

Vi vil nå stille deg noen spørsmål om din matematikkundervisning på 10. trinn.

Hvilket læreverk har elevene dine?

- c. Faktor 10 (Cappelen Damm)
 - d. Grunntall 10 (Elektronisk Undervisningsforlag)
 - e. KodeX 10 (Fagbokforlaget)
 - f. Maximum 10 (Gyldendal)
 - g. Nummer 10 (Aschehoug)
 - h. Nye Mega 10 (Cappelen Damm)
 - i. Sirkel 10 (Aschehoug)
 - j. Tetra 10 (Fagbokforlaget)
 - k. Annet – spesifiser
3. Har elevene læreboken på papir eller digitalt?
 - a. Papir med digitalt tilleggskomponent
 - b. Kun papir
 - c. Kun digitalt
4. Bruker du materiale fra andre læreverk enn det elevene har når du underviser på 10. trinn i matematikk?
 - a. Ofte
 - b. Av og til
 - c. Sjelden
 - d. Aldri

5. Hvilke læreverker benytter du til å forberede ditt undervisningsopplegg på 10. trinn i matematikk? Flere valg mulig.
 - a. Faktor 10 (Cappelen Damm)
 - b. Grunntall 10 (Elektronisk Undervisningsforlag)
 - c. KodeX 10 (Fagbokforlaget)
 - d. Maximum 10 (Gyldendal)
 - e. Nummer 10 (Aschehoug)
 - f. Nye Mega 10 (Cappelen Damm)
 - g. Sirkel 10 (Aschehoug)
 - h. Tetra 10 (Fagbokforlaget)
 - i. Annet – spesifiser
6. Hvilke type læremidler bruker du? Hak av for det alternativet som passer best.
 - a. Jeg bruker kun papirbaserte lærebøker og læremidler i matematikk
 - b. Jeg bruker i hovedsak papirbaserte lærebøker, men supplerer med noe bruk av digitale læremidler i min undervisning i matematikk
 - c. Jeg bruker omtrent like mye papirbaserte som digitale læremidler i matematikk
 - d. Jeg bruker i hovedsak digitale læremidler i min undervisning i matematikk
 - e. Jeg bruker bare digitale lærebøker og læremidler i matematikk
7. Har dine elever, som har kommet opp til eksamen i matematikk denne våren, fått opplæring i bruk av digital graftegner? (For eksempel GeoGebra)
 - a. Ja, i stor grad
 - b. Ja, i noen grad
 - c. Nei
8. Hvilken programvare for digital graftegner har dere brukt?
 - a. GeoGebra 5
 - b. GeoGebra 6
 - c. Microsoft Mathematics
 - d. Annet – spesifiser
9. Har dine elever, som har kommet opp til eksamen i matematikk denne våren, fått opplæring i bruk av digitalt regneark?
 - a. Ja, i stor grad
 - b. Ja, i noen grad
 - c. Nei

10. Hvilken programvare for digitalt regneark har dere brukt?
 - a. Microsoft Excel
 - b. Google Sheets
 - c. Annet – spesifiser
11. Har dine elever, som har kommet opp til eksamen i matematikk denne våren, fått opplæring i bruk av dynamiske geometriprogram?
 - a. Ja, i stor grad
 - b. Ja, i noen grad
 - c. Nei
12. Hvilken programvare for dynamisk geometriprogram har dere brukt?
 - a. GeoGebra 5
 - b. GeoGebra 6
 - c. Åpent – spesifiser
13. Har dine elever, som har kommet opp til eksamen i matematikk denne våren, fått opplæring i bruk av CAS?
 - a. Ja, i stor grad
 - b. Ja, i noen grad
 - c. Nei
14. Hvilken programvare for CAS har dere brukt?
 - a. GeoGebra 5
 - b. GeoGebra 6
 - c. Åpent – spesifiser
15. Nå vil vi be deg ta stilling til noen påstander om bruk av digitale verktøy i undervisningen. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
 - a. Opplæringen i digitale verktøy går ut over tiden som kan brukes til opplæring i matematikk
 - b. Jeg bruker digitale verktøy som en del av min undervisning gjennom hele året
 - c. Jeg bruker kun digitale verktøy i undervisningen fordi det kreves til eksamen
 - d. Undervisningen i digitale verktøy er samlet på slutten av året som forberedelse til eksamen
 - e. Jeg har høy kompetanse på digitale verktøy som kreves til eksamen
 - f. Jeg vet hva som kreves av digital kompetanse hos elevene til eksamen
16. Bruker du tidligere eksamensoppgaver som forberedelse til eksamen på 10. trinn?
 - a. Ja
 - b. Nei

17. Hvor mange i din klasse har fått de ulike karakterene som standpunkt-karakter i matematikk? Anslå i prosent.
- a. Karakteren 1-2
 - b. Karakteren 3-4
 - c. Karakteren 5-6

Vi vil nå stille deg noen spørsmål om årets eksamen.

18. Opplever du at det er deler av kompetansemålene i matematikk som elevene sjelden blir prøvet i til eksamen?
- a. Ja
 - b. Nei
19. Hvilke deler blir elevene sjelden prøvet i? Åpent svar.
20. Nå kommer to påstander om årets matematikkeksamen og din matematikkundervisning. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
- a. Det er godt samsvar mellom eksamen og hva elevene har kjennskap til fra opplæringen
 - b. Det elevene blir prøvd i til eksamen, står i forhold til læreplanen/kompetansemålene i matematikk
21. Hva har elevene sagt til deg om vanskegraden på årets eksamensoppgaver? Huk av for det alternativet som passer best.
- a. Vanskegraden var høyere enn forventet
 - b. Vanskegraden var som forventet
 - c. Vanskegraden var lavere enn forventet
 - d. Det er stor variasjon i elevenes synspunkter
 - e. Jeg har foreløpig ikke snakket med elevene om dette
22. Hva har elevene sagt til deg om arbeidsmengden på årets eksamen?
- a. For lite tid
 - b. Passe
 - c. For mye tid
 - d. Det er stor variasjon i elevenes synspunkter
 - e. Jeg har foreløpig ikke snakket med elevene om dette
23. Hvordan vurderer du som lærer arbeidsmengden på årets eksamen?
- a. For lite tid
 - b. Passe
 - c. For mye tid

24. Mener du det er noen bestemte elevgrupper som gjennomgående ikke får vist sin kompetanse på eksamen, avhengig av deres karakter til standpunkt? Flere valg mulig.
- a. Elever med lese- og skrivevansker
 - b. Minoritetsspråklige elever
 - c. Elever med karakteren 1 til standpunkt
 - d. Elever med karakteren 2 til standpunkt
 - e. Elever med karakteren 3 til standpunkt
 - f. Elever med karakteren 4 til standpunkt
 - g. Elever med karakteren 5 til standpunkt
 - h. Elever med karakteren 6 til standpunkt
 - i. Nei
 - j. Andre elevgrupper – spesifiser
25. Hvilke deler av de lavt presterende elevenes kompetanse mener du ble godt dekket på årets eksamen? Åpent svar.
26. Hvilke deler av de lavt presterende elevenes egenskaper mener du ikke ble dekket godt nok på årets eksamen? Åpent svar.
27. Nå kommer noen påstander om bruken av digitale verktøy på årets eksamen. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
- a. Det er ofte nødvendig med bruk av digitale verktøy for å løse oppgavene på eksamen
 - b. Oppgaver som krever bruk av digitale verktøy hindrer noen av mine elever å vise sin matematiske kompetanse
 - c. Digitale verktøy hjelper ofte elevene til å løse oppgavene
28. Nå kommer noen påstander om illustrasjonene brukt på årets eksamen. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
- a. Illustrasjonene hjelper ofte elevene til å forstå oppgavene
 - b. Illustrasjonene virker motiverende på elevene
 - c. Illustrasjonene gir ofte elevene informasjon som er nødvendig for å løse oppgavene
 - d. Illustrasjonene gir ofte elevene ideer til hvordan oppgavene kan løses
 - e. Illustrasjonene er ofte bare til pynt
 - f. Illustrasjonene bidrar mest til forvirring

29. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander om tekstopp-gavene på årets eksamen? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
- a. Oppgaver med mye tekst hindrer noen av mine elever å vise sin matematiske kompetanse
 - b. Oppgaver med mye tekst gjør det enklere for noen av elevene mine å vise sin matematiske kompetanse
 - c. I tekstopp-gavene på eksamen brukes det ord som kan være vanskelig for elever å forstå
 - d. I tekstopp-gaver på eksamen brukes det temaer som elevene ikke har kjennskap til
30. Har du flere synspunkter på at det gis tekstopp-gaver til årets eksamen i matematikk i 10. klasse? Åpent svar.
31. Hvis elever kommer til deg og klager på at årets eksamen er urettferdig, hvordan begrunner de det? Åpent svar.
32. Hvor enig eller uenig er du i følgende påstander om årets eksamen-sopp-gavenes relevans? Svaralternativer: Helt enig, delvis enig, hverken enig eller uenig, delvis uenig og helt uenig.
- a. Elevene vil få nytte av de matematiske ferdighetene som testes til eksamen senere i livet
 - b. Eksamen som vurderingsform gir bedre uttrykk for elevens kompetanse i faget enn standpunkt-karakteren
 - c. Eksamen inneholder for mange opp-gaver der det bare er ett riktig svar
 - d. Elevene får vise evne til kreativitet i dette eksamens-settet
 - e. Elevene får vise evne til kritisk tenkning i dette eksamens-settet

Nå vil vi stille deg noen spørsmål om deg og din bakgrunn.

33. Hvor mange år har du undervist i matematikk? Åpent svar.
34. Hvor mange år har du undervist i matematikk på 10. trinn? Åpent svar.
35. Er du?
- a. Kvinne
 - b. Mann
 - c. Annet
36. Hva er din alder?

37. Hvilken utdanning har du?
 - a. Allmennlærerutdanning
 - b. Grunnskolelærerutdanning 1-7
 - c. Grunnskolelærerutdanning 5-10
 - d. Annen høyere utdanning, uten praktisk-pedagogisk utdanning
 - e. Annen høyere utdanning på inntil fem år, med praktisk-pedagogisk utdanning
 - f. Annen høyere utdanning på fem år eller mer, med praktisk-pedagogisk utdanning
 - g. Annet – spesifiser
38. Hvor mange fagspesifikke studiepoeng har du som er relevante for din undervisning i matematikk?
 - a. Har få eller ingen studiepoeng i matematikk
 - b. 30 studiepoeng (tilsvarende et ½ års studie) i matematikk
 - c. 60 studiepoeng (tilsvarende 1 års studie) i matematikk
 - d. 90 studiepoeng (1 ½ års studie) i matematikk
 - e. Mer enn 90 studiepoeng (hovedfag/master) i matematikk
39. Omtrent hvor mange timer har du fått opplæring i de digitale verktøy elevene skal ha tilgjengelig på matematikkeksamen? (som for eksempel Geogebra og Excel?) Åpent svar.
40. Omtrent hvor mange undervisningstimer har du brukt med elevene dine på bruk av digitale verktøy? Åpent svar.
41. Opplever du at digitale verktøy er relevant i eksamenssammenheng?
 - a. Ja
 - b. Nei
42. Ønsker du deg mer opplæring i bruk av digitale verktøy?
 - a. Ja
 - b. Nei
43. Hvis du ikke hadde vært lærer, ville du da ha foretrukket...
 - a. ... å jobbe med det samme faget i en annen sammenheng
 - b. ... å jobbe med barn og unge i en annen sammenheng
44. Hva mener du er din viktigste jobb som lærer? Kryss av for det alternativet som stemmer best.
 - a. Å bidra til å gjøre elevene til gode samfunnsborgere
 - b. Lære dem faget jeg underviser i

Er det noe du ønsker å legge til om årets matematikkeksamen eller undersøkelsen generelt? Åpent svar. orm og fra våre rapporter vil være relevante også i utformingen av framtidens eksamener.

På like vilkår?

Evaluering av matematikkeksamen på 10. trinn 2017-2019. Sluttrapport

Er eksamen i matematikk på 10. trinn rettferdig? I denne sluttrapporten belyses spørsmålet fra ulike vinkler. Vi ser på vanskelighetsgrad, bruk av tekstoppgaver, illustrasjoner og oppgavenes struktur, men også utfordringer i sensorenes arbeid.

Prosjektet har vært treårig. For hvert av årene har vi tatt opp et tema særskilt: Betydningen av språk, erfaringer med bruk av digitale hjelpemidler og i år hvorvidt elever på ulike mestringsnivåer har like muligheter til å få vist fram sin kompetanse på eksamensdagen.



Borggata 2B
Postboks 2947 Tøyen
N-0608 Oslo
www.fafo.no

Fafo-rapport 2020:01
ID-nr.: 20736