

Mange og store utfordringer

**Et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av
lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008**

Liv Sissel Grønmo & Torgeir Onstad (red.)

Unipub 2012

©Unipub 2012

ISBN 978-82-7477-469-8

Henvendelser om denne boka rettes til:

T: 22 85 33 00

F: 22 85 30 39

E-post: post@unipub.no

www.unipub.no

Omslagsdesign og sats: Unipub

Forsidefoto: ©2012 iStockphoto. Bildet er manipulert.

Trykk og innbinding: 07 Gruppen

Det må ikke kopieres fra denne boka i strid med åndsverkloven eller med andre avtaler om kopiering inngått med Kopinor, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk.

Forord

Lærerutdanning er et viktig område innen utdanningsforskning. Denne boka presenterer viktige forskningsresultater om utdanning av lærere i matematikk til barnetrinn, ungdomstrinn og videregående skole basert på data fra den internasjonale komparative studien TEDS-M 2008 (*Teacher Education and Development Study in Mathematics*). I Norge er studien ledet fra Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Det utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo, i samarbeid med Universitetet i Agder, Høgskolen i Bergen og Høgskolen i Sør-Trøndelag. Studien er finansiert av Kunnskapsdepartementet via Utdanningsdirektoratet, og med egenandeler fra de delta-kende universitetene og høyskolene.

Boka er en vitenskapelig antologi og representerer et viktig bidrag til forskning på lærerutdanning. Når det gjelder metoder, perspektiver og analyser, er mye av dette forskningsmessig nybrotsarbeid. Boka presenteres som forskningsartikler med vekt på en vitenskapelig framstillingsmåte. I kapittel 8 har vi samlet og redegjort for viktige forskningsrelevante spørsmål som rammeverk, gjennomføring og metoder. Boka kan imidlertid leses uten at man går inn på dette stoffet; det er derfor plassert til slutt. Vi vil rette en stor takk til de dyktige fagfellene som har vurdert kapitlene og kommet med konstruktiv kritikk som har bidratt til presiseringer, nyanseringer og analytiske perspektiver. De enkelte forfatterne er faglig ansvarlige for sine kapitler i boka. I tillegg til å skrive egne kapitler har vi som redaktører hatt et ansvar for å koordinere, sammenfatte og gi boka et helhetlig preg.

Redaktørene og forfatterne av boka retter en spesiell takk til alle som arbeider innen lærerutdanningene i Norge, og som sa seg villig til å delta i studien, og til alle lærerstudentene som deltok. De har alle bidratt til at vi

kan presentere forskning som kan være et solid og nyttig utgangspunkt for å forbedre norsk matematikklærerutdanning. Vi takker også kolleger som har bidratt på ulike måter.

Blindern, februar 2012

Liv Sissel Grønmo Torgeir Onstad

Innhold

Forord.....	3
1 Hva er TEDS-M 2008?.....	9
1.1 Kort om TEDS-M 2008	9
1.2 Forskningsspørsmål og organisering av den norske TEDS-boka.....	12
1.3 Kort om relevansen til TEDS-studien	13
1.4 Rammeverk for testing av lærerstudenters kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk i TEDS.....	15
2 Hovedresultater i matematikk og matematikkdiraktikk for lærerstudenter	17
2.1 Kunnskaper i matematikk hos lærerstudenter til barnetrinnet	18
2.2 Kunnskaper i matematikkdiraktikk hos lærerstudenter til barnetrinnet	22
2.3 Kunnskaper i matematikk hos lærerstudenter til ungdomstrinnet.....	24
2.4 Kunnskaper i matematikkdiraktikk hos lærerstudenter til ungdomstrinnet	28
2.5 Oppsummering og valg av referanseland.....	31
3 Norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv.....	35
3.1 Struktur og organisering av lærerutdanningene	36
3.2 Programtyper i TEDS-studien.....	43
3.3 Arbeidsmarked, stillinger og arbeidsbetingelser	47
3.4 Kvalitetssikring i lærerutdanningene	50
3.5 Oppsummering	58
4 Norske lærerutdannere.....	61
4.1 Innledning.....	61
4.2 Lærerutdannelsens bakgrunn	63
4.3 Undervisningserfaring fra skolen	64

4.4 Opplæring til lærerutdanning.....	66
4.5 Forskningserfaring og tidsbruk	71
4.6 Oppgaver til praksis	76
4.7 Kurset til lærerutdannerne.....	78
4.8 Innhold i kurs i matematikk og matematikdidaktikk.....	80
4.9 Innhold i kurs i pedagogikk.....	83
4.10 Kursinnhold generelt	87
4.11 Sammenheng i lærerutdanningsprogrammet	90
4.12 Oppfatninger om matematikk	93
4.13 Yrkesforberedelse for matematikkundervisning.....	109
4.14 TEDS og ny lærerutdanning	110
5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet	115
5.1 Innledning	115
5.2 Oppgave 1 for barnetrinns lærere – heltall	117
5.3 Oppgave 2 for barnetrinns lærere – geometri	127
5.4 Oppgave 3 for barnetrinns lærere – algebra	130
5.5 Oppgave 4 for barnetrinns lærere – heltall	133
5.6 Oppgave 5 for barnetrinns lærere – desimaltall	136
5.7 Oppsummering av resultater for framtidige barnetrinns lærere	141
6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet....	143
6.1 Innledning	143
6.2 Oppgave 1 for ungdomstrinns lærere – algebra	146
6.3 Oppgave 2 for ungdomstrinns lærere – geometri	156
6.4 Oppgave 3 for ungdomstrinns lærere – kombinatorikk	159
6.5 Oppgave 4 for ungdomstrinns lærere – bevis/argumentasjon.....	163
6.6 Oppsummering av resultater for framtidige ungdomstrinns lærere	172
7 Matematikk i norsk skole og lærerutdanning	175
7.1 Norske lærerstudenters faglige kompetanse.....	176
7.2 Matematisk og fagdidaktisk kunnskap i lærerutdanningen	182
7.3 Ren og anvendt matematikk.....	187
7.4 Matematikkfagets særpreg og relevans.....	190
7.5 Rekruttering av matematikklærere til skolen.....	192
7.6 Oppsummering og konklusjoner	194
Punktvis oppsummering	195

8 Rammeverk og metoder	197
8.1 Hva er TEDS-M?	197
8.2 Design av studien	202
8.3 Rammeverk og instrumenter	209
8.4 Gjennomføring.....	218
Litteratur.....	227
Om forfatterne	237

1 Hva er TEDS-M 2008?

Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo

Torgeir Onstad, Universitetet i Oslo

Dette kapittelet gir en kort beskrivelse av TEDS-studien og en oversikt over hvordan denne boka er bygd opp. Kapittel 8 gir en grundigere beskrivelse av TEDS, rammeverk, populasjoner, design av studien, metoder, gjennomføring og analyser.

1.1 Kort om TEDS-M 2008

TEDS-M 2008 (*Teacher Education and Development Study in Mathematics*) er en internasjonal komparativ studie av utdanning av matematikklærere for grunnskolen i 17 land. Videre i denne boka vil vi vanligvis bare bruke betegnelsen *TEDS* for denne studien. I Norge, som i andre land, er det flere ulike programmer for utdanning av matematikklærere. TEDS er organisert som to delstudier, én av lærerutdanningene til barnetrinnet og én av lærerutdanningene til ungdomstrinnet. Norge deltar i begge disse delstudiene, mens noen land deltar i bare én av dem.

Utdanningen av lærere som skal undervise på barnetrinnet, er i Norge hovedsakelig lagt til høyskolene. Høyskolene har utdannet både allmennlærere uten spesiell fordypning i matematikk og allmennlærere med ekstra fordypning i matematikk. (Både i den internasjonale TEDS-rapporten og i denne boka blir betegnelsen *ALU* brukt om den norske allmennlærerutdanningen uten matematikkfordypning og *ALU+* om den norske allmennlærerutdanningen med matematikkfordypning.) Begge disse studentgruppene fikk kompetanse til å undervise i matematikk i hele grunnskolen, det vil si fra 1. til og med 10. trinn. Av den grunn er disse lærerutdanningene med både i delstudien for barnetrinnet og i delstudien for ungdomstrinnet. Resultater for disse to typene lærerutdanning rapporteres separat, både i den internasjonale TEDS-rapporten fra IEA og i denne boka. (IEA er en forkortelse for

Mange og store utfordringer

International Association for the Evaluation of Educational Achievement, se mer i kapittel 8.)

I 2008 fikk vi i Norge kompetansekrav som sa at man må ha 60 studiepoeng for å undervise i matematikk på ungdomstrinnet. Deretter ble den nye grunnskolelærerutdanningen (GLU) innført med ulike utdanningsløp for å bli lærer på 1.–7. trinn og på 5.–10. trinn. Det er viktig å være klar over at studentene som deltok i TEDS-undersøkelsen i 2008, tok allmennlærerutdanning, ikke GLU.

Lærere som skulle undervise matematikk på ungdomstrinnet i Norge, kunne enten komme fra en av de to gruppene av lærerstudenter som er beskrevet over (ALU eller ALU+), eller ha et fagstudium med matematikk i fagkretsen og med praktisk-pedagogisk utdanning (PPU). De sistnevnte studerer vanligvis ved et universitet. En del av disse tar PPU som en ettårig påbygning til en faglig bachelor- eller mastergrad. Denne gruppa kalles *PPU* i vår bok. Andre tar PPU som del av et integrert masterprogram, ofte kalt *lektorprogram*. Denne gruppa kalles *master* i vår bok. Resultater fra PPU og master i Norge blir rapportert som én gruppe. Det gjelder både i den internasjonale TEDS-rapporten fra IEA og i denne boka. Når disse to gruppene er slått sammen, skyldes det at innholdet i de to utdanningene er ganske likt, og at vi ikke fant noen klare forskjeller i prestasjoner mellom de to gruppene. I 2008 var det bare 23 masterstudenter i matematikkdiraktikk i hele Norge, noe som også bidro til at de ble slått sammen med PPU. Å si noe om en utdanning med så få deltakere ville være beheftet med stor usikkerhet; selv små endringer i hvilke studenter som velger denne utdanningen fra ett år til et annet, ville kunne gi store utslag.

TEDS er en internasjonal komparativ studie av utdanningen av grunnskolelærere i matematikk. For å kunne si noe om nivået på lærerutdanningene måler TEDS lærerstudentenes kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk mot slutten av studiet. I tillegg er en rekke bakgrunnsvariabler undersøkt gjennom spørreskjemaer til studentene, til lærerutdannerne og til lærerutdanningsinstitusjonene. Formelt er TEDS organisert i tre komponenter: Komponent 1 dreier seg om systemnivået, om å beskrive hvordan lærerutdanningen er organisert og styrt på nasjonalt nivå. Komponent 2 handler om lærerutdanningen på den enkelte institusjon, om organisering og undervisning og om lærerutdannelsens bakgrunn, holdninger og syn på fag og undervisningsmetoder. Komponent 3 dreier seg om lærerstudentene, om deres

kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk og deres holdninger og syn på fag og undervisningsmetoder.

I TEDS-testen skulle lærerstudentene svare på oppgaver i matematikk og matematikkdiraktikk (se tekstboks 1.1 for redegjørelse om bruk av betegnelser). Lærerstudentenes matematiske og matematikkdiraktiske prestasjoner blir rapportert separat, både for barnetrinn og ungdomstrinn og for de ulike typene lærerutdanning. I mange land er en del av de lærerne som er utdannet for ungdomstrinnet, også kvalifisert til å undervise i videregående skole. I TEDS rapporteres det separat for lærerutdanninger som gir kompetanse til å undervise til og med 10. trinn (ungdomstrinnet), og for lærerutdanninger som i tillegg gir kompetanse til å undervise på 11. trinn og over (videregående skole). Det medfører at man også får en del informasjon om utdanningen av lærere for videregående skole gjennom TEDS-studien.

Tekstboks 1.1 Presisering av begreper

Kunnskaper i matematikk har i TEDS fått betegnelsen «Mathematics Content Knowledge» (MCK), som på norsk kan oversettes med *matematikkunnskap*. I denne boka bruker vi både termen *matematikkunnskap* og den engelske forkortelsen *MCK* som betegnelser på dette kunnskapsområdet. Bruken av betegnelser er mer problematisk på det andre kunnskapsområdet som lærerstudentene testes på i TEDS. Det vi i Norge vanligvis kaller kunnskaper i *matematikkdiraktikk*, har i TEDS fått betegnelsen «Mathematics Pedagogy Content Knowledge» (MPCK). En direkte norsk oversettelse av dette kan være *matematikkpedagogikk*, som vi kunne brukt som synonym for *matematikkdiraktikk*. Siden det vanlige i Norge er å bruke betegnelsen *matematikkdiraktikk*, har vi valgt å holde oss til det i denne boka sammen med den engelske forkortelsen *MPCK* fra TEDS.

Man skal imidlertid være klar over at hvilken betegnelse som brukes på dette fagområdet, varierer mye mellom land og over tid. På engelsk brukes for eksempel betegnelser som *mathematics education*, *mathematics pedagogy* og *didactics of mathematics*. Tilsvarende variasjoner kan man finne i andre språk. Skal man lese den internasjonale hovedrapporten fra TEDS eller bøker, rapporter og artikler fra andre land, er det derfor viktig å ha klart for seg at det er mange ulike betegnelser som er i bruk. En nærmere drøfting av disse betegnelse faller imidlertid utenfor rammene for denne boka.

I henhold til TEDS' design for studien skulle lærerstudentene testes i matematikk og matematikkdiraktikk det siste året de var i lærerutdanning. I Norge ble det, etter grundige diskusjoner med den internasjonale ledelsen i TEDS,

Mange og store utfordringer

bestemt at allmennlærerstudenter uten ekstra matematikk (ALU) skulle testes etter 2 års studier. Hovedgrunnen til dette var at norske allmennlærere var ferdige med alt det obligatoriske i sin utdanning i løpet av de to første årene; det gjelder både fag de måtte studere, og obligatorisk praksis i skolen. De to siste årene av studiet kunne norske allmennlærerstudenter i hovedsak velge både hva de skulle studere og hvor de ville gjøre det. Skal vi kunne si noe generelt om hva alle allmennlærere i Norge har av kunnskap i matematikk og matematikkdiraktikk ønsket vi derfor å teste dem rett etter at de var ferdige med den obligatoriske delen av utdanningen. En annen grunn til ikke å vente til slutten av det 4. året, var at vi fikk tilbakemeldinger fra personer i allmennlærerutdanningene på at om vi valgte å teste dem helt mot slutten av studiet, kunne resultatene bli svakere enn det de burde være. Grunnen til dette var at det var en risiko for at studentene mot slutten av studiet ikke hadde friskt i minne det de lærte de første årene, uten at det ville bety noe for hva de hadde av kunnskap når de begynte å undervise i skolen. Det man en gang har lært, kan man ofte lett ta opp igjen ved en enkel repetisjon når det er aktuelt. Allmennlærerstudenter med fordypning i matematikk (ALU+) ble testet ved avslutningen av fordypningskursene, det vil si i slutten av det 3. eller 4. studieåret. Norske PPU/master-studenter ble testet helt i slutten av studiet, i samsvar med retningslinjene for TEDS. (En mer omfattende gjennomgang av problematikken rundt definisjonene av populasjonene i TEDS kan leses i kapittel 8.)

1.2 Forskningsspørsmål og organisering av den norske TEDS-boka

TEDS er den første internasjonale komparative studien om utdanning av matematikklærere i regi av IEA. Det var 17 land som deltok i studien, som har som mål å undersøke utdanningen av lærere til grunnskolen. Sentrale forskningsspørsmål i den norske boka er:

1. Hvor god kompetanse i matematikk og matematikkdiraktikk har norske lærerstudenter som utdannes til å undervise i matematikk?
2. Hvor godt presterer de norske lærerstudentene sammenliknet med lærerstudenter i andre land?
3. Hvordan varierer lærerstudentenes prestasjoner mellom ulike typer program for lærerutdanning i Norge?

4. Hvilken informasjon får vi om norske lærerstudenters kompetanse i matematikk og matematikkdiraktikk ved å analysere prestasjonene på enkeltoppgaver?
5. Hvilken utdanning og erfaring har norske lærerutdannere som utdanner lærere til å undervise i matematikk?
6. Hvilket syn på lærerutdanning, undervisning og matematikk har norske lærerutdannere?
7. Hva kjennetegner innhold, organisering og tilrettelegging av utdanningen av norske lærere i matematikk?
8. På hvilken måte og i hvilken grad tilrettelegges og styres utdanningen av lærere i matematikk i Norge fra sentrale myndigheter?
9. Hvilke krav og rammebetingelser for utdanning av lærere i matematikk har Norge, sammenliknet med andre land?

Kapittel 1 gir en kort beskrivelse av TEDS-studien og den videre organiseringen av denne boka. Kapittel 2 inneholder noen hovedresultater som viser hvor godt de norske lærerstudentene presterer i matematikk og matematikkdiraktikk i et internasjonalt så vel som et nasjonalt perspektiv. Kapittel 3 gir en beskrivelse av hva som kjennetegner norsk lærerutdanning i et nasjonalt og internasjonalt perspektiv. Kapittel 4 presenterer data om lærerutdannerne i Norge med vekt på deres bakgrunn, utdanning og holdninger til fag og undervisning. I kapittel 5 og 6 presenteres mer inngående analyser av de norske lærerstudentenes prestasjoner i matematikk og matematikkdiraktikk, eksemplifisert ved utvalgte oppgaver. Det gjøres med sikte på undervisning i henholdsvis barnetrinnet (kapittel 5) og ungdomstrinnet (kapittel 6). I begge disse kapitlene sammenliknes de norske resultatene med resultatene i noen utvalgte referanseland som antas å danne en relevant bakgrunn for refleksjoner om norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv. I kapittel 7 oppsummeres noen av de viktigste resultatene fra TEDS, og resultatene drøftes i et skolepolitisk perspektiv. Kapittel 8 redegjør for rammeverk, organisering, gjennomføring og metoder som er anvendt i innsamling og analyser av data i TEDS.

1.3 Kort om relevansen til TEDS-studien

TEDS er en viktig studie av mange grunner. Forskning om hva lærere som skal undervise i matematikk har av kunnskaper, har det vært lite av i mange

land. Dette på tross av den store enigheten det synes å være om at det er viktig med godt utdannede, profesjonelle lærere i skolen. Studier har pekt på at utdanningen som tilbys lærerstudenter i matematikk, er generelt svak i mange land (Even & Ball, 2009; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Tatto, Lerman & Novotná, 2009; Tatto et al., In press). Flere studier har også vært kritiske til *den typen matematikk* som lærere får som en del av sin utdanning, og har konkludert med at mye av den matematikken de blir undervist i, ikke gir den matematikkunnskapen som er nyttigst for å være gode lærere i faget (Ball & Bass, 2000; Graham, Portney & Grundmeier, 2002). I Norge, som i andre land, synes reformer å gjennomføres uten å ha godt belegg i forskning for hva som trengs av endringer (Tatto et al., In press). Slike endringer har i noen tilfeller ført til «incoherent systems of teacher preparation and to increasing uncertainty about what mathematics our teachers need to know and how teacher education can help them acquire it» (Tatto, Lerman & Novotná, 2009; Tatto et al., In press). Det er ikke enkelt å gjøre gode endringer i lærerutdanning når det er relativt lite kunnskap om hva som trengs, og det i tillegg er lite enighet blant politikere, skoleledere og utdanningsforskere. Faren er at mange tiltak og endringer som gjennomføres, er basert mer på tradisjoner og ideologiske syn, og mindre på kunnskap. Man kan trygt si at behovet for forskning på lærerutdanning er stort i Norge. Det gjelder lærerutdanning generelt og ikke minst utdanning av lærere i matematikk spesielt, siden det er et fag hvor norske elever på alle nivåer i skolen presterer svakt sammenliknet med elever i andre land (Grønmo, 2010; Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

Som den første store internasjonale komparative studien av lærerutdanning i matematikk (Tatto et al., In press) er TEDS viktig med sikte på å gi nødvendig informasjon om hvordan situasjonen i Norge er. Det er et uttalt mål for norsk deltakelse i studien at den kunnskapen man får, skal bidra til diskusjoner om og tiltak innen lærerutdanningen. Uten kunnskap om hvor vi står, er det vanskelig å ta gode avgjørelser framover. Samtidig er det viktig å ha klart for seg noen begrensninger i studien. Utdanning av gode matematikklærere er et så komplekst felt at det skal mer enn én TEDS-studie til for å få svar på alle relevante spørsmål. Resultatene fra studien gir likevel et bedre utgangspunkt for refleksjon enn det man har hatt hittil, gjennom veldokumenterte data og analyser gjennomført med rigorøse rutiner i alle ledd (se

kapittel 8 for mer informasjon om studiens organisering, gjennomføring og bruk av metoder).

TEDS gir gode empiriske data om hvilke kunnskaper norske lærerstudenter har i matematikk og matematikkdiraktikk. I denne boka blir de norske resultatene sammenliknet med resultater fra andre land. Komparative studier på høyskole- og universitetsnivå er kompliserte, og man må ta med i betraktningen at lærerutdanninger varierer mye både innen land og mellom land. Vi maner derfor til forsiktighet når det gjelder tolkninger av dataene. Vi tillater oss likevel å trekke noen konklusjoner, men samtidig ber vi leserne om å legge merke til de reservasjoner og påpekninger som gjøres både i tabeller og i tekst. Dette er ikke enkle sammenlikninger; de gjøres med ulike typer forbehold som man må ta hensyn til i tolkning av resultatene.

De 17 landene som deltok i TEDS i 2008 var Botswana, Canada (fire provinser), Chile, Taiwan, Georgia, Tyskland, Malaysia, Norge, Oman (ungdomstrinn), Filippinene, Polen, Russland, Singapore, Spania (barnetrinn), Sveits (den tysktalende delen), Thailand og USA (offentlige utdanningsinstitusjoner).

1.4 Rammeverk for testing av lærerstudenters kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk i TEDS

Det er generelt akseptert at for å være en god matematikklærer må man ha kunnskaper i både matematikk og matematikkdiraktikk (Shulman, 1987). Skoleforskere i mange land har gitt sine beskrivelser av hva som er viktig matematisk og matematikkdiraktisk kunnskap for lærere (Even & Ball, 2009; Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007). Utviklingen av instrumenter i TEDS for å måle matematikkunnskap (MCK) og matematikkdiraktisk kunnskap (MPCK) hos lærerstudenter er basert på denne typen forskning.

Det *matematikkfaglige* innholdet som i TEDS testes for lærerstudenter til både barnetrinn og ungdomstrinn, kan deles inn i fire underområder: tall og tallregning, algebra og funksjoner, geometri og måling, og statistikk og sannsynlighet. (For mer om dette, se kapittel 8.)

Det *matematikkdiraktiske* innholdet som i TEDS testes for lærerstudenter til både barnetrinn og ungdomstrinn, tar sikte på å dekke tre underområder: kunnskap om læreplaner i matematikk, kunnskap om planlegging for undervisning og læring i matematikk og kunnskap om tilrettelegging og gjennomføring av matematikkundervisning. (For mer om dette, se kapittel 8.)

Mange og store utfordringer

Kapittel 2 gir en beskrivelse av hva som ligger i begrepet *kompetanse* i henholdsvis matematikk og matematikdidaktikk, relatert til prestasjonsnivå. I kapittel 5 og 6 presenterer vi utvalgte oppgaver med lærerstudentenes prestasjoner på disse både i Norge og i noen utvalgte referanseland. På denne måten blir noen av de sterke og svake kunnskapene til norske lærerstudenter tydeliggjort.

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo
Torgeir Onstad, Universitetet i Oslo

I dette kapittelet presenteres internasjonale resultater som viser lærerstudenters prestasjoner i matematikk og matematikdidaktikk for alle de 17 landene som deltok i TEDS. I de første delene av kapittelet presenterer vi resultatene for lærerstudenter som er testet med sikte på at de utdannes til å undervise på barnetrinnet, først resultatene i matematikk, deretter resultatene i matematikdidaktikk. I de neste delene av kapittelet presenteres de tilsvarende resultatene for lærerstudenter som er testet med sikte på at de utdannes til å undervise på ungdomstrinnet. For hvert land er resultatene fordelt på ulike typer program i lærerutdanningen. For mer om programtyper i TEDS, se kapittel 8 eller den internasjonale TEDS-rapporten (Tatto et al., In press). Norske allmennlærerstudenter ble testet både med sikte på undervisning i matematikk på barnetrinnet og med sikte på undervisning i matematikk på ungdomstrinnet. Studentene som ble testet for henholdsvis barnetrinn og ungdomstrinn, fikk ulike oppgaver, og det var tilfeldig trukket ut hvilke allmennlærerstudenter som ble testet for hvilket trinn. Alle lærerstudentene i PPU/master ble testet med oppgaver beregnet for undervisning på ungdomstrinnet. Se kapittel 8 for mer om gjennomføring og metoder i TEDS.

TEDS er i utgangspunktet en studie av lærerstudenter med sikte på undervisning i grunnskolen, men noen av programmene som gir studentene kompetanse til å undervise på ungdomstrinnet, gir dem også kompetanse for undervisning i videregående skole. Det betyr at man gjennom TEDS også får en del informasjon om lærerutdanningen til videregående skole. Helt til slutt oppsummerer vi de viktigste funnene i kapittelet og gir en begrunnelse for valg av referanseland for den videre presentasjonen av resultater.

2.1 Kunnskaper i matematikk hos lærerstudenter til barnetrinnet

Mange land har flere typer program som utdanner lærere i matematikk for barnetrinnet. Norge hadde i 2008 to typer program: vanlig allmennlærerutdanning uten spesiell fordypning i matematikk (ALU) og allmennlærerutdanning hvor studentene valgte fordypning i matematikk (ALU+). Studenter fra begge disse programtypene fikk i Norge kompetanse til å undervise i matematikk på samtlige 10 trinn i grunnskolen.¹

Mange av de andre landene i TEDS har også flere lærerutdanningsprogram. Polen, Singapore og Tyskland har et program hvor lærerne kan undervise i mange fag fra 1. til og med 4. trinn og et annet program hvor lærerstudentene utdannes til spesialister i matematikkundervisning. På tilsvarende måte har USA og Sveits et program hvor lærerne kan undervise i mange fag fra 1. til og med 6. trinn, og et annet program med lærerstudenter definert som matematikkspecialister. En del land har bare ett program. Det gjelder Taiwan, med et program hvor lærerstudentene kan undervise fra 1. til og med 6. trinn, og Russland og Georgia, som deltar i TEDS med lærerstudenter som utdannes for undervisning fra 1. til og med 4. trinn.

Det er to land som i tillegg til Norge har allmennlærerutdanning med kompetanse for å undervise i matematikk ut over 6. trinn: Chile til og med 8. trinn og Botswana til og med 7. trinn. Når man sammenlikner resultater mellom kurs og land, er det viktig å ta med i betraktningen hvilke nivå de enkelte kursene tar sikte på å utdanne lærere til. Det synes rimelig å stille større krav til matematikkfaglig kompetanse jo høyere trinn lærerne er kvalifisert til å undervise på.

En av begrunnelsene for å rapportere for programtyper og ikke for land som helhet er at det gir liten mening å slå sammen svært ulike program i et land og si at dette representerer lærernes totale kunnskaper i landet. En slik sammenslåing ville gitt lite nyttig informasjon til forskere, ansatte i skoleverket og politikere om kvaliteten på ulike utdanninger av lærere i dette landet.

1 Dette ble endret i 2010, da den nye grunnskolelærerutdanningen (GLU) ble iverksatt. GLU-studenter som utdannes til å undervise på 1.–7. trinn, har like mange studiepoeng i matematikk som ALU-studentene i TEDS, mens GLU-studenter som utdannes til å undervise på 5.–10. trinn, har like mange studiepoeng i matematikk som ALU+ i TEDS. Lærere som startet på lærerutdanningen før 2010, har fortsatt kompetanse for matematikkundervisning i hele grunnskolen, og flesteparten av de lærerne som er i skolen i dag og de nærmeste tiårene, vil være i denne kategorien.

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

For å beskrive kunnskapsnivået til lærerstudentene i matematikk har man i TEDS valgt å definere to såkalte *ankerpunkter* (*anchor points*). Ankerpunkt 1 for barnetrinnet representerer et basisnivå for matematikkunnskaper, som svarer til 431 poeng på en skalert skala med gjennomsnitt 500 og standardavvik 100. Ankerpunkt 2 representerer et høyere nivå for kunnskaper i matematikk svarende til 516 poeng på den samme skalaen (for mer om skalering i TEDS, se kapittel 8). Tekstboks 2.1 gir en kort beskrivelse av hva slags kunnskaper lærerstudenter som når opp til ankerpunkt 1 og 2, typisk har. Resultatene for lærerstudentenes kunnskaper i matematikk med sikte på undervisning på barnetrinnet er i tabell 2.1 presentert ved gjennomsnittsverdier fordelt på programtyper i hvert enkelt land. I tillegg er det angitt hvor mange prosent av studentene på hvert kurs som når opp til ankerpunkt 1 og ankerpunkt 2. Hensikten med dette er at man skal få mest mulig informasjon om i hvilken grad lærerstudentene på de enkelte kursene i hvert land har den typen matematikkfaglig kompetanse som man anser at framtidige lærere trenger.

Tekstboks 2.1 Beskrivelse av ankerpunktene for kunnskaper i matematikk (MCK) for undervisning på barnetrinnet. Beskrivelsene er oversatt til norsk og forkortet. For mer, se Tatto et al. (In press).

Ankerpunkt 1 i matematikk (MCK) for barnetrinnet (431 poeng)

Lærerstudenter på dette nivået løser sannsynligvis oppgaver som krever elementær regning med hele tall, og kan identifisere egenskaper ved og operasjoner på hele tall. De kan løse enkle problemer og visualisere enkle to- og tredimensjonale figurer.

Lærerstudenter på dette nivået har en tendens til å overgeneralisere, og de har problemer med mer abstrakte oppgaver og oppgaver som løses i flere trinn. De har en begrenset forståelse av proporsjonalitet, multiplikativ resonnering og minste felles multiplum. De har en begrenset forståelse av forholdet mellom ulike matematiske begreper, for eksempel at det er et uendelig antall desimaltall mellom to gitte tall, hvordan man finner arealet av en figur, tall tegnet i et rutenett, eller hvordan man algebraisk representerer tre påfølgende partall.

Ankerpunkt 2 i matematikk (MCK) for barnetrinnet (516 poeng)

Lærerstudenter på dette nivået kan løse alle de problemene som studenter som når ankerpunkt 1, kan løse. I tillegg er de bedre enn studenter på ankerpunkt 1 i arbeid med brøker, i løsning av tekstoppgaver og i å skille mellom rasjonale og irrasjonale tall. De kan finne minste felles multiplum og se svakheter i argumenter om hele tall samt beregne areal og omkrets av enkle geometriske figurer. De har også noe forståelse av lineære uttrykk og funksjoner.

Mange og store utfordringer

Selv om lærerstudenter som når ankerpunkt 2, kan løse enkelte proporsjonalitetsoppgaver, vil de ofte ha problemer med oppgaver som krever resonnering rundt faktorer, multipler og prosenter. Kvadratiske og eksponentielle funksjoner faller også vanskelig. Generelt vil lærerstudenter som når dette nivået, prestere godt på oppgaver som tester fakta eller bruk av rutineoperasjoner innen tall, geometri og noe algebra, mens de vil ha problemer med oppgaver som krever mer resonnering og anvendelse som ikke er rutinepreget.

Tabell 2.1 Hovedresultater som viser lærerstudenters kunnskaper i matematikk for barnetrinnet for alle landene i TEDS fordelt på programtyper. Se tekstboks 2.1 for forklaring til tabellen.

							Lærerstudenter til barnetrinnet Matematikk																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
Programgruppe	Land	Antall deltakere	Gyldige data	Prosent på eller over ankerpunkt 1 (431)		Prosent på eller over ankerpunkt 2 (516)		Skalert gjennomsnittsskår																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
Gruppe 1. Småskoletrinnet (opp til 4. trinn)	Georgia	506	506	11,9 (1,4)	0,9 (0,5)	345 (4)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												

Det er verdt å merke seg den markante forskjellen i matematikkunnskaper mellom studenter i ALU og ALU+ i Norge på nesten et halvt standardavvik.

(Husk at denne skalaen er konstruert slik at standardavviket er 100; se kapittel 8.) Det betyr at norske lærerstudenter som tok ekstra fordypning i matematikk som en del av sin lærerutdanning, har et helt annet og langt bedre faglig utgangspunkt for å undervise på barnetrinnet i dette faget. Norske allmennlærere uten fordypning (ALU) presterer på nivå med allmennlærere som kan undervise fra 1. til 4. trinn i Tyskland og Sveits, og svakere enn lærerstudenter som kan undervise fra 1. til 4. trinn i Russland. Våre allmennlærere med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) presterer bedre enn allmennlærere i alle andre land med program som utdanner lærere fra 1. til 4. trinn, men klart svakere enn både Taiwan og Singapore sine lærerkandidater for 1. til 6. trinn. Når man i andre komparative studier, som TIMSS, ser at elever i asiatiske land presterer svært godt sammenliknet med norske elever (Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Mullis, Martin & Foy, 2008; Mullis et al., 2004), synes det rimelig å stille spørsmålet om det blant annet kan ha sammenheng med hvilken matematisk kunnskap lærerne har.

Noen land, som Georgia, Filippinene, Botswana og Chile, presterer svært svakt og har svært få studenter som i det hele tatt når opp til ankerpunkt 2. Å sammenlikne de norske resultatene med disse landene, som har en langt vanskeligere ressursituasjon enn Norge, finner vi lite hensiktsmessig. Når vi kommenterer de norske resultatene, vil vi i hovedsak konsentrere oss om land vi finner det mer relevant å sammenlikne oss med.

I ny plan for lærerutdanning (KD, 2010a, 2010b) legges det opp til faglig fordypning for å undervise på ungdomstrinnet. På bakgrunn av resultatene i TEDS burde man kanskje vurdere om det er ønskelig med mer faglig fordypning også for matematikklærere på barnetrinnet? Under 50 % av de norske ALU-studentene når opp til ankerpunkt 2, mens nærmere 70 % av studentene på ALU+ gjør det. Som det framgår av tekstboks 2.1, har selv de lærerstudentene som når opp til ankerpunkt 2, ofte problemer med oppgaver som krever resonnering med for eksempel prosenter. Det er også et tankekors at norske allmennlærere uten ekstra matematikk presterer langt under allmennlærere for 1. til 6. trinn i land som Taiwan, Singapore og Sveits. Noe av årsaken til svake norske resultater i matematikk i internasjonale komparative studier som TIMSS, kan skyldes at norske barnetrinnslærere har svake kunnskaper i faget (Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

2.2 Kunnskaper i matematikdidaktikk hos lærerstudenter til barnetrinnet

For å beskrive kunnskapsnivået til lærerstudentene i matematikdidaktikk har man i TEDS valgt å definere et *ankerpunkt* (*anchor point*). Bakgrunnen for å ha bare ett ankerpunkt her, og ikke to som i matematikk, er at det var færre oppgaver på dette feltet (se kapittel 8). Ankerpunktet svarer til 544 poeng på en skalert skala med gjennomsnitt 500 og standardavvik 100 (for mer om skalering i TEDS, se kapittel 8). Tekstboks 2.2 gir en kort beskrivelse av hva slags kunnskaper lærerstudenter som når opp til dette ankerpunktet har. Resultatene for lærerstudentenes kunnskaper i matematikdidaktikk med sikte på undervisning på barnetrinnet er i tabell 2.2 presentert ved gjennomsnittsverdier fordelt på programtyper i hvert enkelt land. I tillegg er det angitt hvor mange prosent av studentene på hvert kurs som når opp til ankerpunktet.

Tekstboks 2.2 Beskrivelse av ankerpunktet for kunnskaper i matematikdidaktikk (MPCK) for undervisning på barnetrinnet. Beskrivelsen er oversatt til norsk og forkortet. For mer, se Tatto et al. (In press).

Ankerpunkt i matematikdidaktikk (MPCK) for barnetrinnet (544 poeng)

Lærerstudenter som når ankerpunktet, kan vanligvis gjenkjenne en riktig undervisningsstrategi og vurdere arbeidet en elev hadde gjort når innholdet var en vanlig oppgavetype for barnetrinnet. De kunne også ofte identifisere hvilke aritmetiske problemer i tekstoppgaver som elever finner vanskelige.

Selv om lærerstudenter på dette nivået greide å vurdere noen elevarbeider, var tilbakemeldingen de ga, ofte uklar eller upresis. Lærerstudentene var heller ikke flinke til å anvende konkrete representasjoner for å støtte elevene i deres læring eller til å forstå at elevenes tenkemåte kunne skyldes en bestemt algebraisk representasjon. Generelt forsto ikke disse lærerstudentene begreper for måling og proporsjonalitet godt. De var heller ikke gode til å forstå hvorfor en strategi fungerte godt eller om den kunne generaliseres. De var heller ikke klar over vanlige misoppfatninger eller hvordan tallbegreper kan representeres på en god måte.

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

Tabell 2.2 Hovedresultater som viser lærerstudenters kunnskaper i matematikdidaktikk for barnetrinnet for alle landene i TEDS fordelt på programtyper. Se tekstboks 2.2 for forklaring til tabellen.

						Lærerstudenter til barnetrinnet Matematikdidaktikk															
Programgruppe	Land	Antall deltakere	Gyldige data	Prosent på eller over ankerpunktet (544)	Skalert gjennomsnittsskår																
						100	200	300	400	500	600	700	800								
Gruppe 1. Småskoletrinnet (opp til 4. trinn)	Georgia	506	506	0,6 (0,2)	345 (5)																
	Tyskland	935	907	25,9 (2,0)	491 (5)																
	Polen ^a	1812	1799	11,9 (1,3)	452 (2)																
	Russland ^b	2266	2260	31,6 (4,1)	512 (8)																
	Sveits ^c	121	121	31,6 (4,2)	519 (6)																
Gruppe 2. Barnetrinnet (opp til 6. trinn)	Taiwan	923	923	77,0 (1,3)	592 (2)																
	Filippinene	592	592	5,9 (1,6)	457 (10)																
	Singapore	263	262	74,9 (2,5)	588 (4)																
	Spania	1093	1093	17,5 (1,3)	492 (2)																
	Sveits ^c	815	815	44,0 (1,5)	539 (2)																
	† USA ^d	1310	951	47,6 (1,7)	544 (3)																
Gruppe 3. Barne- og ungdomstrinnet (opp til 10. trinn)	Botswana ^e	86	86	6,2 (2,8)	448 (9)																
	Chile ^f	657	654	4,9 (1,0)	425 (4)																
	Norge (ALU) ^g	392	392	42,2 (2,9)	539 (3)																
	Norge (ALU+) ^g	159	159	58,7 (3,8)	564 (6)																
	Tyskland	97	97	59,6 (3,4)	552 (7)																
Gruppe 4. Matematikk- spesialister barnetrinnet	Malaysia	576	574	23,4 (1,9)	503 (3)																
	Polen ^a	300	300	67,3 (2,3)	575 (4)																
	Singapore	117	117	81,1 (3,9)	604 (7)																
	Thailand	660	660	26,4 (1,5)	506 (2)																
	† USA ^d	191	132	41,4 (6,3)	545 (6)																
Generelle merknader: 1. Tallene i parentes angir standardfeil (standard error, SE). 2. Symbolet † angir programtyper der færre enn 85 % av utvalget har respondert. 3. Skyggelagte områder angir data som vanskelig kan sammenliknes med data fra andre land.						Prosentiler Gjennomsnitt og konfidensintervall (± 2SE)															
Spesielle merknader for land: a. Polen: Redusert dekning; institusjoner med bare følgestudier ble ikke dekket. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. b. Russland: Redusert dekning; pedagogiske utdanningsinstitusjoner for ungdomstrinnet var ekskludert. c. Sveits: Redusert dekning; populasjonen inneholdt bare tyskspråklige institusjoner. d. USA: Redusert dekning; bare offentlige institusjoner er undersøkt. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra to institusjoner der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. Materialet inneholder data som ble samlet gjennom telefonintervjuer, der fulle spørreskjemaer ikke ble brukt. Av 1501 registrerte deltakere var det bare 1185 som fikk fullt spørreskjema; dette kan påvirke resultatene. e. Botswana: Utvalgstørrelsen er liten (N=86), men er resultat av census i en liten populasjon. f. Chile: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. g. Norge: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra en institusjon der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. Programtypene ALU og ALU+ rapporteres separat fordi de to populasjonene delvis overlapper; disse programtypene kan derfor ikke aggregeres.																					

De norske lærerstudentene presterer generelt bedre i matematikdidaktikk enn de gjorde i matematikk med sikte på undervisning på barnetrinnet. Det gjelder studenter fra både ALU og ALU+. Allmennlærerstudenter uten ekstra matematikk (ALU) fikk et gjennomsnitt på 539 poeng, mens allmennlærerstudenter med ekstra matematikk (ALU+) fikk 564 poeng i gjennomsnitt. Dette kan være en indikasjon på at man i norsk allmennlærerutdanning har lagt mer vekt på fagdidaktikk og pedagogikk enn på kunnskaper i selve matematikkfaget.

Mange og store utfordringer

Også når det gjelder matematikkdiraktikk, presterer norske allmennlærerstudenter med ekstra matematikk klart bedre enn allmennlærerstudenter uten slik fordypning. Mens forskjellen i kunnskaper i matematikk var omtrent et halvt standardavvik, er forskjellen i matematikkdiraktikk et kvart standardavvik. Det kan tyde på at man i vanlig allmennlærerutdanning i enda større grad enn i fordypningskursene legger hovedvekten på det didaktiske, mens man i fordypningskursene i større grad også vektlegger rene matematikkunnskaper.

Hvis vi sammenlikner de norske resultatene med andre land, presterer både vanlige allmennlærerstudenter og allmennlærerstudenter med fordypning bedre enn lærerstudenter i alle land med program for lærere som skal undervise opp til og med 4. trinn. Sammenlikner vi de norske lærerstudentene med lærerstudenter i andre land som kan undervise til og med 6. trinn, blir bildet et annet. Lærerstudentene i Taiwan og Singapore presterer bedre enn norske studenter fra både ALU og ALU+. Denne typen lærerstudenter i Sveits og USA presterer likt med våre vanlige allmennlærerstudenter, men svakere enn våre lærerstudenter med ekstra fordypning i matematikk. En sammenlikning med matematikkspecialistene for barnetrinnet viser at i Polen og Singapore presterer disse bedre enn begge de norske typene lærerstudenter, i Tyskland noe bedre enn norske allmennlærere uten fordypning, men svakere enn de med fordypning i matematikk.

Prosentandelen av de norske allmennlærerstudentene som når ankerpunktet i matematikkdiraktikk, er bare vel 40 % for studenter uten ekstra matematikk og rundt 60 % for de med ekstra matematikk. Ser man på beskrivelsen av hva studenter som når ankerpunktet kan når det gjelder formidling, vurdering av og tilbakemelding til elever, framstår det som heller et minimum av hva en lærer bør beherske didaktisk. Selv om enkelte andre land ser ut til å streve like mye eller mer, gir det liten grunn til ikke også å forbedre dette området innen norsk lærerutdanning.

2.3 Kunnskaper i matematikk hos lærerstudenter til ungdomstrinnet

Mange land har flere typer program som utdanner lærere i matematikk for ungdomstrinnet. TEDS rapporterer de norske resultatene fordelt på tre typer program: vanlig allmennlærerutdanning uten spesiell fordypning i matematikk (ALU), allmennlærerutdanning hvor studentene har valgt ekstra fordypning i matematikk (ALU+), og PPU/master-utdanning, som i hovedsak foregår

på universiteter. Studenter fra alle disse programtypene i Norge har kompetanse for å undervise i matematikk på ungdomstrinnet. Flere av de landene i TEDS som vi sammenlikner med, har også flere program for ungdomstrinnet. Vanligvis dreier det seg om program hvor studentene kan undervise til og med 10. trinn, mens studentene på andre program *også* kan undervise i videregående skole. Selv om TEDS er en studie av lærerutdanningen for grunnskolen, får man på den måten også noe informasjon om landenes lærerutdanning for videregående skole ved å skille mellom de ulike kursene for ungdomstrinnet.

Polen, Singapore, Tyskland og USA har alle én programtype hvor lærerstudentene kan undervise til og med ungdomstrinnet, og en annen type hvor lærerstudentene kan undervise *også* på videregående skole. Når man sammenlikner resultater mellom programtype og land, er det viktig å ta med i betraktningen hvilket nivå man tar sikte på å utdanne lærere til. Det synes rimelig å stille større krav til matematikkfaglig kompetanse for lærere som kan undervise både på ungdomstrinnet og i videregående skole, enn for lærere som bare kan undervise ut ungdomstrinnet.

En av begrunnelsene for å rapportere for programtyper og ikke for land som helhet er at det gir liten mening å slå sammen svært ulike program i et land og si at dette representerer lærernes totale kunnskaper i landet. En slik sammenslåing ville gitt lite nyttig informasjon til forskere, ansatte i skoleverket og politikere om kvaliteten på ulike utdanninger av lærere i dette landet.

For å beskrive kunnskapsnivået til lærerstudentene i matematikk har man i TEDS valgt å definere to *ankerpunkter* (*anchor points*). Ankerpunkt 1 for ungdomstrinnet representerer et basisnivå for matematikkunnskaper, som svarer til 490 poeng på en skalert skala med gjennomsnitt 500 og standardavvik 100. Ankerpunkt 2 representerer et høyere nivå for kunnskaper i matematikk svarende til 559 poeng på den samme skalaen (for mer om skalering i TEDS, se kapittel 8). Tekstboks 2.3 gir en kort beskrivelse av hva slags kunnskaper lærerstudenter som når opp til ankerpunkt 1 og 2 typisk har. Resultatene for lærerstudentenes kunnskaper i matematikk med sikte på undervisning på ungdomstrinnet er i tabell 2.3 presentert ved gjennomsnittsverdier fordelt på programtyper i hvert enkelt land. I tillegg er det angitt hvor mange prosent av studentene på hvert kurs som når opp til ankerpunkt 1 og ankerpunkt 2. Hensikten med dette er at man skal få mest mulig informasjon om i hvilken grad lærerstudentene på de enkelte kursene i hvert land har den typen matematikkfaglig kompetanse som man anser at framtidige lærere på dette trinnet trenger.

Tekstboks 2.3 Beskrivelse av ankerpunktene for kunnskaper i matematikk (MCK) for undervisning på ungdomstrinnet. Beskrivelsene er oversatt til norsk og forkortet. For mer, se Tatto et al. (In press).

Ankerpunkt 1 i matematikk (MCK) for ungdomstrinnet (490 poeng)

Lærerstudenter som nådde ankerpunkt 1 for ungdomstrinnet, kunne vanligvis svare riktig på oppgaver som omhandlet begreper knyttet til hele tall, rasjonale og irrasjonale tall, og gjøre beregninger med disse. De kunne vurdere algebraiske uttrykk og løse enkle lineære og kvadratiske likninger, særlig slike som kunne løses ved substitusjon eller ved prøving og feiling. De kjente til vanlige geometriske plan- og romfigurer og kunne identifisere og anvende enkle relasjoner i plangeometri. De kunne forstå og løse mer komplekse problemer innen tall, algebra og geometri dersom konteksten var vanlig for oppgaver på ungdomstrinnet.

Lærerstudenter som nådde ankerpunkt 1, hadde ofte problemer med å beskrive generelle mønstre og med å løse mer komplekse oppgaver som krevde flere trinn eller forståelse av relasjoner mellom likeverdige representasjoner av begreper. De hadde en tendens til å overgeneralisere begreper, viste liten forståelse for matematisk argumentasjon og hadde vanskelig for å avgjøre om et argument var matematisk holdbart eller ikke.

Ankerpunkt 2 i matematikk (MCK) for ungdomstrinnet (559 poeng)

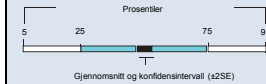
Lærerstudenter som nådde ankerpunkt 2, kunne vanligvis gjøre alt det som lærerstudenter som nådde ankerpunkt 1, kunne. I tillegg kunne de svare på spørsmål om funksjoner, særlig lineære, kvadratiske og eksponentielle sådanne. De kunne lese, analysere og anvende abstrakte definisjoner og notasjoner og formulere og gjenkjenne enkel matematisk argumentasjon. På områder som analyse, algebra og geometri kjente de til noen definisjoner og teoremer som vanligvis undervises på universitetsnivå, og kunne også anvende disse til å løse enkle problemer.

Lærerstudenter som nådde ankerpunkt 2, hadde vanskelig for å løse oppgaver som var formulert helt abstrakt, eller å arbeide med grunnleggende aksiomatiske systemer. De tenderte mot å gjøre logiske feil eller ikke å ta hensyn til alle forhold, definisjoner og teoremer og kunne også blande sammen sannheten i en påstand med gyldigheten av et argument. De hadde problemer med bevis for mer komplekse påstander. Selv om lærerstudenter på dette nivået kunne noe om bevis, var de generelt ikke veldig gode når det gjaldt å fullføre de bevisene de fikk i TEDS.

Også på ungdomstrinnet konsentrerer vi oss i hovedsak om å sammenlikne med noen utvalgte land. Å sammenlikne med land som Georgia, Filippinene, Botswana og Chile gjør vi bare unntaksvis når spesielle grunner tilsier det. Alle disse landene presterer svakt og har svært få som i det hele tatt når opp til ankerpunkt 2, og man kan anta at de har en helt annen ressursituasjon eller helt andre tradisjoner når det gjelder skole, enn det Norge har.

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

Tabell 2.3 Hovedresultater som viser lærerstudenters kunnskaper i matematikk for ungdomstrinnet for alle landene i TEDS fordelt på programtyper. Se tekstboks 2.3 for forklaring til tabellen.

Programgruppe	Land	Antall deltakere	Gyldige data	Prosent på eller over ankerpunkt 1 (490)		Prosent på eller over ankerpunkt 2 (559)		Skalert gjennomsnittskår	Lærerstudenter til ungdomstrinnet og videregående Matematikk										
				200	300	400	500		600	700	800								
Gruppe 5. Ungdomstrinnet (opp til 10. trinn)	Botswana ^a	34	34	6,0 (4,2)	0,0	436 (7)													
	Chile ^b	746	741	1,2 (0,4)	0,0	354 (3)													
	Tyskland	408	406	53,5 (3,4)	12,6 (2,2)	483 (5)													
	Filippinene	733	733	14,0 (3,0)	0,2 (0,1)	442 (5)													
	Polen ^c	158	158	75,6 (3,5)	34,7 (3,2)	529 (4)													
	Singapore	142	142	86,9 (3,1)	36,6 (4,3)	544 (4)													
	Sveits ^d	141	141	79,7 (3,4)	26,7 (3,2)	531 (4)													
	Norge (ALU) ^e	356	344	36,1 (3,7)	2,3 (1,4)	435 (3)													
	Norge (ALU +) ^e	151	148	19,3 (1,6)	0,8 (0,4)	461 (5)													
	† USA ^f	169	121	33,5 (2,2)	2,1 (1,3)	468 (4)													
Gruppe 6. Ungdomstrinnet og videregående	Botswana ^a	19	19	21,1 (7,4)	0,0	449 (8)													
	Taiwan	365	365	98,6 (0,8)	95,6 (1,0)	667 (4)													
	Georgia ^g	78	78	18,2 (4,4)	5,0 (2,6)	424 (9)													
	Tyskland	363	362	93,4 (1,5)	62,1 (2,9)	585 (4)													
	Malaysia	389	388	57,1 (2,3)	6,9 (0,9)	493 (2)													
	Oman	268	268	37,1 (2,7)	1,8 (0,6)	472 (2)													
	Polen ^c	140	139	85,7 (2,6)	35,7 (2,7)	549 (4)													
	Russland ^h	2141	2139	88,8 (1,7)	61,1 (4,3)	594 (13)													
	Singapore	251	251	97,6 (1,0)	62,9 (2,6)	587 (4)													
	Thailand	652	652	41,0 (1,5)	8,4 (1,1)	479 (2)													
	Norge (PPU og master) ^e	65	65	57,8 (7,9)	16,0 (4,6)	503 (8)													
	† USA ^f	438	354	87,1 (2,0)	44,5 (3,9)	553 (5)													
Generelle merknader: 1. Tallene i parentes angir standardfeil (standard error, SE). 2. Symbolet † angir programtyper der færre enn 85 % av utvalget har respondert. 3. Skyggelete områder angir data som vanskelig kan sammenliknes med data fra andre land.																			
Spesielle merknader for land: a. Botswana: Utvalgsstørrelsen er liten (N=53), men er resultat av census i en liten populasjon. b. Chile: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. c. Polen: Redusert dekning; institusjoner med bare følgestudier ble ikke dekket. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. d. Sveits: Redusert dekning; populasjonen inneholdt bare tyskspråklige institusjoner. e. Norge: Kombinert responsrate 58 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra en institusjon der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. Programtypene ALU og ALU+ rapporteres separat fordi de to populasjonene delvis overlapper; disse programtypene kan derfor ikke aggregeres. f. USA: Redusert dekning; bare offentlige institusjoner er undersøkt. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra en institusjon der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. Materialet inneholder data som ble samlet gjennom telefonintervjuer, der fulle spørreskjemaer ikke ble brukt. Av 607 registrerte deltakere var det bare 502 som fikk fullt spørreskjema; dette kan påvirke resultatene. g. Georgia: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra to institusjoner der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. h. Russland: Et ukjent antall av deltakerne hadde tidligere fullført kompetansegivende utdanning som barnetrinns lærere.																			

De norske allmennlærerne både med og uten ekstra matematikk presterer svakere enn nesten alle de andre landenes program for ungdomstrinnet og markant under det internasjonale skalerte gjennomsnittet på 500. Unntakene er land som Chile, Botswana og Filippinene, som vi allerede har sagt at det ikke er så meningsfullt å sammenlikne med. Likevel er det verdt å legge merke til at de norske allmennlærerstudentene uten ekstra matematikk presterer på samme nivå som lærerstudenter i Botswana og i underkant av lærerstudentene på Filippinene. Det er tankevekkende at norske allmennlærerstudenter uten ekstra matematikk i TEDS presterer på nivå med lærerstudenter i utviklingsland, land med en langt vanskeligere ressursituasjon enn Norge. Også

Mange og store utfordringer

studenter på ALU+ presterer svakt i et internasjonalt perspektiv, selv om de gjør det klart bedre enn ALU-studenter uten fordypning.

Lærerstudenter i USA som kan undervise til og med 10. trinn, viser også svake kunnskaper i matematikk. Lærerstudenter i alle andre i-land som kan undervise til og med 10. trinn, det gjelder Tyskland, Singapore, Sveits og Polen, presterer klart bedre enn norske studenter fra både ALU og ALU+. Når man kjenner til de svake norske prestasjonene i matematikk i internasjonale komparative studier som TIMSS og PISA (Grønmo et al., 2004; Kjærnsli et al., 2004), kan man anta at noe av grunnen til de svake resultatene i disse studiene er en svak faglig basis hos norske lærere. Dette samsvarer også godt med andre resultater fra tidligere TIMSS-studier, hvor norske lærere på ungdomstrinnet har mindre faglig fordypning enn lærere i andre land (Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009). Norske lærere i TIMSS-studiene utmerket seg ikke bare med svak faglig utdanningsbasis, men også med lite etterutdanning som er faglig relevant, sammenliknet med lærere i andre land (ibid.).

Norske PPU/master-studenter som er utdannet til å undervise på ungdomstrinnet og i videregående skole, presterer svakere enn tilsvarende studenter i mange andre land. Dette på tross av at de norske PPU/master-studentene presterer på nivå med det internasjonale skalerte gjennomsnittet. De landene vi presterer bedre enn, er også her land med generelt langt mindre ressurser til utdanning, som Botswana, Georgia, Malaysia, Oman og Thailand. Når det gjelder lærerstudenter som får kompetanse til også å undervise i videregående skole, presterer slike studenter i alle i-land bedre enn de norske studentene. Det gjelder land som Tyskland, Polen, Singapore, Taiwan, Russland og USA. Det kan på bakgrunn av dette resultatet synes som om det ikke bare er norske allmennlærere som kommer dårlig ut av en internasjonal sammenlikning av hva lærerstudenter har av kunnskaper i matematikk. Også våre PPU/master-studenter har svakere faglig basis enn lærerstudenter på tilsvarende nivå i mange andre land.

2.4 Kunnskaper i matematikkdiraktikk hos lærerstudenter til ungdomstrinnet

For å beskrive kunnskapsnivået til lærerstudentene i matematikkdiraktikk har man i TEDS valgt å definere et *ankerpunkt* (*anchor point*). Bakgrunnen for å ha bare ett ankerpunkt her, og ikke to som i matematikk, er at det var færre

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

oppgaver på dette feltet (se kapittel 8). Ankerpunktet svarer til 509 poeng på en skalert skala med gjennomsnitt 500 og standardavvik 100 (for mer om skalering i TEDS, se kapittel 8). Tekstboks 2.4 gir en kort beskrivelse av hva slags kunnskaper lærerstudenter som når opp til dette ankerpunktet har. Resultatene for lærerstudentenes kunnskaper i matematikdidaktikk med sikte på undervisning på ungdomstrinnet er i tabell 2.4 presentert ved gjennomsnittsverdier fordelt på programtyper i hvert enkelt land. I tillegg er det angitt hvor mange prosent av studentene på hvert kurs som når opp til ankerpunktet.

Tekstboks 2.4 Beskrivelse av ankerpunktet for kunnskaper i matematikdidaktikk (MPCK) for undervisning på ungdomstrinnet. Beskrivelsen er oversatt til norsk og forkortet. For mer, se Tatto et al. (In press).

Ankerpunkt i matematikdidaktikk (MPCK) for ungdomstrinnet (509 poeng)

Lærerstudenter som nådde dette nivået, hadde en del kunnskap om læreplanen og om planlegging av undervisning for ungdomstrinnet. De kunne identifisere nødvendig forkunnskap for å undervise om et emne, for eksempel hva som ville være konsekvensen hvis man flyttet begrepet kvadratroten fra ungdomstrinn til videregående skole. De hadde en del kunnskaper om hvordan man gjennomfører undervisning og om vurdering av elevarbeid. De kunne i mange tilfeller avgjøre om en elevs besvarelse var korrekt eller ikke.

Selv om lærerstudenter som nådde dette nivået, kunne analysere og identifisere hva elever gjorde feil i en del oppgaver, hadde de ofte problemer hvis det matematiske innholdet var komplekst. Generelt var dybden i lærerstudentenes egen kunnskap i matematikk avgjørende for hvor gode de var til å forstå det elevene gjorde og til å gi adekvate tilbakemeldinger. Fordi lærerstudentene syntes å mangle forståelse for hva som er gyldige matematiske argumenter, hadde de ofte problemer med å vurdere holdbarheten i et argument. Spesielt hadde de liten forståelse for at eksempler er utilstrekkelige som bevis i matematikk.

De norske lærerstudentene som ble testet for å undervise på barnetrinnet, presterte generelt bedre i matematikdidaktikk enn de gjorde i matematikk. Det ser ikke ut til å være tilfellet for de norske lærerstudentene som ble testet for å undervise på ungdomstrinnet. Studentene fra både ALU og ALU+ presterte svakere i matematikdidaktikk enn studenter i de fleste land det er rimelig å sammenlikne med, som Tyskland, Polen, Singapore og Sveits. Det eneste landet med like svake prestasjoner som Norge er USA. Vi har da sammenliknet med lærerstudenter i disse landene som kan undervise til og med 10. trinn.

Mange og store utfordringer

Resultatet for de norske PPU/master-studentene er heller ikke oppløftende når vi sammenlikner dem med tilsvarende kurs i andre land hvor lærerstudentene også kan undervise på videregående trinn. PPU/master-studenter i Norge presterer svakere i matematikkdiraktikk enn lærerstudenter på tilsvarende kurs i Taiwan, Tyskland, Polen, Russland, Singapore og USA.

Tabell 2.4 Hovedresultater som viser lærerstudenters kunnskaper i matematikkdiraktikk for ungdomstrinnet for alle landene i TEDS fordelt på programtyper. Se tekstboks 2.4 for forklaring til tabellen.

Programgruppe	Land	Antall deltakere	Gyldige data	Prosent på eller over ankerpunktet (509)		Skalert gjennomsnittsskår	Lærerstudenter til ungdomstrinnet og videregående Matematikkdiraktikk											
				100	200		300	400	500	600	700	800	900					
Gruppe 5. Ungdomstrinnet (opp til 10. trinn)	Botswana ^a	34	34	8,9	(5,1)	436 (9)												
	Chile ^b	746	741	5,7	(1,1)	394 (4)												
	Tyskland	408	406	52,5	(4,6)	515 (6)												
	Filippinene	733	733	12,3	(2,0)	450 (5)												
	Polen ^c	158	158	49,7	(3,1)	520 (5)												
	Singapore	142	142	65,9	(4,2)	539 (6)												
	Sveits ^d	141	141	70,9	(3,8)	549 (6)												
	Norge (ALU) ^e	356	344	20,9	(2,2)	455 (4)												
	Norge (ALU +) ^e	151	148	30,8	(4,2)	480 (6)												
† USA ^f	169	121	16,7	(3,1)	471 (4)													
Gruppe 6. Ungdomstrinnet og videregående	Botswana ^a	19	19	5,3	(7,4)	409 (16)												
	Taiwan	365	365	93,3	(1,5)	649 (5)												
	Georgia ^g	78	78	18,2	(3,9)	443 (10)												
	Tyskland	363	362	80,3	(2,7)	586 (7)												
	Malaysia	389	388	27,9	(2,5)	472 (3)												
	Oman	268	268	29,8	(2,9)	474 (4)												
	Polen ^c	140	139	62,2	(4,7)	528 (6)												
	Russland ^h	2141	2139	71,0	(3,1)	566 (10)												
	Singapore	251	251	75,3	(3,1)	562 (6)												
	Thailand	652	652	28,4	(1,9)	476 (2)												
	Norge (PPU og master) ^e	65	65	41,0	(6,8)	494 (16)												
	† USA ^f	438	354	61,0	(3,0)	542 (6)												
Generelle merknader: 1. Tallene i parentes angir standarfeil (standard error, SE). 2. Symbolet † angir programtyper der færre enn 85 % av utvalget har respondert. 3. Skyggelagte områder angir data som vanskelig kan sammenliknes med data fra andre land.							Prosentiler Gjennomsnitt og konfidensintervall (± 2SE)											
Spesielle merknader for land: a. Botswana: Utvalgsstørrelsen er liten (N = 53), men er resultat av census i en liten populasjon. b. Chile: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. c. Polen: Redusert dekning; institusjoner med bare følgestudier ble ikke dekket. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. d. Sveits: Redusert dekning; populasjonen inneholdt bare tyskspråklige institusjoner. e. Norge: Kombinert responsrate 58 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra en institusjon der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. f. USA: Redusert dekning; bare offentlige institusjoner er undersøkt. Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra en institusjon der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. Materialet inneholder data som ble samlet gjennom telefonintervjuer, der fulle spørreskjemaer ikke ble brukt. Av 607 registrerte deltakere var det bare 502 som fikk fullt spørreskjema; dette kan påvirke resultatene. g. Georgia: Kombinert responsrate mellom 60 % og 75 %. Et unntak ble gjort ved å akseptere data fra institusjoner der én ekstra deltaker ville ha brakt responsraten over kravet på 50 %. h. Russland: Et ukjent antall av deltakerne hadde tidligere fullført kompetansegivende utdanning som barnetrinns lærere.																		

Generelt er bildet at norske lærerstudenter har svake kunnskaper i matematikkdiraktikk med sikte på undervisning på ungdomstrinnet, på samme måte som de har svake kunnskaper i matematikk. Norske PPU/master-studenter presterer ikke bare svakt i forhold til lærerstudenter som også kan undervise på videregående skole, de presterer også svakt i matematikkdiraktikk i forhold til lærerstudenter i de fleste land det er rimelig å sammenlikne med, som *bare* kan undervise til og med 10. trinn. Lærerstudenter med undervisningskompetanse til og med 10. trinn i Tyskland, Polen, Singapore og Sveits gjør det klart bedre enn våre PPU/master-studenter, som også kan undervise på videregående skole. At lærerstudenter for videregående skole i USA presterer enda svakere, er en mager trøst i denne sammenhengen.

En mulig forklaring på at våre lærerstudenter for ungdomstrinnet presterer så vidt svakt også i matematikkdiraktikk, kan være at de didaktiske oppgavene for dette trinnet krever mer matematisk kunnskap. Deler av matematikkdiraktikken kan oppfattes som ekstra dybdeforståelse av matematikk med spesiell relevans for lærere. I beskrivelsen av hva som kjennetegner de som når opp til det definerte ankerpunktet for matematikkdiraktisk kunnskap, står det for eksempel at dybden i lærerstudentenes egen kunnskap i matematikk var avgjørende for hvor gode de var til å forstå det elevene gjorde og til å gi adekvate tilbakemeldinger. Det understreker at en forutsetning for gode kunnskaper i matematikkdiraktikk er at man behersker det matematiske innholdet man skal undervise i.

2.5 Oppsummering og valg av referanseland

Norske allmennlærerstudenter som ble testet for å undervise på barnetrinnet, presterte heller svakt i matematikk; særlig gjaldt det allmennlærere uten ekstra fordypning i faget. Norske allmennlærere med ekstra fordypning presterte noe bedre og lå på et tilnærmet gjennomsnittlig nivå i forhold til de land vi finner det relevant å sammenlikne med. Generelt presterte de norske allmennlærerstudentene bedre i matematikkdiraktikk enn de gjorde i matematikk når de ble testet for undervisning på barnetrinnet. Det gjelder både ALU og ALU+, og det ble tatt som en indikasjon på at man i norsk allmennlærerutdanning har lagt mer vekt på didaktikk enn på å gi studentene kunnskaper i selve matematikkfaget.

Mange og store utfordringer

Norske allmennlærerstudenter som ble testet for å undervise på ungdomstrinnet, presterte svakt i matematikk sammenliknet med studenter i nesten alle andre land det er relevant å sammenlikne med. Selv om allmennlærere med ekstra fordypning i matematikk presterte klart bedre enn de uten slik fordypning, presterte heller ikke de godt, sett i et internasjonalt perspektiv. Prestasjonene i matematikk til de norske PPU/master-studentene er heller ikke oppløftende når vi sammenlikner dem med tilsvarende kurs i andre land hvor lærerstudentene også kan undervise på videregående skole. Det var ingen tilsvarende tendens som den vi fant for barnetrinnet, nemlig at norske lærerstudenter generelt presterte bedre i matematikkdiraktikk enn i matematikk. Allmennlærerstudenter både med og uten ekstra fordypning i matematikk presterte svakere i matematikkdiraktikk enn studenter i de fleste andre land det er rimelig å sammenlikne med. PPU/master-studenter i Norge presterte også svakere i matematikkdiraktikk enn lærerstudenter på tilsvarende kurs i mange andre land.

Noe av årsaken til de ulikhetene vi finner mellom de norske lærerstudentene som ble testet for henholdsvis barnetrinnet og ungdomstrinnet, kan ha sammenheng med et generelt lavt kunnskapsnivå i faget matematikk hos de norske studentene. Matematikkdiraktiske oppgaver vil som oftest være relatert til et matematisk innhold. I didaktiske oppgaver for barnetrinnet vil innholdet rent matematisk ofte være svært elementært, mens dette ikke alltid er tilfelle i didaktiske oppgaver for lærere på et høyere nivå. Dette illustrerer at en forutsetning for å utvikle gode kunnskaper i matematikkdiraktikk er at man har en god faglig basis i matematikk, og at dette blir en større utfordring jo høyere opp i utdanningssystemet man kommer. Dette blir mer diskutert i kapittel 7. I dette kapitlet har vi i tabellene presentert resultatene for alle landene som deltok i TEDS, mens vi i våre kommentarer har framhevet noen land som mer relevante å sammenlikne med.

I kapittel 5 og 6 presenterer vi resultatene på en del enkeltoppgaver i TEDS og drøfter resultatene på disse mer inngående. Der presenterer vi bare resultatene for Norge og noen utvalgte land som vi finner relevante. Disse såkalte *referanselandene* er valgt ut fra flere kriterier. Ett kriterium er at vi ønsker en spredning av land geografisk og kulturelt når det gjelder matematikkundervisning. Et annet er at vi ønsker noen land som er høytpresterende og noen som ikke presterer så godt. Et tredje er at vi ønsker å ha med land vi har brukt som referanseland i tidligere TIMSS-bøker. Det var også et kriterium at i de

2 Hovedresultater i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter

landene vi valgte, skulle vi kunne sammenlikne norske studenter for både barnetrinn og ungdomstrinn. Vi ønsket heller ikke å gjøre sammenlikninger med land som ressursmessig er langt dårligere stilt enn Norge. I kapittel 7, hvor vi oppsummerer og drøfter resultatene i en norsk skolepolitisk kontekst, er det de samme referanselandene vi sammenlikner med. Referanselandene som vi sammenlikner de norske resultatene med i kapittel 5, 6 og 7, er Tyskland, Polen, Singapore og USA.

3 Norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv

Per Arne Birkeland, Universitetet i Agder
Trygve Breiteig, Universitetet i Agder

At alle land er enige om at skole og utdanning i et samfunn er viktig, betyr ikke at alle land er enige om hvordan den beste lærerutdanningen skal se ut. Vi finner stor variasjon i hvordan lærerstudiet er organisert, ikke bare landene imellom, men også innenfor hvert enkelt land. Som i de andre landene som har deltatt i TEDS-studien, kan man også i Norge bli lærer på forskjellige måter. Variasjonene i utdanningsveier gjenspeiler læreryrkets spennvidde, blant annet med hensyn til klassetrinn man skal undervise på og faglig spesialisering. Kvaliteten til de lærerne som utdannes, beror på utdanningens struktur og organisering, men også på i hvilken grad de mest talentfulle læreremnene velger å satse på lærerutdanning framfor andre utdanninger. Hva som gjør et yrke attraktivt, er avhengig av mange faktorer, blant annet lønnsbetingelser og arbeidsmarked i det aktuelle landet. Å spørre de ulike aktørene i lærerutdanningene i et land er interessant, men gir ikke de svar man får ved å sammenlikne lærerutdanningene i flere land, slik som i TEDS-studien. Høsten 2010 foretok SINTEF på oppdrag fra Kunnskapsdepartementet en kartlegging av studiekvaliteten i lærerutdanningene ved å spørre studenter, lærerutdannere, praksislærere og rektorer om deres synspunkter (SINTEF, 2011). Hovedtendensene var at langt flere var fornøyde enn misfornøyde med kvaliteten i undervisningen. Det var stor enighet blant de som ble spurt om at det største utbyttet studentene får i sin utdanning, er innenfor disse tre områdene:

- sosial kompetanse (for eksempel å utvikle samarbeidsevner)
- profesjonsidentitet (for eksempel å bygge opp yrkestolthet)
- utviklingskompetanse (for eksempel å gi interesse for kontinuerlig faglig oppdatering)

Det var også stor enighet om hvilke tiltak som er viktige for å øke kvaliteten:

- å heve statusen til yrket
- å oppdatere lærerutdannerne på dagens skolehverdag

I dette kapittelet ser vi på hvordan norsk lærerutdanning framstår i et internasjonalt perspektiv. Framstillingen bygger på systembeskrivelser som er innhentet fra forsker-

Mange og store utfordringer

gruppen i hvert deltakerland i TEDS, og fra institusjonsspørreskjemaene (se kapittel 8). En langt bredere framstilling og sammenlikning mellom landene i TEDS kommer i den internasjonale TEDS-rapporten.

3.1 Struktur og organisering av lærerutdanningene

Lærerutdanningene for grunnskolen og den videregående skolen har de siste mannsaldrene grovt sett hatt to alternativer. Man har på den ene siden kunnet utdanne seg til lærer – til førskole- eller allmennlærer – ved et utdanningsprogram gitt ved lærerhøgskolene. Dette har vært yrkesrettede studier med program der fagkunnskap, pedagogisk og didaktisk kompetanse og praksisopplæring er integrert gjennom studieløpet helt fra starten. Det andre alternativet har vært å ta rene fagstudier ved et universitet, et studium som har ledet fram til en akademisk grad (for eksempel cand.mag. eller cand.scient.), for deretter å ta praktisk-pedagogisk utdanning (PPU). Skillet mellom de to utdanningsveiene er myket opp de siste årene. Universitetene har startet med å tilby integrerte adjunkt- og lektorutdanninger, mens de tidligere lærerhøgskolene nå tilbyr en rekke konsentrerte fagstudier som enten kan integreres i lærerutdanningen eller tas som videreutdanning. Den valgfrie delen av allmennlærerutdanningen har man kunnet ta ved andre høyskoler eller universiteter. Dermed har mange lærere fått en utdanning satt sammen av elementer fra begge disse tradisjonene.

Tradisjonelt har lærerhøgskolene utdannet lærere for barnetrinnet og universitetene for videregående skole. På ungdomstrinnet har bildet vært mer komplekst; der møtes de to utdanningstypene. Der underviser lærere med begge typer lærerutdanning, ofte på samme skole.

3.1.1 Lærerutdanningsprogram i Norge

Allmennlærerutdanningen

Allmennlærerutdanningen var et *integrert studium*. Det betyr at lærerstudentene studerte skolefag, fagdidaktikk, pedagogikk og praksis i et sammenhengende løp. Lærerutdanningen ved lærerskolene var tradisjonelt bygd på real-skole, framholdsskole eller folkehøgskole med opptak basert på en relativt omfattende opptaksprøve. Utdanningen var da fireårig, der faget matematikk gikk over tre år. Innholdsmessig skulle det bringe studentene opp på gymnasnivå, og matematikkinnholdet var tilsvarende som på gymnasets språklinjer, om

enn med et noe mer praktisk og didaktisk perspektiv og med tre års modning gjennom arbeid med faget. Gradvis endret dette mønsteret seg fra 1930-årene og utover. Lov om lærerutdanning i 1973 markerte slutten for lærerutdanningen bygd på opptaksprøver. Utdanningen ble da treårig med krav om fullført videregående skole, og ble dermed en del av norsk høyere utdanning.

Før 1973 kunne studenter som hadde bestått eksamen artium, gjennomføre lærerskolen på to år. Lov om lærerutdanning utvidet dette studiet til tre år. Den ga detaljert styring av lærerutdanningene basert på et tosidig mål: faglig kunnskap og personlig utvikling. Den tok for seg tre grupper av lærere: førskolelærere, allmennlærere og faglærere. Den anga også tre utdanningsnivåer for disse: lærer (tre års utdanning), adjunkt (minst fire år) og lektor (minst seks år). Loven anga hva som var obligatorisk i allmennlærerutdanningen:

- pedagogisk teori og praksis
- fagdidaktisk innføring i de fleste obligatoriske fag, såkalte FD-kurs, som omfattet formål, grunnleggende innhold og arbeidsmåter
- fag- og emnestudier i fag, fagområder eller arbeidsområder, hvorav kristendoms kunnskap med livssynsorientering, norsk og et praktisk-estetisk fag var obligatorisk

Konsekvenser av dette systemet for utdanningen av norske matematikklærere blir beskrevet nærmere i delkapittel 3.1.3.

Rammeplanen av 2003 (UFD, 2003) – som gjaldt for allmennlærerstudentene som deltok i TEDS-studien – differensierer ikke på trinn. Den er kortere enn den tidligere planen fra 1998, som på sin side fulgte opp den nasjonale læreplanen L97. Rammeplanen av 2003 er mer generell, den er målorientert og i liten grad innholdsorientert. Den sier lite om faglige emner og komponenter som skal inngå. Den enkelte institusjonen måtte selv gjøre tolkninger for å konkretisere og innlemme rammeplanen i en lokal fagplan.

PPU

Universitetenes lærerutdanning er satt sammen lokalt på hvert universitet. Det vanlige er at den starter med et fagstudium, som for eksempel bygger opp til en mastergrad, som så etterfølges av ett år med PPU. Dette er eksempel på et *følgestudium* (mer om integrert studium og følgestudium i kapittel 8). De siste årene har universitetene også fått integrerte studier der PPU inngår som en del, for eksempel i et integrert femårig masterprogram. Ved Universitetet

Mange og store utfordringer

i Oslo heter det integrerte programmet Lektorprogrammet (LP). Ved denne utdanningen får studentene undervisningskompetanse i to fag, hvorav det ene faget utvides i en programspesialisering til masternivå. I løpet av de fem årene utgjør PPU-delen 60 studiepoeng, noe som tilsvarer et fullt års heltidsstudium. Før 2011 ga Universitetet i Oslo også mulighet til en adjunktutdanning etter samme mønster, men uten den samme spesialiseringen til mastergrad. Adjunktutdanningen varte i fire år; også her utgjorde PPU-delen 60 studiepoeng.

Matematikkemnene som tilbys innen denne utdanningen, er de tradisjonelle matematikkemnene som tilbys på Matematisk institutt, og emnene bygger på at studentene har minst 2 år med matematikk fra videregående skole. Studiepoengene i matematikk på universitetet går utover kurset R1 (tidligere 2MX) på videregående skole.

Også de andre breddeuniversitetene har liknende studietilbud som Universitetet i Oslo. Noen har beholdt integrert adjunktutdanning i tillegg til den integrerte lektorutdanningen.

Den nye grunnskolelærerutdanningen

I 2010 ble den norske allmennlærerutdanningen (ALU) omorganisert til to nye grunnskolelærerutdanninger (GLU). Sentrale målsettinger for begge utdanningene er at de skal være integrerte, profesjonsrettede og forskningsbaserte, og at de skal ha høy faglig kvalitet (KD, 2010a; KD, 2010b). Studentene velger om de vil utdanne seg til lærer på 1. til 7. trinn eller på 5. til 10. trinn. Pedagogikkfaget står sentralt i begge løpene og er obligatorisk. Faget har fått dobbelt så stort omfang som i allmennlærerutdanningen (KD, 2008–2009), og betegnes nå som *Pedagogikk og elevkunnskap* (PEL). Det er lagt bedre til rette for veien til mastergrad. Matematikk og norsk er obligatorisk for 1–7-varianten. Studentene må ta 30 studiepoeng i hvert fag, og det tilsvarer et halvt års fulltidsstudium i hvert av dem. Studentene kan i tillegg velge fordypning, slik at de får ett års studium i faget (60 studiepoeng). Faget har et økt fokus mot begynneropplæring. Kurset *Grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring* (GLSM) er tatt bort, og begynneropplæringen er nå integrert i fagopplæringen i matematikk, norsk og PEL. I 5–10-varianten velger studentene fag, og får således undervisningskompetanse kun i disse fagene. Hvis de ønsker å undervise i matematikk, må de ta 60 studiepoeng med matematikk.

3.1.2 Krav til innhold

Kravene til innhold i lærerutdanningene er gitt i form av rammer. Det fins ikke sentralt gitte, bestemte, eksplisitte og enkelt etterprøvbare krav til innhold som studentene skal undervises i i sin lærerutdanning i matematikk.

Slike krav ville utfordre institusjonenes tradisjonelle autonomi og kunne oppfattes som for sterkt styrende til å opprettholde og utvikle et sterkt, faglig, kreativt arbeid. Det er ikke full konsensus i fagmiljøene om hvilket stoff og pensum som skal inngå i matematikkfaget i lærerutdanningene. Man ser i diskusjonen en viss spenning i synet på faginnholdet i matematikken, både i den obligatoriske delen og i fordypningsdelen.

Prinsippet om en kanon i matematikklærerutdanningen var inne i Rammeplanen av 1998, men er ute igjen i Rammeplanen av 2003. Fagplanene som bestemmer kursinnholdet ved de ulike institusjonene, kan variere en del, men må bygge på og være i samsvar med rammeplanen.

Institusjonene utarbeider sine egne vurderingsformer, og ekstern eller uavhengig bruk av sensur er redusert i de senere år.

3.1.3 Fagspesialisering – matematikkfagets stilling

Hvorfor har matematikkfaget lenge hatt en så svak plass i norsk allmennlærerutdanning? For å forstå dette kan vi finne forklaringer i flere forhold, dels av kulturell, dels av utdanningspolitisk art. Studentene hadde tidligere hatt matematikk på gymnaset i minst to år. Mange så på matematikk som et hierarkisk oppbygd fag med et stabilt innhold, der disse studentene hadde tilstrekkelig faglig nivå for læreryrket gjennom gymnaset, og de regnet det som tilstrekkelig at lærerutdanningene ga en fagdidaktisk innføring, ga praktisk-metodiske tips og drøftet spesifikke problemer ved undervisning. Men at studentene hadde fullført videregående skole og fått generell studiekompetanse, betydde ikke nødvendigvis at de hadde gode kunnskaper i matematikk. En periode i 1980-årene kunne elevene få generell studiekompetanse med karakteren 1 i matematikk, som strengt tatt var en strykkarakter. Dette var et tiltak for å få større elevgjennomstrømning. Siden lærerutdanningene ikke hadde karakterkrav fra videregående skole på den tiden, var det altså mulig å bli lærerstudent med strykkarakteren 1 i matematikk. I 1973 var det svært få tilsatte ved de norske lærerskolene som hadde hovedfag i matematikk og der- ved ville ta et spesielt ansvar for faget i lærerutdanningene. Fagområdet matematikkdiraktikk har de siste fire tiårene hatt en sterk utvikling internasjonalt

Mange og store utfordringer

med mye forskning og utvikling innen læring og undervisning. I 1970-årene var denne utviklingen i startfasen. Diskusjonen om fagets innhold hadde bare så vidt begynt. Den eksplosive utviklingen av informasjonsteknologien hadde heller ikke satt inn. De store internasjonale undersøkelsene, som TIMSS og PISA, og behovet for ekstra satsing på realfag kom senere. Matematikk var sett på som relativt stabilt og ferdig utformet som skolefag.

Fra 1973 ble det gitt såkalte fagdidaktiske kurs ved lærerhøgskolene. Disse kursene hadde et omfang som tilsvarte 15 studiepoeng. Lov om lærerutdanning av 1973 ble først endret av Stortinget 16. juni 1989, med virkning fra 1990. Matematikk ble da gjort obligatorisk med et omfang på fem vekt-tall, tilsvarende 15 studiepoeng eller et kvart års omfang.

Allmennlærerutdanningen ble utvidet til et fireårig studium i 1992. Omfanget av matematikk i utdanningen ble drøftet videre utover 1990-tallet. Valla-utvalget (KUF, 1996) var delt på midten i spørsmålet om å utvide matematikken til et omfang som tilsvarte 30 studiepoeng. Flere argumenter ble lagt til grunn for en utvidelse: Norske elever viste svake resultater i faget. Matematikk har en sentral stilling som skolens nest største fag, slik at mange lærere ønsker å undervise det. Dessuten ønsket man å beholde som premiss at en allmennlærer er sertifisert med en generell undervisningskompetanse og dermed skal kunne ivareta undervisningen i alle skolefag på alle trinn i grunnskolen. Argumentet som utvalgets medlemmer førte imot en utvidelse, var at «for sterk binding av fag som alle allmennlærere må ta, kan hindre potensielt dyktige lærere fra å søke seg til utdanningen» (KUF, 1996, s. 199). Et utvalgsmedlem utdypet at studenter kan skremmes bort av et krav om 30 studiepoeng i matematikk, altså at mange studenter kan ha faglige og holdningsmessige problemer med matematikken.

Resultatet ble likevel at matematikk ble utvidet i allmennlærerutdanningen til 30 studiepoeng med virkning fra 1998. Utvidelsen skjedde med en viss reduksjon av pedagogisk teori og av engelsk. Departementet grunnga utvidelsen med behovet for å styrke realfagene med matematikkfagets omfang og med behovet for å skape og holde ved like interessen for faget hos elevene. «Mykje av grunnlaget for og haldningane til faget blir utvikla alt på småskole- og mellomsteget, og det er derfor viktig at lærarane på dette nivået har god fagkunnskap» (KUF, 1996–1997, kap. 6.4.2). Departementet pekte også på at det er «ei didaktisk og fagleg utfordring å knyte dagleglivets erfaringar, lek og eksperimentering saman med fagets teoridel» (ibid.).

Matematikken i allmennlærerutdanningen er dermed gradvis oppgradert fra full valgfrihet inntil 1990 til et obligatorisk fag på 30 studiepoengs omfang fra 1998. Emnet *Matematikk 1* var fra da av obligatorisk. I tillegg kunne studentene velge fordypnings- eller videreutdanningskursene *Matematikk 2* og *Matematikk 3* med tilsvarende omfang, som kunne inkluderes i den valgfrie delen av utdanningen.

Allerede før denne reformen ble evaluert, ble lærerutdanningene igjen behandlet i Stortingsmelding nr. 16 (UFD, 2001–2002) som en del av kvalitetsreformen i høyere utdanning. Departementet drøftet da en differensiering av lærerutdanningene og om selve det obligatoriske utdanningsløpet burde skilles i ulike typer av utdanning, med referanse til alderstrinn eller til fagområder. Departementet endte likevel med å anbefale at «allmennlærerutdanningen bygges opp med et enhetlig studieløp med differensiering gjennom antall fag og omfang av fag i den valgfrie delen av studiet» (UFD, 2001–2002, s. 101). Studiet var fremdeles normert til fire år. To år, eller 120 studiepoeng, var bundet, og 120 studiepoeng var valgfrie, herav 60 avsatt til valg av skolefag. Pedagogikk, norsk og matematikk var obligatoriske fag, hvert med et omfang av 30 studiepoeng. Matematikkens plass ble begrunnet slik:

Matematikk ble styrket fra 15 til 30 studiepoeng ved forrige revisjon av allmennlærerutdanningen. Økningen var først og fremst begrunnet i samfunnets behov for realfaglig kompetanse og den sviktende studentrekrutteringen til disse fagene. Elevers og læreres matematikkunnskaper har stått sentralt i utdanningsdebatten den siste tiden. Det er et allment ønske at faget må være obligatorisk og helst styrkes. Dette framgår klart av svarene på høringsnotatet og Norgesnettrådets evaluering av utdanningen. Problemet med rekrutteringen er til stede også i dag. Det er nødvendig å sikre at skolen får lærere med nok kompetanse i minst ett realfag. (UFD, 2001–2002, s. 99)

Departementet ønsket videre å styrke begynneropplæringen og mente det var hensiktsmessig med en egen enhet på 10 studiepoeng til dette. Den ble kalt GLSM, som står for grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring. Den skulle altså både styrke fagene med flere studiepoeng og sørge for at begrepsinnlæring ble et tverrfaglig anliggende. Det var naturlig at pedagogikk ble trukket inn, blant annet i forbindelse med registrering av lærevansker og tiltak for å forebygge og gi hjelp. En tydelig markering av dette som et

Mange og store utfordringer

felles anliggende skapte den spesielle tverrfaglige kompetansen på lærerutdanningsinstitusjonene som ga insentiv til FoU-arbeid og til etterutdanning av lærere på dette feltet.

Hvordan ivaretas faget matematikk i skolen, og hvordan er situasjonen relativt til andre fag? I en undersøkelse fra Statistisk sentralbyrå (Lagerstrøm, 2007) belyses lærernes fordypning i de fagene de underviser i. Studien omfatter de som underviser i de aktuelle fagene høsten 2005. I rapporten presenteres kompetanseprofilen for ulike fag med bakgrunn i hovedtrinnene i L97. Følgende framgår:

27 % av lærerne som underviser i engelsk har kompetanse i faget tilsvarende 60 studiepoeng eller mer. I faget norsk er andelen litt lavere, 26 %. Blant matematikklærerne er andelen enda lavere. Bare 14 % av de som underviser i matematikk, har fordypning tilsvarende 60 studiepoeng eller mer. Andelen er større på ungdomstrinnet enn på småskole- og mellomtrinnet. På ungdomstrinnet har 29 % av matematikklærerne minst 60 studiepoeng, mens på småskole- og mellomtrinnet er andelen 10 %.

Mange lærere som underviser i grunnskolen har noe fordypning utover grunnkurs i de fagene de underviser i. Størst er andelen i norsk. 76 % av norsklærerne har fordypning i faget. Videre finner vi at 67 % av lærerne i matematikk har fordypning i faget. I fagene natur og miljøfag, samfunnsfag og KRL er andelen henholdsvis 66 %, 66 % og 67 %. Nederst på listen finner vi heimkunnskap og engelsk. 35 % av heimkunnskapslærerne og 49 % av engelsklærerne har fordypning i faget sitt. De siste årene har vært preget av stor satsning på realfagene – både for lærer og elev. Det er derfor ikke uventet at andelen med fordypning i matematikk og natur- og miljøfag er vesentlig høyere i 2005 enn i 1999. Andelen lærere med fordypning i matematikk har økt fra 59 % i 1999 til 67 % i 2005, mens økningen i natur- og miljøfag er fra 58 % til 65 % i samme tidsrom. Blant lærere som underviser i matematikk, synker andelen med fordypning i faget i takt med økende alder. Andelen er 87 % blant lærere under 30 år og 47 % blant lærere over 60 år. Andelen er noe høyere hos menn enn hos kvinner. Hos mannlige lærere er andelen 77 %, mens hos kvinnelige lærere er den 63 %. Andelen lærere med fordypning i matematikk øker også med alderstrinnene i skolen.

3.1.4 Sentralisert/desentralisert styring

Forhold som gjelder lærerutdanningene har tidligere vært fastsatt i separate lover vedtatt i Stortinget. I senere år har ansvaret blitt flyttet nedover i

systemet. Lov om universiteter og høyskoler (KD, 2005) styrer lærerutdanningene, men gir ifølge § 3.2 departementet fullmakt til å utarbeide rammeplaner for utdanningene og for de enkelte fagene. Basis for rammeplanen er at lærerne skal inneha kompetanser på fem hovedområder: faglig kompetanse, didaktisk kompetanse, sosial kompetanse, endrings- og utviklingskompetanse, og yrkesetisk kompetanse. Den peker på områder der studenten skal hente lærdom: i praksis, i fagstudiet og ved samhandling, utforskning og refleksjon.

Institusjonene har relativt stor frihet til å sette sammen de lokale fagplanene. Dette har også sammenheng med at institusjonene fastsetter sine egne vurderingsordninger, og at ekstern eller uavhengig bruk av sensur er redusert i de senere år.

3.2 Programtyper i TEDS-studien

I TEDS-studien er det definert to ulike programtyper av lærerutdanninger:

1. integrerte studier
2. følgestudier

Disse begrepene er nærmere beskrevet i kapittel 8.

I Norge har vi begge disse programtypene. Allmennlærerutdanningen (og de nye grunnskolelærerutdanningene) er et typisk integrert studium, mens PPU i de fleste tilfeller er en påbygging på fagstudier, og derfor er et følgestudium.

På grunnlag av rapportering fra deltakerlandene i TEDS er det laget en oversikt over hvilke typer lærerutdanningsprogram landene tilbyr (Tatto et al., In press). Oversikten i tabell 3.1 viser variasjonene innenfor følgende områder:

- Hvilke skoletrinn de ulike programmene utdanner lærere til
- Om lærerstudentene kommer til å bli allmennlærere eller fagspesialister
- Om programmene er integrerte eller følgestudier
- Studiets totale varighet

Mange og store utfordringer

Tabell 3.1 Programtyper for lærerutdanning i TEDS-landene.

Land	Trinn	Allmennlærer /Fagspesialist	Integrert studium /Følgestudium	Varighet (år)
Botswana	1–7	Allmennlærer	Integrert	3
	8–10	Fagspesialist	Integrert	3
	8–12	Fagspesialist	Integrert	4
Canada (Ontario)	1–6	Allmennlærer	Følge	4+1
(Ontario)	4–10	Allmennlærer & Fagspesialist	Følge	4+1
(Ontario)	7–12	Fagspesialist	Følge	4+1
(Quebec)	1–6	Allmennlærer	Integrert	4
(Quebec)	7–11	Fagspesialist	Integrert	4
(Nova Scotia)	1–6	Allmennlærer	Følge	4+2
(Nova Scotia)	7–12	Fagspesialist	Følge	4+2
(Newfoundland, Labrador)	1–6	Allmennlærer	Integrert	5
(Newfoundland, Labrador)	7–12	Fagspesialist	Følge	4+1
Chile	1–8	Allmennlærer	Integrert	4
	5–8	Allmennlærer	Integrert	4
Filippinene	1–6	Allmennlærer	Integrert	4
	7–10	Fagspesialist	Integrert	4
Georgia	1–4	Allmennlærer	Integrert	4
	5–12	Fagspesialist	Integrert	3
	5–12	Fagspesialist	Integrert	5
	5–12	Fagspesialist	Følge	5
Malaysia	1–6	Fagspesialist	Integrert	4
	1–6	Fagspesialist	Følge	4+1
	1–6	Fagspesialist	Integrert	3
	7–13	Fagspesialist	Integrert	4
	7–13	Fagspesialist	Integrert	4
Norge ALU	1–10	Allmennlærer	Integrert	4
ALU+ ¹	1–10	Allmennlærer	Integrert	4
PPU	8–13	Fagspesialist	Følge	3/5+1 ²
Master	8–13	Fagspesialist	Integrert	5
Oman	5–12	Fagspesialist	Integrert	5

1 ALU+ er ALU-studenter som har tatt fordypning i matematikk (se kapittel 8).

2 PPU-studenter har 3–5 års fagutdanning + ett år med PPU.

3 Norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv

	5–12	Fagspesialist	Følge	5+1
	5–12	Fagspesialist	Integrert	4
Polen	1–3	Allmennlærer	Integrert	3
	1–3	Allmennlærer	Integrert	5
	4–9	Fagspesialist	Integrert	3
	4–12	Fagspesialist	Integrert	5
Russland	1–4	Allmennlærer	Integrert	5
	5–11	Fagspesialist	Integrert	5
Singapore	1–6	Allmennlærer	Følge	4+1
	1–6	Allmennlærer	Integrert	4
	1–6	Allmennlærer	Integrert	4
	1–6	Fagspesialist	Integrert	2
	1–6	Allmennlærer	Integrert	2
	1–6	Fagspesialist	Følge	4+1
	7–8	Fagspesialist	Følge	4+1
	7–12	Fagspesialist	Følge	4+1
Spania	1–6	Allmennlærer	Integrert	3
Sveits	1–2/3	Allmennlærer	Integrert	3
	1–6	Allmennlærer	Integrert	3
	3–6	Allmennlærer	Integrert	3
	7–9	Allmennlærer & Fagspesialist	Integrert	4,5
Taiwan	1–6	Allmennlærer	Integrert	4,5
	7–12	Fagspesialist	Integrert	4,5
Thailand	1–12	Fagspesialist	Integrert	5
	1–12	Fagspesialist	Følge	4+1
Tyskland	1–4	Allmennlærer	Hybrid	3,5+2
	1–4	Allmennlærer	Hybrid	3,5+2
	1–9/10	Fagspesialist	Hybrid	3,5+2
	1–4	Allmennlærer	Hybrid	3,5+2
	5/7–9/10	Fagspesialist	Hybrid	3,5+2
	5/7–12/13	Fagspesialist	Hybrid	4,5+2
USA	1–3/4/5	Allmennlærer	Integrert	4
	1–3/4/5	Allmennlærer	Følge	4+1
	4/5–8/9	Fagspesialist	Integrert	4
	4/5–8/9	Fagspesialist	Følge	4+1
	6/7–12	Fagspesialist	Integrert	4
	6/7–12	Fagspesialist	Følge	4+1

Våren 2008, da data til TEDS-studien ble samlet inn, ble norske lærerstudenter utdannet til å undervise enten i hele grunnskolen (trinn 1 til 10) i stort sett

Mange og store utfordringer

alle fag, eller i ungdomstrinn og videregående skole i de fagene de hadde spesialisert seg i. Som vi ser i tabell 3.1, er variasjonene på dette området store, både mellom og innenfor de landene som er med i TEDS.

Norge er alene om å utdanne allmennlærere til et så langt spenn som fra 1. til og med 10. trinn. Tyskland har for eksempel også en utdanningsvei som sertifiserer for undervisning fra 1. til 10. trinn, men da ikke som allmennlærere, bare som spesialister innenfor to fag. I Thailand kan lærerne undervise fra 1. til 12. trinn, men også der bare i fag de har spesiell utdanning i. Ellers er det typiske at lærerstudentene blir sertifisert til å undervise på færre trinn, og at det er få eksempler på allmennlærere fra 8. trinn og oppover. Ingen land utenom Norge utdanner allmennlærere til å undervise på 10. trinn. Allmennlærere i andre land blir sertifisert til å undervise på de laveste trinnene. I Polen, Sveits og USA utdannes noen av allmennlærerne til å undervise på 1.–3. trinn. Ellers finner vi eksempler på allmennlærere som sertifiseres til både 1.–4., 1.–5., 1.–6., 1.–7. og 1.–8. trinn (Chile). Vi finner flest eksempler på utdanninger som sertifiserer til å undervise i alle fag på 1.–6. trinn (Canada, Filippinene, Malaysia, Singapore, Spania, Sveits og Taiwan).

Når vi ser på utdanninger som sertifiserer spesialister for undervisning i enkeltfag, er bildet et annet. De eneste som sertifiserer slike lærere til undervisning helt fra 1. trinn er Malaysia (1.–6.), Singapore (1.–6.), Tyskland (1.–10.) og Thailand (1.–12.). Ellers er variasjonene store. Vi finner lange spenn i trinn, og korte spenn slik som for eksempel Taiwan (7.–10.).

Utdanningens varighet varierer derimot ikke så mye landene imellom. I Norge har vi en 4-årig utdanning både i allmennlærerutdanningen og i PPU-utdanningen (uten master). Den integrerte masterutdanningen er på 5 år, inkludert PPU. Blant de andre landene finner vi noen få eksempler på 3-årig utdanning, slik som allmennlærerutdanning til de laveste trinnene i Spania, Sveits og Polen. De fleste utdanningene har imidlertid en varighet på 4–5 år. Svært få har lengre utdanninger, men vi finner eksempler på 6 års utdanninger i Canada og Tyskland.

I TEDS-studien er Norge blant de landene som har en relativt stor grad av desentralisering, i den forstand at de enkelte institusjonene bestemmer mye av det faglige innholdet i kursene selv. Andre land som har det slik er Canada, Chile, Sveits, USA og Filippinene. Land som har sterkere grad av sentral styring er Tyskland, Spania og Oman.

3.3 Arbeidsmarked, stillinger og arbeidsbetingelser

I Norge går de aller fleste av grunnskolens elever i den offentlige skolen. Vel 2 % går i private skoler (Utdanningsforbundet, 2005; Statistisk sentralbyrå, 2011). I den offentlige grunnskolen var det i 2003 tilsatt 65 376 lærere (Statistisk sentralbyrå, 2006, s. 168). Av disse var 70 % kvinner og 30 % menn. Vel 40 % av kvinnene jobbet deltid. Gjennomsnittsalderen for lærerne i grunnskolen var 45 år, og 40 % av dem var over 50 år.

I videregående skole var kjønnsfordelingen jevnere; 46 % var kvinner. Gjennomsnittsalderen der var 49 år, og vel 52 % av lærerne i videregående skole var over 50 år. Dette tallet har økt de siste årene, fra 28 % i 1992. Det betyr at man etter en ganske stabil periode står foran en stor utskifting av lærere, både i grunnskolen og spesielt i videregående skole. Antall utdannede lærere er høyere enn antall lærerstillinger, men siden mange av dem er gått inn i andre yrker, er det flere steder vanskelig å få kvalifiserte søkere til lærerstillinger. Situasjonen er enda alvorligere når det gjelder lærere med fordypning i matematikk. Ulike tiltak er gjort for å motivere flere til å ta fordypning i matematikk, og det knyttes spenning til hvordan overgangen fra allmennlærerutdanning til den nye todelte grunnskolelærerutdanningen på sikt vil slå ut i denne sammenhengen.

Det fins to hovedsystemer for læreransettelser som er registrert i TEDS-landene:

karrierebasert system
stillingsbasert system

I Norge har vi et *stillingsbasert system*. Da søker læreren en stilling uten å binde seg til å gå inn i en langsiktig, nærmest forutbestemt karriere. Det er fullt mulig å si opp stillingen eller søke andre stillinger, både innenfor og utenfor læreryrket. Søkere i alle aldre kan søke lærerstillingene i dette systemet. Et slikt system er sårbart for eksempel når det gjelder å få dekket stillinger i en del områder av landet. Skoleeier vet ingenting om hvor lenge lærerne kommer til å være i stillingene. En del av de utdannede lærerne kommer aldri til å gå inn i læreryrket.

I et *karrierebasert system* blir det forventet at lærere som ansettes, forblir i yrket gjennom hele sitt yrkesaktive liv. De går inn i et velordnet system

Mange og store utfordringer

med forutsigbare forfremmelser basert mer på ansiennitet enn på skjønn. Det normale er at stillinger besettes av unge nyutdannede lærere. Et slikt system er mer forutsigbart med hensyn til lærermangel.

Arbeidsbetingelsene spiller en stor rolle for hvor attraktiv en lærerjobb er. Flere land som er med i TEDS-studien, rapporterer om relativt gode arbeidsbetingelser (sett i forhold til det nasjonale arbeidsmarkedet). Dette begrunnes for eksempel med at klasserommene er velutstyrte, klassestørrelsen ansees rimelig, og lønna ligger på et akseptabelt nivå. De vestlige landene samt Taiwan rapporterer om gode betingelser for lærerne, men i USA er forskjellene store. Ved skoler der betingelsene er dårlige, med små ressurser og mange elever i klassene, er det vanskelig å rekruttere lærere.

De fleste landene rapporterer om en tilfredsstillende situasjon sett i forhold til arbeidsmarkedet som helhet, men med variasjoner i distriktene. Det er verken lærermangel eller stort overskudd av utdannede lærere uten jobb. Noen land, som for eksempel Tyskland, ser med bekymring på en utvikling som kan føre til mangel på lærere i framtiden. I Polen og Taiwan er det derimot overskudd på lærere.

Det er alltid vanskelig å foreta en sammenlikning av lønnsnivå i en yrkesgruppe mellom land som har ulike økonomiske forutsetninger. Noen land i TEDS-studien rapporterer om gode lønnsbetingelser for lærerne. I Taiwan har myndighetene en langsiktig politikk som går ut på å sørge for å opprettholde gode betingelser for lærerne både lønnsmessig og med forsikringsordninger, pensjonsvilkår og ferier. Slik er det også i Singapore, hvor betingelsene er gode, sammenliknet med yrker i både offentlig og privat sektor. I Tyskland er lønningene relativt høye, men ikke i forhold til andre yrker som krever like lang universitetsutdanning. Slik er det også i Norge. I mange tilfeller er det slik at lærere i grunnskolen har en høyere lønn enn høgskole- og universitetsansatte med tilsvarende utdanning og ansiennitet. I Polen har lærerlønningene tidligere vært svært lave, men har steget mye etter kommunismens fall. I Filippinene har lærerlønningene vært, og er fortsatt, svært lave. Begynnerlønna ligger på 194 US \$ per måned, mens fattigdomsgrensa er på 156 US \$. Det foreligger planer om bedring ved at lønningene til matematikk- og naturfaglærere skal heves over et visst nivå.

Vi ser også forskjeller i hvor attraktivt det er å velge lærerutdanning og hvor stor status læreryrket har i samfunnet. Deltakerlandene ble bedt om å angi hvilken av de tre kategoriene *høy*, *middels* eller *lav* som passet best for

3 Norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv

deres land. Tabell 3.2 viser at læreryrkets status er vurdert som relativt lav i Norge. Singapore er eksempel på et land der læreryrket har høy status. Der er det stort behov for nyutdannede lærere. Lærerstudentene får stipend i tillegg til at utdanningen deres finansieres. Begynnerlønna for nyutdannede lærere er også relativt høy sammenliknet med andre yrker. I slike land foregår det en bevisst satsing på å opprettholde og øke kvaliteten i lærerutdanningene. I Tyskland er bildet mer blandet. Det har i de siste årene ikke vært stor konkurranse om studieplassene. I Tyskland fører den økende mangelen på lærerstudenter til at nær sagt alle som etter endt utdanning søker lærerjobb, får jobb. I Norge har antall lærerstudenter minket fram til 2009, og det registreres også et relativt stort antall studenter som ikke fullfører studiet. En av årsakene kan være at siden konkurransen om studieplasser er så lav, er det også en større andel studentene som ikke er topp motiverte. Etter endt 12-årig skolegang er også mange kommende studenter svært usikre på hvilken utdanning de skal velge. Mange av de som har begynt på allmennlærerstudiet, har vært usikre på om dette har vært det rette for dem. Noen av dem har sluttet etter erfaringene fra praksisperiodene.

Tabell 3.2 Læreryrkets status.

Høy	Canada, Taiwan, Singapore
Middels	Botswana, Tyskland, Malaysia, Oman, Polen, Russland, Spania, Sveits, USA (ungdomstrinnet)
Lav	Chile, Georgia, Filippinene, Norge, Thailand, USA (barnetrinnet)

Den høye frafallsprosenten blant lærerstudenter i Norge er et problem i et samfunnsøkonomisk perspektiv. Årsakene er trolig sammensatte. Det ligger en utfordring i å forbedre informasjonen om studiet og opptaket, men også i å få flere dyktige og motiverte studenter til å søke lærerstudiet. Kunnskapsdepartementet har derfor de siste tre årene satset stort med GNIST (KD, 2011c), som er et bredt sammensatt partnerskap og en overbygning for en rekke tiltak som samlet sett skal bedre rekrutteringen til og sikre utviklingen av lærerutdanningen og lærerprofesjonen. Lærerrekutteringskampanjen «Har du det i deg?» (KD, 2011c) er ett av tiltakene.

De siste årenes søkertall til lærerutdanningene kan tyde på at kampanjen har virket. Totalt har tallene for primærseekere økt med rundt 50 % fra 2008

Mange og store utfordringer

til 2011. Forsknings- og høyere utdanningsminister Tora Aasland betegner dette som en formidabel økning. Hun sier:

I 2008 var læreryrket dårlig ansett og ofte dårlig omtalt. De siste tre årene har mange vært med på å snu denne trenden. Vi ser at statusen til læreryrket er i ferd med å øke, og det gir en positiv virkning. (NRK, 2011)

Det er stort behov for lærere i framtiden. Selv om det er økning i søker tallene, er ikke økningen av kvalifiserte søkere like stor. Norge har mange lærerutdanningsinstitusjoner, og selv om konkurransen om å komme inn på lærerstudiet i de mest populære institusjonene nå øker, opplever vi samtidig at noen institusjoner har så lav søkning at ikke alle studie plassene blir fylt opp.

Norge har, som nevnt, et stillingsbasert system for læreransettelser. Andre land i TEDS-studien som har et slikt system er Canada, Sveits og USA. Land med et karrierebasert system er Spania, Singapore, Thailand og Taiwan. Tyskland og Polen er eksempler på land som har en kombinasjon av disse systemene.

3.4 Kvalitetssikring i lærerutdanningene

En av intensjonene med TEDS-studien er å kartlegge lærerstudentenes prestasjoner i deltakerlandene. Prestasjonsnivået kan ha sammenheng med rekruttering og opptak til lærerutdanningene, akkreditering av lærerutdanningsinstitusjonene og sertifisering av de nyutdannede lærerne. Her ser vi nærmere på dette.

3.4.1 Forkunnskaper og opptakskrav

Siden 1984 har Norsk matematikkråd (NMR) jevnlig gjennomført en forkunnskapstest i matematikk ved norske universiteter og høyskoler. Deres målgruppe har vært studenter på studier som krever matematikk. Allmennlærerstudentene har derfor vært inkludert i undersøkelsene. Målet for matematikken i deres utdanning skiller seg fra andre utdanningers mål. Den longitudinale informasjonen som undersøkelsene gir, er likevel av interesse. Undersøkelsen startet i 1982 og har siden 2001 blitt gjennomført ved studiestart annethvert år, med uendrede oppgaver. Nesten alle oppgavene kan løses med bakgrunn i ungdomsskolens pensum.

Den siste publiserte rapporten med data fra studiestart 2009 viser at lærerstudentene skårer nest svakest av de undersøkte gruppene med et

gjennomsnitt på 14 poeng av 44 mulige (Nortvedt, Elvebakk & Lindstrøm, 2010). Til sammenlikning hadde sivilingeniørene en gjennomsnittsskår på 28 poeng, mens det totale gjennomsnittet lå på 21 poeng. Skåren viser kjønnsforskjell: Mannlige studenter skårer i gjennomsnitt 23 poeng og kvinnelige 18 poeng. Denne forskjellen på 5 poeng viser at det er viktig å stimulere jentene i skolen til å utnytte sitt potensial i matematikk.

NMR fant at studentenes bakgrunn i matematikk fra videregående skole skiller seg ut for lærerstudentene og økonomistudentene. 42 % av lærerstudentene har ett år med matematikk fra videregående, 34 % har to år, mens bare 24 % har tre år matematikk som bakgrunn. Gjennomsnittet for hele populasjonen er henholdsvis 18 %, 16 % og 66 %. Det forklarer trolig noe av den lave skåren. Blant studentene som søker lærerutdanning, er det altså en overvekt som har liten bakgrunn i realfagene. Ungdom med interesse i realfag velger gjerne andre utdanninger enn læreryrket.

Tidligere års NMR-undersøkelser har også med data om studentenes holdninger. Ved undersøkelsen i 2007 syntes 34 % av lærerstudentene at «matematikk er et av de fagene jeg har likt best på skolen» (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten, 2007). Totalt i populasjonen var andelen 41 %. 21 % av lærerstudentene syntes at «matematikk er et av de fagene jeg har likt minst på skolen». Gjennomsnittet for hele populasjonen var her 9 %.

Her ligger det en stor utfordring. Kan denne holdningen utfordres og endres? Kan lærerstudentene få et nytt og mer positivt syn på matematikkfaget?

NMR gikk dypere inn på problemet med lærerstudentenes faglige nivå. Kullet fra 2000 ble testet igjen våren 2001, etter at de hadde fullført obligatorisk kurs ved høyskolene (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten, 2001). Konklusjonen var at de hadde en vesentlig bedring i kunnskapsnivået. Likevel fant NMR at skårverdien ikke var tilfredsstillende. Bare 8 av 22 oppgaver kunne mer enn halvparten av studentene besvare korrekt. De andre 14 oppgavene hadde studentene til dels store problemer med. NMR kommenterte dette slik:

Dette viser at selv om kunnskapsnivået til de kommende lærerne har økt i løpet av studiet, mangler de også etter fullført obligatorisk kurs til dels mye på å ha tilfredsstillende kunnskaper til å kunne fungere som lærere i matematikk i grunnskolen (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten, 2001, s. 5).

Mange og store utfordringer

Selv om denne undersøkelsen er noen år gammel, er det grunn til å tro at studentenes kunnskaper ikke er vesentlig bedre i dag. Det har vært nedgang i resultatene fra NMR-undersøkelsene i perioden fra 2001 til 2009, dog med en liten, ikke-signifikant bedring fra 2007 til 2009.

De fleste studentene som ikke greier utdanningen, stryker i ett eller flere fag. Det er få som stoppes på grunn av uskikkethet som lærere. En del studenter finner selv ut at dette ikke er deres riktige yrkesvalg og slutter. Usikkerheten kan gjøre at de har problemer med studiemotivasjon og innsats.

Det har i mange år vært nedgang i antall søkere til realfagsstudier. Departementet har satt i verk ulike tiltak for å heve rekrutteringen til realfagene. Effekten av dette er vanskelig å lese ut fra søkertallene, men siste års søkertall til realfagene viser en svak økning fra 2010 til 2011 på 9 %. I den nye grunnskolelærerutdanningen kan vi registrere at matematikk er det faget som har fått størst oppslutning av valgte fag i GLU 5–10 (KD, 2011a).

Fra 2006 kreves minst to års matematikk fra videregående skole for å få studiekompetanse. Det betyr styrket kunnskap i matematikk – selv om denne endringen ikke er større enn at man er tilbake til det kravet som gjaldt fram til reformen av videregående opplæring kom i 1976 med økt valgfrihet. Før reformen i 1976 var kravet for å komme inn på lærerutdanning examen artium med matematikk i minst to år. Etter 1976 kunne man komme inn med matematikk i ett år på videregående skole.

For å bli tatt opp som student i allmennlærerutdanningen måtte studentene ha oppnådd minst karakteren 3 i matematikk i videregående skole. Etter at dette kravet ble iverksatt i 2006, er det ikke registrert målbar framgang i Norsk matematikkråds undersøkelse ved studiestart.

I den nye grunnskolelærerutdanningen gjelder samme opptakskrav i matematikk og norsk. Noen mener karakterkravet er for lavt. Høyres leder gikk for eksempel i sin tale til landsmøtet i mai 2011 inn for å heve opptakskravet til lærerutdanningene til karakteren 4 i matematikk, norsk og engelsk (TV2, 2011).

3.4.2 Krav til å bli lærer

Hva er så kravene som samfunnet stiller for tilsetting av lærere i skolen? Oppføringsloven gir bare generelle kompetansekrav for undervisningspersonell:

3 Norsk lærerutdanning i et internasjonalt perspektiv

Den som skal tilsetjast i undervisningsstilling i grunnskolen og i den vidaregåande skolen, skal ha relevant fagleg og pedagogisk kompetanse. Departementet gir nærmare forskrifter om krav til utdanning og praksis for den som skal tilsetjast i undervisningsstillingar på ulike årsteg og i ulike skoleslag. (KD, 2011b, § 10–1)

Kravene er nærmere angitt i forskriftene til loven.

Det har inntil nylig ikke vært eksplisitt presiserte krav knyttet til undervisningskompetanse i enkeltfag i ungdomsskolen. I grunnskolen har det vært nok med fullført allmennlærerutdanning for tilsetting. Lærere med faglærerutdanning eller universitetsstudier inkludert PPU har blitt tilsatt i ungdomsskolen for undervisning i fag der læreren har minst 30 studiepoeng relevant utdanning. I allmenne fag i videregående skole er tilsvarende krav 60 studiepoeng i de fagene man er kvalifisert for. Utover dette er skoleeier og skolens pedagogiske ledelse tillagt ansvaret for å påse at den som ansettes, har de nødvendige kvalifikasjonene til de undervisningsoppgavene vedkommende skal dekke.

Dette er et punkt som har vært omdiskutert. Således vedtok Norsk matematikkråd i en høringsuttalelse i 2007 (Norsk matematikkråd, 2007) å anbefale tilsetningskrav med ett års matematikkstudium for undervisning i matematikk. Følgende krav ble foreslått på ungdomstrinnet:

[...] enten 60 studiepoeng i matematikk (med integrert fagdidaktikk) fra en pedagogisk høyskole rettet mot ungdomstrinnet, eller 60 studiepoeng i matematikk og matematikkdiraktikk fra et universitet (eller tilsvarende) hvorav minst 40 studiepoeng matematikk og 15 poeng matematikkdiraktikk. (Norsk matematikkråd, 2007, s. 1)

Ved å kreve kompetanse i «matematikk rettet mot ungdomstrinnet» vil rådet understreke «behovet for en kompetanse som både gir faglig trygghet og muligheter til å motivere elevene med eksempler og perspektiver utover skolefaget» (ibid.).

Rådet understreker her at det er nødvendig å ha en kompetanse som går ut over det man direkte underviser. Dermed har man muligheter til å gi et rikere perspektiv på undervisningen. Rammeverket i TEDS-studien presiserer det samme, og det er nettopp dette studentene ble testet i.

Mange og store utfordringer

Rådet understreker også behovet for faglig fordypning for å undervise matematikk på barnetrinnet. De anbefalte å styrke faget på dette nivået og å sikre større fagkunnskap i lærerteamene på skolene. Rådet pekte på faren for at undervisningen degenererer til ren innlæring av prosedyrer på bekostning av forståelse, med vekt på *hvordan* uten å fokusere på *hvorfor*.

Fra Universitetet i Oslo kom et forslag om at matematikkrådet skulle ha oppgave som kontrollorgan for å føre tilsyn med at undervisningen holder mål og skjer etter gjeldende planer (Norsk matematikkråd, 2007, s. 2). Dette er ikke fulgt opp.

Universitets- og høgskolerådet foreslår å heve grunnskolelærerutdanningen til mastergradsnivå samt å stille krav om mastergradsutdanning for opptak til PPU med allmennfagdidaktikk. Å beholde lærerutdanning på bachelornivå er ugunstig fordi studentene her ikke forventes å nå det nivået av selvstendighet som samfunnet etterspør (UHR, 2011, s. 30).

3.4.3 Evaluering og autorisasjon av lærerutdanningsinstitusjonene

NOKUT evaluerer studier ved forskjellige institusjoner. Det kan gå mange år mellom hver gang lærerutdanningen ved en bestemt institusjon evalueres. Sist NOKUT foretok en evaluering av allmennlærerutdanningen, var i 2005–2006 (NOKUT, 2006). De fant forbedringspotensial på flere felt og pekte blant annet på at institusjonene bør klargjøre ledelsesansvaret på alle nivåer i utdanningen. Dessuten bør studentgjennomstrømning, frafall og studieprogresjon inngå i årlige rapporter. De pekte også på at helhet og sammenheng er viktig, og at dette krever bedre samarbeid mellom fagmiljøene. Den fagdidaktiske delen i fagene og praksis bør styrkes, og praksisen bør i større grad bli et felles ansvar mellom utdanningsinstitusjonen og praksisskolen. Faglærerne bør få bedre muligheter for kompetanseheving og bør også i større grad formidle forventninger og stille tydeligere krav til studentene i utdanningen.

Universitets- og høgskolerådet (UHR, 2011) anbefaler i en rapport om helhetlig tilnærming til lærerutdanning at det utarbeides nasjonale rammer for samhandling og møtepunkter mellom lærerutdanningsinstitusjon, student og praksisfelt, herunder praksisoppfølging i praksisopplæringsperioden.

Opptak og rekruttering er formodentlig et vesentlig moment når det gjelder kvalitetssikring, utviklingspotensial og lærernes yrkesutøvelse. Rekrutteres tilstrekkelig mange studenter med en god bakgrunn i matematikk og med en interesse for faget og en positiv holdning til matematikkens egenart?

Har studentene som rekrutteres til lærerutdanningene, et generelt akseptabelt kunnskapsnivå i matematikk? Hva slags politiske virkemidler kan sikre rekruttering av en studentgruppe med en variert kulturell og sosial bakgrunn?

3.4.4 Kvalitetssikring av lærerutdanningene i de ulike land

På grunnlag av rapporter fra deltakerlandene i TEDS ble det registrert i hvor stor grad de sentrale myndighetene bestemte antall studieplasser totalt. Landene ble delt i tre kategorier: *sterk*, *middels* (blandet) og *svak* kontroll, som vi ser i tabell 3.3.

Tabell 3.3 Statlig kontroll over det totale antall studieplasser i landenes lærerutdanninger.

Sterk kontroll	Botswana, Taiwan, Malaysia, Oman, Russland, Singapore
Middels kontroll	Canada, Tyskland, Polen, Thailand
Svak kontroll	Chile, Georgia, Norge, Filippinene, Spania, Sveits, USA

At Norge er plassert blant landene der staten har svak kontroll, gjenspeiler vårt system med at avgjørelsen om antall studenter som tas opp ved de ulike institusjonene, delvis tas av institusjonene selv. Gjennom bevilgninger fra Kunnskapsdepartementet blir antall normerte studieplasser på de ulike studieretningene fastlagt, men institusjonene kan velge å ta opp flere studenter. Disse får institusjonene ikke betalt for annet enn gjennom studiepoengproduksjonen; jf. Forskerforbundets kampanje «Studieplasser på marginalen» (Forskerforbundet, 2011).

Alle landene har fullført videregående skole som opptakskrav til lærerutdanningene. Noen land har i tillegg karakterkrav i matematikk eller krav om nivå på fullførte matematikkurs. I Norge hadde vi fram til 2006 ingen karakterkrav i allmennlærerutdanningen. Fra og med opptak til studieåret 2006/2007 ble det innført krav om karakteren 3 i matematikk (samt 3 i norsk og 3,5 i snitt) fra videregående skole for å bli tatt opp som allmennlærerstudent (UFD, 2005).

Av de norske studentene som deltok i TEDS-studien, ble ALU-studentene tatt opp som studenter høsten 2006 eller 2007, mens studentene i ALU+ startet tidligere. De siste ble testet våren 2008 da de hadde fordypning i matematikk i den siste delen av studiet sitt. Studentene i ALU+ hadde dermed blitt tatt opp som studenter uten karakterkrav. Til studier som utdanner for

Mange og store utfordringer

undervisning på de laveste trinnene (tabell 3.4), er det flere land som ikke setter krav til karakter i matematikk, slik som for eksempel Tyskland og USA. Polen og Singapore har på samme måte som Norge krav om karakter fra videregående skole, mens Taiwan i tillegg har krav om matematikkurs etter videregående skole.

Tabell 3.4 Krav til matematikk ved opptak til lærerutdanning for barnetrinnet.

Ingen krav	Canada, Chile, Georgia, Malaysia, Filippinene, Spania, Sveits, Tyskland, USA
Krav fra videregående skole	Botswana, Norge, Polen, Russland, Singapore, Thailand
Krav fra videregående skole og krav om matematikkurs etter videregående skole	Taiwan

Til studier som utdanner for undervisning på ungdomstrinnet (tabell 3.5), settes det gjennomgående høyere krav til matematikkbakgrunn. Både Tyskland og Singapore krever i tillegg til karakter fra videregående skole også matematikkurs på høyere nivå. Slik er situasjonen også for norske studenter som tar fag først og deretter PPU, men ikke for studenter i ALU og ALU+.

Tabell 3.5 Krav til matematikk ved opptak til lærerutdanning for ungdomstrinnet.

Ingen krav	Chile, Filippinene, Thailand, Sveits
Krav fra videregående skole	Botswana, Georgia, Malaysia, Norge, Oman, Polen, Russland, USA
Krav fra videregående skole og krav om matematikkurs etter videregående skole	Canada, Taiwan, Tyskland, Singapore, Spania

I Norge er en nyutdannet lærer som har bestått eksamen i fagene og dessuten bestått praksisperiodene, sertifisert til å undervise i skolen med mindre man er kjent uskikket som lærer. Det trengs ingen ytterligere godkjenningstest eller prøveperiode. Slik er det også i flere av de andre landene, deriblant Polen og Singapore, som vi ser i tabell 3.6. I Tyskland og USA derimot må studentene gjennom ytterligere kunnskapstester og må i løpet av en prøveperiode vise at de er skikket til å praktisere som lærer.

Tabell 3.6 Godkjenningskrav ved endt utdanning.

Bestått eksamen gir automatisk godkjenning til å praktisere som lærer	Botswana, Chile, Georgia, Malaysia, Norge, Polen, Russland, Singapore, Sveits, Thailand
Godkjenning etter beståtte tester utført av eksterne byråer	Canada, Filippinene, Oman, Spania
Godkjenning etter beståtte kunnskapstester og vurdering av ferdighetene i en prøveperiode	Taiwan, Tyskland, USA

TEDS-landene ble delt inn i fire grupper ut fra i hvor stor og omfattende grad lærerutdanningsinstitusjonene blir evaluert, se tabell 3.7. Inndelingen er ordnet slik at det er økende kontroll fra gruppe 1 til gruppe 4. Norge og Polen ligger i gruppe 3. Tyskland, som er i gruppe 2, har svakere rutiner for intern evaluering. I USA, som vi finner i gruppe 4, må institusjonen og programmet evalueres eksternt, og utfallet av evalueringen kan i verste fall bli «ikke godkjent». Singapore har rutiner som ikke passer inn i noen av disse gruppene, men både institusjon og program er her under streng statlig overvåkning for å sikre kvaliteten. I tillegg blir internasjonale fageksperter engasjert til å gi evaluering av de ulike fagene i utdanningen, deriblant matematikk.

Tabell 3.7 Rutiner for evaluering og akkreditering av lærerutdanningsinstitusjonene i TEDS-landene i 2008.

Gruppe 1	Svake rutiner eller frivillige systemer kun for evaluering av lærerutdanningsprogram	Chile, Filippinene, Georgia
Gruppe 2	Generelle rutiner for evaluering av alle høyskoler og universiteter, men ingen rutiner spesifikt for lærerutdanningsinstitusjoner	Tyskland, Spania, Sveits
Gruppe 3	Generelle og spesifikke rutiner for interne evalueringer ved institusjonene, ingen krav om ekstern evaluering	Malaysia, Norge, Polen
Gruppe 4	Krav om ekstern, uavhengig evaluering av institusjoner og program, med mulighet for ikke å godkjenne	Botswana, Canada, Russland, Taiwan, Thailand, USA
Spesialtilfelle	Strengt feedbacksystem. Ekstern evaluering med innslag av utenlandske fageksperter	Singapore

I tabell 3.8 ser vi hvordan ulike mekanismer i kvalitetssikringen av lærerutdanningene er sammenliknet. Dette leder til en samlet vurdering av kvalitetssikringen totalt i de ulike landene. Det er, som vi ser, variasjoner i hvilke områder kvalitetssikringen er sterk og svak på i de ulike landene. Taiwan og Singapore er de to landene med høyest grad av kvalitetssikring. Norge har en

Mange og store utfordringer

moderat til lav grad av kvalitetssikring. Polen og USA har en moderat grad, mens Tyskland har strenge opptakskrav og godkjenningskrav og dermed en moderat til høy grad av kvalitetssikring totalt.

Tabell 3.8 Omfang og styrke av kvalitetssikringsmekanismer i lærerutdanningene.

	Sentral kontroll over antall studenter	Markedsføring av læreryrket	Opptakskrav	Evalueringsprogram og institusjoner	Godkjenningskrav	Grad av kvalitetssikring totalt
Botswana						Moderat
Canada						Moderat
Chile						Lav
Filippinene						Lav
Georgia						Lav
Malaysia						Moderat
Norge						Moderat/lav
Oman						Lav
Polen						Moderat
Russland						Moderat/høy
Singapore						Høy
Spania						Moderat/lav
Sveits						Moderat
Taiwan						Høy
Thailand						Lav
Tyskland						Moderat/høy
USA						Moderat



3.5 Oppsummering

Lærerutdanningene som er registrert i TEDS-landene, kan deles inn i to hovedgrupper, integrerte studier og følgestudier. Den norske allmennlærerutdanningen (som fra 2010 er erstattet med grunnskolelærerutdanningen)

er eksempel på et integrert studium der fag, pedagogikk og praksis er vevd sammen. PPU-utdanningen er eksempel på et følgestudium, der fagutdanningen tas først og blir etterfulgt av den praktisk-pedagogiske påbygningen. Internasjonalt finner vi i de fleste land begge typer utdanning, slik som i Norge.

I perioden for innsamling av data i TEDS-studien var Norge alene om å ha en allmennlærerutdanning som utdannet lærere i så langt spenn som fra 1. til 10. trinn. Tendensen internasjonalt er at de som utdannes til allmennlærere, får undervisningskompetanse for de laveste trinnene, oftest for færre trinn og sjelden over 8. trinn. Ved utdanninger som sertifiserer til å undervise i alle fag, er det vanligste spennet fra 1. til 6. trinn. I Norge var 2009 det siste året studenter ble tatt opp på den tradisjonelle allmennlærerutdanningen. Den ble avløst av en delt grunnskolelærerutdanning som enten sertifiserer for undervisning i alle fag fra 1. til 7. trinn eller for utvalgte fag fra 5. til 10. trinn.

Utdanningens varighet varierer lite mellom de enkelte landene. I Norge er utdanningen 4-årig eller 5-årig (master). I de andre landene varer de fleste utdanningene i 4–5 år, med noen få eksempler på 3 år og 6 år.

Landene som deltok i TEDS-studien, ble bedt om å plassere læreryrkets status i én av de tre kategoriene *høy*, *middels* eller *lav*. Norge plasserte seg i kategorien lav. Canada, Taiwan og Singapore plasserte seg i kategorien høy, mens de fleste landene, deriblant Tyskland, Polen og USA, plasserte seg i kategorien middels status.

Læreryrkets status kan imidlertid se ut til å bedre seg hvis vi legger de siste års søkertall til grunn. Antall primærseekere til allmennlærerutdanningen økte fra 2008 til 2011 med rundt 50 %. I den forbindelse uttalte forsknings- og høyere utdanningsminister Tora Aasland: «I 2008 var læreryrket dårlig ansett og ofte dårlig omtalt. De siste tre årene har mange vært med på å snu denne trenden. Vi ser at statusen til læreryrket er i ferd med å øke, og det gir en positiv virkning» (NRK, 2011).

I Norge bevilger Kunnskapsdepartementet midler til et visst antall studieplasser ved de ulike institusjonene. I tillegg kan institusjonene selv velge å ta opp flere studenter som de da ikke får like god økonomisk dekning for. Derfor har de sentrale myndighetene relativt svak kontroll med antall studieplasser som tilbys i lærerutdanningene. Det samme gjelder i USA, mens de sentrale myndighetene i Tyskland og Polen har en middels kontroll. Singapore er et av de landene som havner i den tredje og siste kategorien med sterk statlig kontroll over antall studieplasser.

Mange og store utfordringer

Norsk matematikkråd (NMR) har i en årrekke testet matematikkunnskapene til blant andre lærerstudentene ved studiestart. NMR konkluderte i 2001 med at resultatene ikke var tilfredsstillende, og resultatene har blitt enda svakere i perioden fra 2001 til 2009. Fra 2006 ble det innført minstekrav om karakteren 3 i matematikk og norsk ved opptak til allmennlærerstudiet, men det har ikke resultert i signifikant bedring på NMR-testene.

Ved opptak til lærerstudiet for barnetrinnet har flere land liknende krav som Norge, mens noen av landene, for eksempel Tyskland og USA, ikke har noen karakterkrav i matematikk. Til lærerstudiet for ungdomstrinnet er kravene større. Polen og USA har samme krav som Norge, mens Tyskland og Singapore for eksempel krever gjennomført matematikkurs på høyere nivå i tillegg til karakterkrav fra videregående skole.

Nyutdannede lærere i Norge er sertifisert til å undervise i skolen. De må ikke gjennom ytterligere testing eller godkjenning. Slik er det også i de fleste andre land. Men i noen land, slik som Tyskland og USA, må de nyutdannede lærerne gjennom ytterligere kunnskapstester, og etter en prøveperiode må de vise at de er skikket til å praktisere som lærer.

NOKUT foretok en evaluering av allmennlærerutdanningen ved de ulike institusjonene i 2005–2006. Det går flere år mellom hver gang slike evalueringer ved institusjonene foregår, og det er ingen rutiner for når det skjer. Derfor er det kun spesifikke rutiner for interne evalueringer ved institusjonene i Norge. I Tyskland er det generelle rutiner for evaluering av høyskoler og universiteter generelt, men ikke spesielt for lærerutdanningene. USA er et av de landene hvor det er generelle krav om evaluering av institusjoner og utdanningsprogram, med mulighet for at resultatet ikke blir godkjent.

Kvalitetssikringen av lærerutdanningene ble vurdert samlet sett på grunnlag av flere parametere. Landene ble plassert i en av kategoriene *lav*, *moderat* eller *høy grad* av kvalitetssikring. Norge havnet etter en samlet vurdering i grenseområdet mellom moderat og lav grad av kvalitetssikring. Polen og USA har moderat grad, mens Tyskland ble vurdert til å ha moderat til høy grad av kvalitetssikring.

4 Norske lærerutdannere

Kristin Ran Choi Hinna, Høgskolen i Bergen

Knut Ole Lysø, Høgskolen i Sør-Trøndelag

I dette kapittelet presenterer vi noen resultater fra spørreundersøkelsen til de norske lærerutdannerne i TEDS om deres faglige og undervisningsmessige bakgrunn, deres forskningserfaring og deres syn på matematikk, læring og undervisningsmetoder. Dette inngikk som en del av komponent 2 om lærerutdanningene på institusjonsnivå (se kapittel 1 og 8 for mer om TEDS). Spørreundersøkelsen omfattet lærerutdannere i pedagogikk, matematikk og matematikkdiraktikk. I denne boka har vi valgt å slå sammen kategoriene matematikk og matematikkdiraktikk, siden det svært ofte er de samme personene som underviser begge deler. Både i analysene og i presentasjonen av resultatene bruker vi betegnelsene lærerutdannere i pedagogikk og lærerutdannere i matematikk eller de kortere termene pedagoger og matematikere.

4.1 Innledning

Lærerutdannere ved alle norske lærerutdanningsinstitusjoner med unntak av én er med i populasjonen for denne undersøkelsen. Grunnen til dette var at populasjonen skulle bestå av lærerutdannere på institusjoner der studentene tok eksamen i grunnkurset etter tredje eller fjerde semester. På denne institusjonen avla studentene eksamen etter andre semester, og institusjonen ble følgelig ikke tatt med. En forutsetning for å være medlem i populasjonen er at lærerutdannerne underviste de studentene som var med i TEDS-undersøkelsen. Mer presist omfatter populasjonen av lærerutdannere i matematikk de som underviste i det obligatoriske grunnkurset i matematikk på allmennlærerutdanningene (ALU), de som underviste i fordypningskurset i matematikk (ALU+) og lærerutdannere i matematikk ved PPU og masterutdanning. Alle kursene kvalifiserer for matematikkundervisning i grunnskolen og eventuelt i videregående skole. Lærerutdannerne i pedagogikk hadde pedagogikkundervisning for disse studentene. De 157 lærerutdannerne i Norge som inngikk i populasjonen, fordelte seg med

Mange og store utfordringer

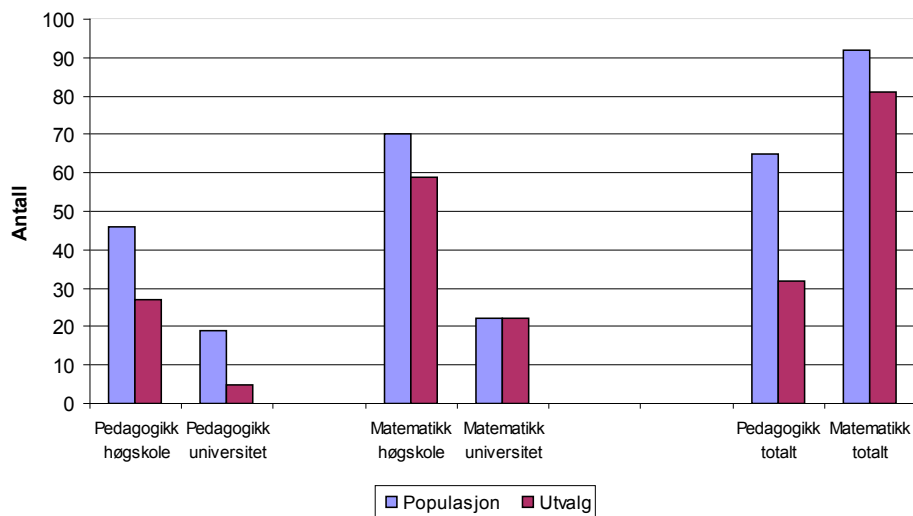
59 % i matematikk og 41 % i pedagogikk. I alt besvarte 113 av dem undersøkelsen – 27 fra universitetene og 86 fra de pedagogiske høyskolene. Fordelingen av fagtilhørighet og arbeidssted framgår av tabell 4.1 og figur 4.1.

Tabell 4.1 De 113 lærerutdannerne som svarte på spørreundersøkelsen, fordelt på fag og arbeidssted.

	Høgskole	Universitet	Totalt
Pedagoger	27	5	32
Matematikere	59	22	81
Totalt	86	27	113

I Norge ble spørreundersøkelsen av lærerutdannerne gjennomført elektronisk. Innsamling av våre data ble noe forstyrret da det var en annen undersøkelse av lærerutdannere, også denne elektronisk, som ble gjennomført omtrent samtidig. For mer om utarbeidelse av spørreskjemaer, oversetting, populasjon og utvalg henviser vi til kapittel 8.

Spørreskjemaet til lærerutdannerne var svært omfattende. I dette kapitlet har vi gjort et utvalg av spørsmål som vi presenterer resultatene fra, basert på relevans for sentrale matematikkfaglige spørsmål og oppfatninger i debatten om ny lærerutdanning, blant annet knyttet til Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009).



Figur 4.1 Antall lærerutdannere i populasjonen og antall som responderte, fordelt etter fag og arbeidssted.

Nær 90 % av lærerutdannerne i matematikk besvarte undersøkelsen, mens kun i underkant av 50 % av lærerutdannerne i pedagogikk gjorde det. Nesten 75 % av de høgskoleansatte besvarte undersøkelsen, mens 66 % av de universitetsansatte gjorde det. En skal legge merke til at 100 % av lærerutdannerne i matematikk ved universitetene besvarte undersøkelsen. Totalresponsen var i underkant av 72 %. Dette var for lavt til at de norske dataene ble med i den internasjonale rapporten. Her ble det forlangt minst 80 % respons for å bli tatt med (se kapittel 8 – IEA studier har et krav på 80 % deltakelse for at resultatene skal gjengis i internasjonale rapporter).

Med en svarprosent på nesten 90 har vi svært gode data om lærerutdannerne i matematikk. Vi har derimot usikre data når det gjelder lærerutdannerne i pedagogikk; spesielt mangler vi grunnlag for å trekke holdbare konklusjoner om pedagogene på universitetene. Siden disse resultatene likevel kan være interessante bakgrunnsvariabler som kan bli gjenstand for videre undersøkelser, velger vi en del steder å presentere data også for lærerutdannerne i pedagogikk, men da som samlet gruppe. *Vi understreker imidlertid at alle resultater om pedagoger i dette kapittelet må leses med forbehold på grunn av den svake responsraten!*

Spørreskjemaet er inndelt i tolv tematiske kategorier. Videre i dette kapitlet presenterer vi noen funn fra spørreskjemaundersøkelsen organisert etter disse kategoriene. Spørreskjemaet inneholder i alt 177 spørsmål og påstander lærerutdannerne skal ta stilling til. Blant disse har vi her valgt ut en del som etter vårt syn er interessante og viktige for debatten om norsk lærerutdanning. Enkelte steder gjør vi nærmere rede for kriterier for utvalg av spørsmål og påstander.

4.2 Lærerutdannelsens bakgrunn

Blant de lærerutdannerne som responderte, er 6 % professorer/dosenter/høgskoledosenter, 30 % førsteamanuenser/førstelektorer, 62 % amanuenser/universitetslektorer/høgskolelektorer og 2 % høgskolelærere. Den generelle fordelingen i allmennlærerutdanningen i Norge er i NOKUT (2006) beskrevet på følgende måte:

Den gjennomsnittlige andelen av de ansatte i allmennlærerutdanningen med
førstestillingskompetanse (førstelektor / førsteamanuensis / høgskoledosent /

Mange og store utfordringer

professor) er 32 prosent. Det synes å være en viss sammenheng mellom totalt antall årsverk og andelen med førstestillingskompetanse. De største byene og dermed de største allmennlærerutdanningsinstitusjonene har en relativt høy andel ansatte med førstestillingskompetanse. Imidlertid er det også enkelte mindre institusjoner som har en høy andel førstestillingskompetanse. (NOKUT, 2006, s. 44)

I utvalget vårt har 31 % av lærerutdannerne i matematikk doktorgrad eller tilsvarende opprykk til førsteamanuensis. Det er 6 % med tilsvarende utdanning i pedagogikk. NOKUT viser til at andelen med doktorgrad i fagene matematikk og pedagogikk er henholdsvis 26 % og 25 % (ibid., s. 45). For matematikerne samsvarer våre funn godt med NOKUT.

4.3 Undervisningserfaring fra skolen

Lærerutdanningen er blitt kritisert for å ha dårlig fotfeste i skolen:

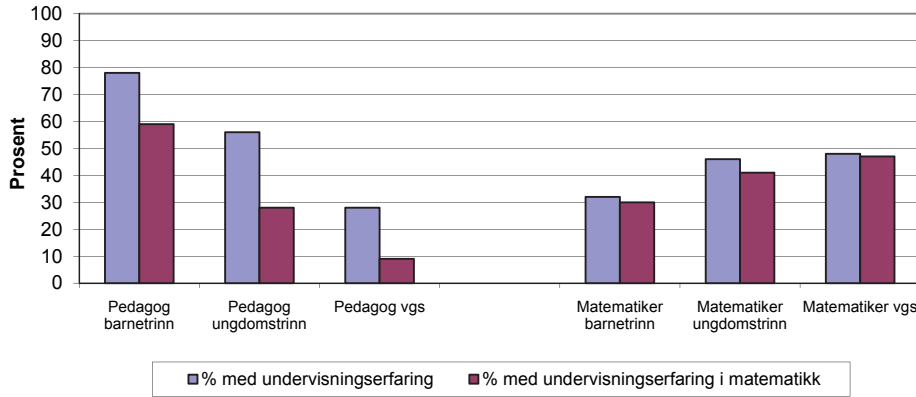
Evalueringspanelets hovedinntrykk er at integreringen av praksis, fagstudium, fagdidaktisk- og pedagogisk teori er en stor utfordring for allmennlærerutdanningen. (NOKUT, 2006, s. 5)

Det er derfor interessant å finne ut i hvor stor grad lærerutdannerne har med seg tidligere undervisningserfaringer fra læreryrket. Dette aspektet tas opp i denne delen av spørreskjemaet.

Lærerutdannerne ble bedt om å oppgi hvor mange år de har undervist på barne- og ungdomstrinnet og i videregående skole. Enkelte av dem lot spørsmålet stå ubesvart. Siden det for lærerutdannere synes viktig å vise til skoleerfaring, finner vi det rimelig å tolke et ubesvart spørsmål som at vedkommende ikke har erfaring fra det skoleslaget det spørres om.

Figur 4.2 viser hvor mange prosent av lærerutdannerne i pedagogikk og matematikk som har praksis på minst ett år fra ulike skoleslag, både generelt og i matematikk spesielt.

4 Norske lærerutdannere



Figur 4.2 Prosentandeler av lærerutdannerne med minst ett års undervisningserfaring generelt og i matematikk spesielt. Siden en lærerutdanner kan ha undervisningserfaring fra flere skoleslag, kan summene overstige 100 %.

Vi ser at profilene for lærerutdannerne i pedagogikk og i matematikk er ganske ulike. Når det gjelder pedagogene som besvarte spørreskjemaet, hadde de fleste praksis fra barneskolen, mens relativt få hadde praksis fra videregående skole. Blant lærerutdannerne i matematikk var det vanligst å ha praksiserfaring fra videregående skole og ungdomstrinnet. Dette mønsteret var det samme enten vi spurte om undervisningserfaring generelt eller om vi spurte om undervisningserfaring i matematikk spesielt. Det var langt flere lærerutdannere i pedagogikk som oppga å ha generell undervisningserfaring, enn de som oppga å ha undervisningserfaring i matematikk. Det gjaldt for alle trinn i skolen. Lærerutdannerne i matematikk hadde mye erfaring fra å undervise i matematikk.

Tabell 4.2 angir både prosentandelen av lærerutdannerne som har erfaring med undervisning, og hvor mange år de med erfaring har arbeidet i skolen i gjennomsnitt.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.2 Prosentandeler av lærerutdannerne med undervisningserfaring generelt og i matematikk spesielt, samt gjennomsnittlig varighet av denne erfaringen. Siden en lærerutdanner kan ha undervisningserfaring fra flere skoleslag, kan summene overstige 100 %.

	Prosentandel med undervisnings-erfaring	Gjennomsnittlig antall år	Prosentandel med undervisnings-erfaring i matematikk	Gjennomsnittlig antall år
Pedagoger barnetrinn	78	8	59	8
Pedagoger ungdomstrinn	56	5	28	4
Pedagoger videregående	28	3	9	4
Matematikere barnetrinn	32	4	30	4
Matematikere ungdomstrinn	46	7	41	8
Matematikere videregående	48	5	47	5

Denne tabellen indikerer at norske lærerutdannere jevnt over har en ikke ubetydelig erfaring som lærere i skoleverket.

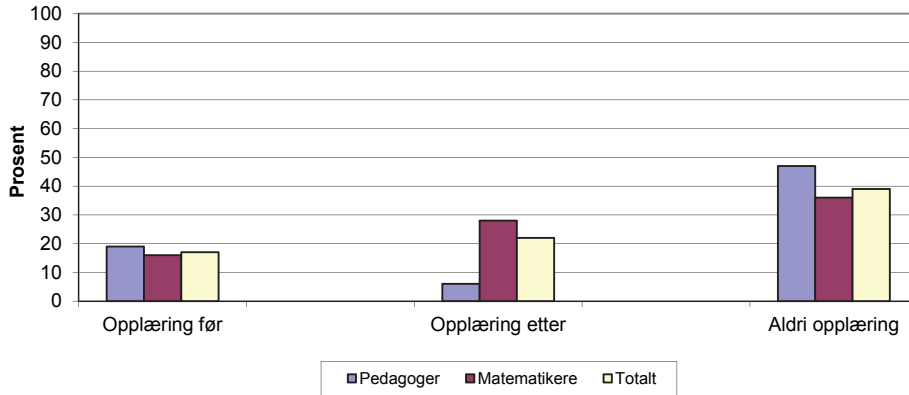
4.4 Opplæring til lærerutdanning

Lærerutdannerne ble spurt om de hadde fått særskilt opplæring i å undervise framtidige lærere. Det var to svaralternativer – ja eller nei – til hver av følgende tre påstander:

- A Jeg fikk særskilt opplæring før jeg begynte å undervise framtidige lærere.
- B Jeg fikk særskilt opplæring etter at jeg begynte å undervise framtidige lærere.
- C Jeg har aldri fått særskilt opplæring i å undervise framtidige lærere.

Andelen som svarer ja, er vist for hver påstand i figur 4.3.

4 Norske lærerutdannere



Figur 4.3 Prosentandeler av lærerutdannerne som svarer ja på påstandene A, B og C om opplæring til lærerutdanning.

Mens ja-andelen er noenlunde like stor blant matematikere og pedagoger når det gjelder opplæring før de begynte å undervise (påstand A), viser figur 4.3 at ja-andelen er desidert størst for lærerutdannerne i matematikk når det gjelder opplæring etter de begynte å undervise (påstand B). Søylene helt til høyre i figuren viser at svært mange lærerutdannere sier de ikke har fått særskilt opplæring i å undervise framtidige lærere (påstand C).

Også her var det en del lærerutdannere som lot spørsmålet stå ubesvart. Tabell 4.3 gir en mer nøyaktig beskrivelse av fordelingen av svarene på disse påstandene, hvor andelen ubesvart er ført opp som egen kategori.

Tabell 4.3 Prosentvis fordeling av de 113 lærerutdannelses svar på om de hadde fått opplæring i å undervise framtidige lærere før undervisningen startet, etter eller aldri.

	Før		Etter		Aldri	
	Pedagoger	Matematikere	Pedagoger	Matematikere	Pedagoger	Matematikere
Ja	19	16	6	28	47	36
Nei	63	65	72	58	47	49
Ubesvart	19	19	22	14	6	15

Tabellen viser at under 20 % av lærerutdannerne både i pedagogikk og i matematikk bekrefter at de har fått særskilt opplæring før de begynte egen undervisning (påstand A). Andelen som opplyser at de fikk opplæring etter at de selv begynte å undervise på høyskolen eller universitetet (påstand B), skiller

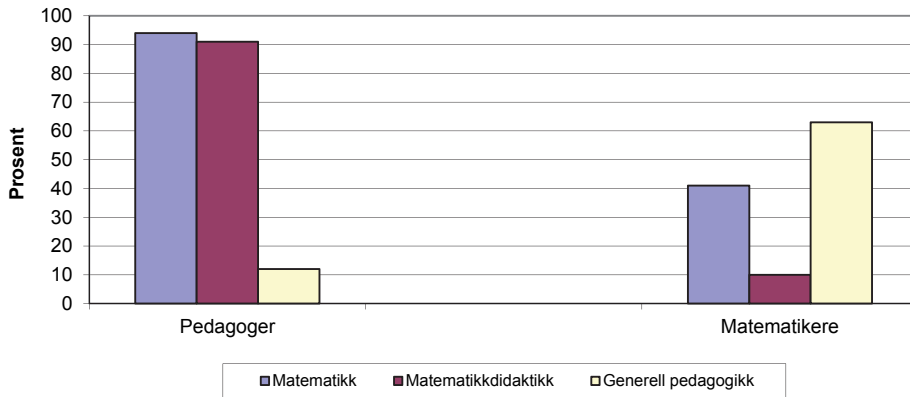
Mange og store utfordringer

seg klart på fag. Her viser det seg at det totalt er 25 lærerutdannere som svarer ja på påstanden, og alle unntatt to er lærerutdannere i matematikk. Nær halvparten av lærerutdannerne i pedagogikk opplyser at de aldri har fått særskilt opplæring (påstand C). Spørsmålet avklarer ikke type eller omfang av opplæringen. I Norge kan mange ha tenkt på generelle kurs i høyskole- eller universitetspedagogikk, mens andre kan ha tenkt på kollegaveiledning.

Lærerutdannere er sentrale aktører i etter- og videreutdanning av lærere i skoleverket. Det er følgelig av stor viktighet at denne gruppen er oppdatert og settes i stand til å innfri de ønskene dette markedet representerer. Et betimelig spørsmål å stille er hvorvidt lærerutdannerne selv får etter- og videreutdanning. Et sentralt punkt for å avdekke dette er i spørreskjemaet formulert slik:

Anslå det totale antall timer du har brukt som deltaker på yrkesrelaterte arrangement innenfor følgende områder de siste 12 måneder. **A.** Matematikk, **B.** Matematikkdiraktikk, **C.** Generell pedagogikk.

Selv om alternativene A og B rimeligvis er mest knyttet til lærerutdannere i matematikk og C tilsvarende for pedagogene, inviteres alle til å svare på alle disse tre alternativene. Dette er trolig grunnen til at en god del av de spurte har latt være å svare på noen alternativer. Det er nærliggende å tolke et ubesvart alternativ som at vedkommende ikke har deltatt på noen form for yrkesrelaterte arrangementer innenfor det fagfeltet. I figur 4.4 framstilles den samlede andelen av de som enten har svart *ingen etterutdanning* på disse alternativene, eller som har latt være å svare.



Figur 4.4 Prosentandeler av lærerutdannerne i henholdsvis pedagogikk og matematikk som svarer ingen deltakelse på etterutdanning eller lar spørsmålet stå ubesvart på henholdsvis alternativene matematikk, matematikkdiraktikk og generell pedagogikk.

Ikke overraskende viser figur 4.4 at de færreste pedagogene deltar på yrkesrelaterte arrangementer i matematikk eller matematikkdiraktikk. Imidlertid er det også vel 10 % i denne gruppen som ikke har deltatt på tilsvarende arrangementer i generell pedagogikk i løpet av de siste tolv månedene.

Blant lærerutdannere i matematikk er bildet noe mer nyansert. Omtrent 40 % oppgir å ikke ha deltatt på arrangementer i matematikk, mens 10 % angir det samme når det gjelder matematikkdiraktikk. Vi ser også at nær 60 % oppgir at de ikke har deltatt på yrkesrelaterte arrangementer innen pedagogikk. Det ser altså ut til at matematikere er mer tilbøyelige til å delta på arrangementer som de definerer som generell pedagogikk, enn hva pedagoger er når det gjelder arrangementer i matematikk eller matematikkdiraktikk.

Figur 4.4 gir bare en begrenset del av informasjonen i disse spørsmålene. På hvert spørsmål kunne en velge mellom fem svaralternativer. Disse alternativene og svarfordelingen i prosent fordelt etter fagene pedagogikk og matematikk finner vi i tabell 4.4.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.4 Prosentvis fordeling av de 113 lærerutdannerne på omfang av yrkesrelaterte arrangementer i matematikk, matematikkdiraktikk og generell pedagogikk.

Deltakelse	Matematikk		Matematikkdiraktikk		Generell pedagogikk	
	Pedagoger	Mate- matikere	Pedagoger	Mate- matikere	Pedagoger	Mate- matikere
Ingen	50	32	47	9	6	48
1–5 t	6	26	3	10	6	15
6–15t	0	15	3	11	9	14
16–35 t	0	6	0	16	16	5
> 35 t	0	12	3	53	56	4
Ubesvart	44	9	44	1	6	15

Ved første øyekast kan det se ut som om uforholdsmessig mange lot være å svare på disse anslagene. Imidlertid viser det seg at det er stort sett er pedagoger som har latt være å svare på spørsmålene om matematikk og matematikkdiraktikk, mens det stort sett er lærerutdannere i matematikk som lot alternativene stå blanke i spørsmålet om generell pedagogikk. Ser en på lærerutdannerne i matematikk isolert, viser tabellen at nær 60 % uttrykker at de i større eller mindre grad har deltatt på yrkesrelaterte arrangement innenfor matematikk. 90 % i denne gruppa sier de har gjort det i matematikkdiraktikk. To av de 32 pedagogene oppgir slik deltakelse i både matematikk og matematikkdiraktikk. Når det gjelder deltakelse på yrkesrelaterte arrangementer innenfor generell pedagogikk, svarer 88 % av lærerutdannerne i pedagogikk at de i større eller mindre grad har deltatt på dette. Her viser det seg at 37 % av lærerutdannerne i matematikk oppgir at de har deltatt på slike arrangementer.

Prosenttallene for deltakelse i matematikk og matematikkdiraktikk er relativt høye (selv om en del oppgir 1–5 timer, som ikke er særlig mye). En mulig årsak til dette er at en i Norge har en tradisjon med en etterutdanningskonferanse for lærerutdannere i matematikk en gang i året. Det er grunn til å tro at matematikerne tenker på denne som et yrkesrelatert arrangement. Konferansen går over 2–3 dager, og vi merker oss at 53 % av matematikerne har krysset av for svaralternativet «Mer enn 35 timer» for matematikkdiraktikk.

4.5 Forskningserfaring og tidsbruk

I Norge er målsettingen om forskningsbasert undervisning ved høyskoler og universiteter formulert i lovs form (Lov om universiteter og høyskoler: KD, 2005, § 1-3). Det har vært ulike oppfatninger om hva som ligger i begrepet *forskningsbasert undervisning*. Hovedstyret i Forskerforbundet definerte i oktober 2010 forskningsbasert undervisning slik:

Forskningsbasert undervisning foregår når vitenskapelig ansatte underviser innen sitt forskningsområde eller tilgrensende fagfelt, og når deres forskerkompetanse, forskererfaring og forskerinnsikt betyr noe for undervisningen. Forskningsbasert undervisning kan være formidling av etablert kunnskap, av ny anerkjent kunnskap eller av forskningsresultater som nettopp er blitt kjent. Begrepene omfatter også veiledning innen den ansattes fag.^{1*}

I Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, kap. 6.5)² heter det om forskningsbasert undervisning blant annet at:

En grunnleggende forutsetning er at den som underviser, skal formidle både vitenskapens normer for kritiserbarhet og alternative synspunkter, samt anerkjent, forskningsbasert kunnskap. Den som underviser, må selv forske eller være en del av et fagmiljø der det forskes og publiseres på områder som er relevante for studieprogrammet.

Det siste sitatet legger føringer for både institusjoner og lærerutdannere. Institusjonene må legge til rette for at de tilsatte får tid til forskning i sine arbeidsplaner. De bevilgende myndigheter må på sin side tilby en finansiering som gjør dette mulig. Forskerforbundet har i lengre tid påpekt disse forholdene. I et notat til Kunnskapsdepartementet 25.05.07 om tid til forskning etter Kvalitetsreformen heter det blant annet:

For å ivareta Stortingets vedtak og videreføre reformen er det derfor nødvendig med flere ansatte ved universitetene og høyskolene. Det eksisterer ikke gode beregninger på hvor mange årsverk som mangler, men Forskerforbundet

* Notene står til slutt i kapittelet.

Mange og store utfordringer

mener at 10 % økning i arbeidsmengde er et nøkternt anslag på behovet for økt arbeidskraft. I første omgang ber derfor Forskerforbundet om at den samlede budsjettrammen til institusjonene økes med om lag 600 millioner kroner slik at de kan tilpasse staben til den økte arbeidsbelastningen. Dette tilsvarer omtrent 1 000 nye faste stillinger. Disse stillingene er nødvendige for å opprettholde dagens aktivitetsnivå og kommer i tillegg til behovet for flere vitenskapelige stillinger som følge av økt forskningsinnsats.³

Ved tilsetting i universitets- og høyskolesystemet stiller «Forskrift om ansettelse og opprykk i undervisnings- og forskerstillinger» visse krav. For eksempel viser forskriften at en universitets- eller høyskolelektor forutsettes å ha høyere grads eksamen ved universitet, høyskole eller tilsvarende, ha «relevante forskningskvalifikasjoner utover mastergrads- eller hovedfagsnivå og/eller relevant yrkespraksis».

Dersom en tilsatt bare får rene undervisningsoppgaver, vil de forskningsmessige og utviklingsmessige kvalifikasjonene som etterspørres, raskt forvitre. Tvert imot er det nødvendig med et minimum av FoU og faglig oppdatering i arbeidsplanene, ikke minst for å tilfredsstille kravene i Universitets- og høyskoleloven (KD, 2005), hvor en i § 1–3, *Institusjonenes virksomhet*, blant annet kan finne:

Universiteter og høyskoler skal arbeide for å fremme lovens formål ved å:

- a) tilby høyere utdanning som er basert på det fremste innen forskning, faglig og kunstnerisk utviklingsarbeid og erfaringskunnskap.
- b) utføre forskning og faglig og kunstnerisk utviklingsarbeid.

Videre heter det i § 1–5, *Faglig frihet og ansvar*:

- (1) Universiteter og høyskoler skal fremme og verne akademisk frihet. Institusjonene har et ansvar for å sikre at undervisning, forskning og faglig og kunstnerisk utviklingsarbeid holder et høyt faglig nivå, og utøves i overensstemmelse med anerkjente vitenskapelige, kunstfaglige, pedagogiske og etiske prinsipper.

Ideen om forskningsbasert undervisning kan spores tilbake til den humboldtske universitetstradisjonen. Den bygger på en oppfatning om at det er en nær og positiv sammenheng mellom forskning og undervisning. I den opprinnelige

betydningen skulle undervisningen ta direkte utgangspunkt i lærerens egen forskning, men forskningsbasert undervisning i denne forstand, er ikke fullt ut realisert, verken i Norge eller i andre land. I en utredning for Norgesnettrådet gjør Berit Hyllseth (2001) rede for ulike tolkninger av begrepet og drøfter disse.

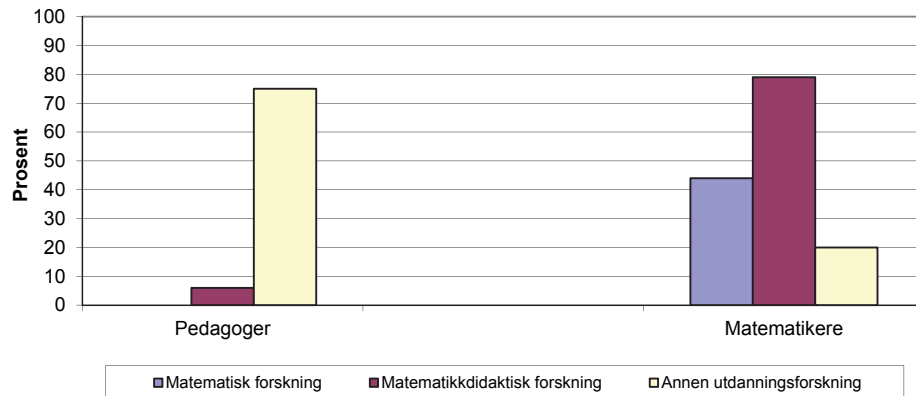
En kan slå fast at ulike aspekter omkring forskning ved universiteter og høyskoler er et aktuelt debattema i Norge. Følgende spørsmål i TEDS om lærerutdannelsens forskningserfaring er derfor både svært aktuelt og relevant:

Angi hvorvidt du noen gang har utført forskning innenfor hvert av følgende områder.

A: Matematisk forskning, **B:** Matematikkdiraktisk forskning og

C: Utdanningsforskning innenfor andre områder enn A og B.

Også i dette spørsmålet synes alternativene A og B å være mest knyttet til lærerutdannere i matematikk, men alle lærerutdannerne inviteres til å svare på alle disse tre alternativene. Vi registrerer at det er en del av de spurte som har latt være å svare på noen alternativer. Andelen innen hvert fagområde som svarer ja, er vist i figur 4.5.



Figur 4.5 Prosentandeler av lærerutdannerne i pedagogikk og matematikk som svarer ja på at de har drevet forskning innen områdene matematikk, matematikkdiraktikk eller annen utdanningsforskning.

Når det gjelder lærerutdannerne i pedagogikk, er det rimeligvis ingen som har krysset av for matematisk forskning. Figur 4.5 viser imidlertid at en liten andel av dem opplyser å ha drevet forskning innen matematikkdiraktikk. Tre av fire lærerutdannere i pedagogikk har drevet med utdanningsforskning

Mange og store utfordringer

innen annet fagområde. Som gruppe har lærerutdannerne i matematikk drevet forskning innen alle tre områdene. Mange har krysset av for forskning i matematikk, men flest i matematikkdiraktikk. Tabell 4.5 gir et mer detaljert bilde av svarfordelingen.

Tabell 4.5 Prosentvis oversikt over forskningserfaring.

	Matematisk forskning		Matematikkdiraktisk forskning		Utdanningsforskning	
	Pedagoger	Matematikere	Pedagoger	Matematikere	Pedagoger	Matematikere
Ja	0	44	6	79	75	20
Nei	78	47	78	16	19	68
Ubesvart	22	9	16	5	6	12

Vi ser at 79 % av lærerutdannerne i matematikk har drevet med matematikkdiraktisk forskning og at 75 % av lærerutdannerne i pedagogikk har forsket på andre utdanningsområder. Videre har 44 % av lærerutdannerne i matematikk oppgitt at de har forsket i matematikk. Det er uklart om disse prosenttallene refererer til forskning som del av lærerutdannelsens kompetanseoppbygging (for eksempel hovedfag, mastergrad eller doktorgrad) eller til forskning som del av ordinære arbeidsoppgaver en har på sin arbeidsplan. Siden majoriteten av lærerutdannerne arbeider ved en høyskole, er det forståelig at 47 % sier at de ikke har utført forskning innenfor matematikk. Dette kan også være forklaringen på at hele 79 % sier at de har utført forskning innenfor matematikkdiraktikk. Også internasjonalt er det en sterk økning i matematikkdiraktisk forskning på ulike områder (Grønmo & Onstad, 2009).

I 2005 oppgav 80 % av personalet i lærerutdanningene at de har brukt noe av arbeidstiden til FoU (Larsen & Kyvik, 2006). Antall publikasjoner anses imidlertid som liten, og en stor del ble klassifisert som utviklingsarbeid.

I lys av kravet om forskningsbasert undervisning skal en merke seg at om lag 1 av 4 lærerutdannere i pedagogikk og om lag 1 av 5 lærerutdannere i matematikk svarer benektende eller unnlater å svare på at de har drevet eget forskningsarbeid innen sine fagfelt.

I tabell 4.6 har vi spesifisert fordelingen av aktiviteter på lærerutdannelsens arbeidsplaner. Disse tallene framkommer gjennom svar på punktet:

Anslå hvor stor prosentandel av din arbeidstid som ble avsatt til hver av følgende typer aktiviteter de siste 12 måneder.

- A. Undervisning
- B. FoU
- C. Administrasjon
- D. Utvalgsarbeid etc.
- E. Annet

Tabell 4.6 Oversikt over tid avsatt til ulike arbeidsaktiviteter.

Aktivitet	Gjennomsnitt i prosent		Median i prosent	
	Pedagoger	Matematikere	Pedagoger	Matematikere
A: Undervisning	59	58	60	60
B: FoU	22	23	20	20
C: Administrasjon	18	11	10	10
D: Utvalgsarbeid etc	11	8	10	5
E: Annet	1	5	0	0

Rådataene viser store sprik i tidsangivelse. Eksempelvis er svarene på aktivitet A fra 0 % til 95 %. Av den grunn angir vi resultatet i form av beliggenhetsmål. Tabell 4.6 viser for eksempel at gjennomsnittlig andel avsatt til FoU (aktivitet B) er 22–23 %, mens medianprosenten på denne aktiviteten er 20 % blant lærerutdannerne i både pedagogikk og matematikk. Halvparten av lærerutdannerne har med andre ord en FoU-andel på 20 % eller mindre. På den andre siden viser tabellen at halvparten av de spurte sier de bruker minst 60 % av arbeidstiden til undervisning og undervisningsrelaterte aktiviteter. Disse tallene synes å være i samsvar med tidligere undersøkelser om tidsbruken i sektoren (ibid.). I 2005 var gjennomsnittlig tidsbruk 62 %, 20 % og 12 % på henholdsvis undervisning (inkludert veiledning), FoU og administrasjon for tilsatte i lærerutdanningene. Tabell 4.6 viser at det ikke eksisterer store forskjeller mellom arbeidsplanene til lærerutdannere i pedagogikk og matematikk. I aktivitetene B–E skal vi legge merke til at for begge kategorier lærerutdannere er gjennomsnittene større enn de respektive medianene. Dette innebærer at mer enn halvparten av de respektive lærerutdannerne har mindre avsatt tid enn gjennomsnittet i gruppen. Forholdet er motsatt i aktivitet A (undervisning).

En analyse av fordelingen mellom fag og arbeidssted avdekker at de høgskoleansatte i gjennomsnitt oppgir lavere undervisningsvolum enn de

Mange og store utfordringer

universitetsansatte, henholdsvis 57 % og 64 %. Denne forskjellen er for øvrig ikke signifikant, da usikkerheten (estimert standardavvik) viser seg å være på vel 10 %. Når det gjelder gjennomsnittstall for forskning og forskningsrelaterte aktiviteter, er det liten forskjell både mellom fagene og mellom ansatte ved universitetene og høgskolene. En mulig årsak til disse små avvikene kan være at lærerutdannere på de yngste universitetene forkludrer det tradisjonelle bildet av at universitetsansatte både har høyere FoU-andel og lavere undervisningsplikt enn tilsatte i høgskolesektoren.

4.6 Oppgaver til praksis

Studentenes møte med praksis er en viktig del av lærerutdanningen. I Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, s. 66) står det for eksempel om praksisopplæringen at:

Praksisnærhet og kritisk refleksjon over praksiserfaringene er kjerneelementer i lærerkvalifisering. Obligatorisk veiledet praksis betraktes derfor som en svært viktig del av lærerutdanningen. Det har vært et mål i alle senere reformer å styrke praksisopplæringens rolle som integrerende element.

NOKUTs evaluering av lærerutdanningen (2006) viser til at det er stor variasjon mellom institusjoner og fagområder. Noen institusjoner stiller høye forskningskrav til de faglig tilsatte, mens studenter stiller høye krav til skoleerfaring. «Dette innebærer en trippelkompetanse, fagkompetanse, didaktisk kompetanse og praksiskompetanse, som det tar tid å bygge» (KD, 2008–2009, s. 77).

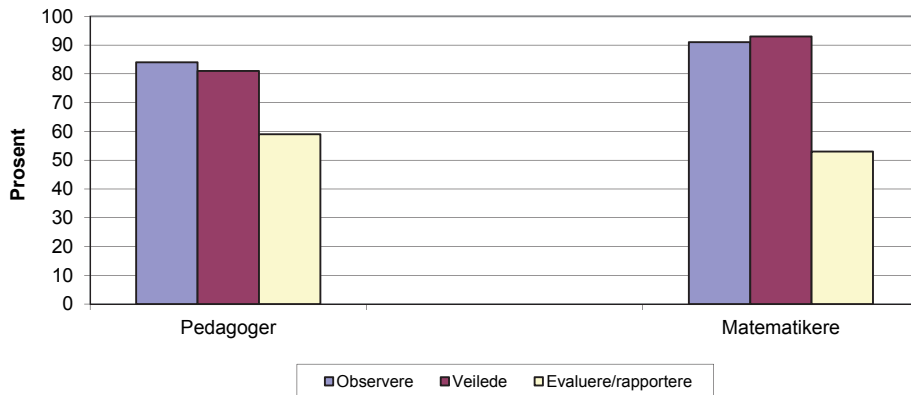
Integrering av praksisfeltet i lærerutdanningen kan sies å være i kontinuerlig utvikling. Stjernø-utvalget mente at ett av tiltakene for profesjonsutdanningene generelt er å «heve kvaliteten i praksis og gjennomgå ansvarsdelingen mellom utdanningsinstitusjonene og praksisfeltet med tanke på at de to partene i større grad blir sidestilt som læringsarenaer» (KD, 2008–2009, s. 57).

Alt i alt innebærer dette krav og forventninger til både institusjoner og tilsatte. Også TEDS-undersøkelsen tok for seg praksisfeltet, men mer på det individuelle planet. Under overskriften «Veiledning i praksis» var det i spørreskjemaet gitt følgende spørsmål:

Angi hvilke av følgende oppgaver som inngår i din rolle når studentene er i praksis

- A. Observere studentene når de underviser
- B. Veilede og gi råd til studentene om undervisningen deres
- C. Evaluere og/eller rapportere om kvaliteten på studentenes undervisning

For hver arbeidsoppgave kunne en svare *ja* eller *nei*. Figur 4.6 gir en visuell oversikt over svarfordelingen målt i prosentandeler av lærerutdannerne i henholdsvis pedagogikk og matematikk som har svart ja.



Figur 4.6 Prosentandeler av lærerutdannerne i pedagogikk og matematikk som svarer ja om arbeidsoppgaver i praksis.

Søylediagrammet viser at det andelsmessig er flere matematikere enn pedagoger som svarer ja på arbeidsoppgavene *observere* og *veilede*. De tallmessige resultatene er satt opp separat i tabell 4.7.

Tabell 4.7 Prosentvis oversikt over lærerutdannelses arbeidsoppgaver under praksis.

	Observere		Veilede		Evaluere/rapportere	
	Pedagoger	Mate- matikere	Pedagoger	Mate- matikere	Pedagoger	Mate- matikere
Ja	84	91	81	93	59	53
Nei	16	7	19	6	34	43
Ubesvart	0	1	0	1	6	4

Mange og store utfordringer

Svarfordelingen for *observere* og *veilede* viser samme tendens mellom de to fagene; lærerutdannerne i matematikk svarer noe oftere ja på begge disse to alternativene enn sine kolleger i pedagogikk. Den største forskjellen på andelen som svarer ja, er 12 prosentpoeng, og den finner vi mellom lærerutdannerne i rollen som veileder. Her er det 93 % av lærerutdannerne i matematikk som svarer ja mens tilvarende andel hos pedagogene er 81 %.

Dersom disse resultatene er representative, ser vi av andelene som har svart nei på *observere* og *veilede* at det kan synes langt fram før en kan konkludere med at praksisopplæringen er på det nivået myndighetene har uttrykt ønske om. Nær hver femte lærerutdanner i pedagogikk svarer nei på spørsmålet om hvorvidt de veileder og gir råd til studentene om undervisningen deres.

Det synes å eksistere ulik praksis angående faglæreres ansvar og oppgaver når det gjelder å vurdere studentenes utøvelse i praksis. Forskjellen mellom lærerutdannere i pedagogikk og matematikk med hensyn til andelen som svarer ja på denne arbeidsoppgaven, er kun 6 prosentpoeng. Totaltallene viser at 55 % svarer ja på at de er med på å evaluere/rapportere om kvaliteten på studentenes undervisning, mens 41 % svarer nei på dette. Fem lar være å besvare dette punktet. I alternativ C kunne en forvente at de aller fleste svarer nei siden evaluering og/eller rapportering om kvaliteten på studentenes undervisning i allmennlærerutdanningen er praksislærers ansvar. I praksisplaner^{4,5} ved ulike høyskoler finner vi at det er praksislæreren som fastsetter karakteren. For PPU er det formelt et samarbeid mellom øvingslærer og faglærer, men i praksis er det øvingslærer som har ansvar for å evaluere og/eller rapportere om kvaliteten på studentenes undervisning. I Norge er det stor forskjell på å evaluere og rapportere om kvaliteten på studentenes undervisning. Svaralternativ C dekker derfor et vidt spekter. Det er følgelig tvilsomt om validiteten er god.

En nærmere studie av rådataene viser at det er minimale forskjeller mellom universitetsansatte og høyskoleansatte når det gjelder ja-andeler på de tre omtalte områdene. Forskjellene er kun i størrelsesorden 5–7 prosentpoeng.

4.7 Kurset til lærerutdannerne

Av de ulike kursene lærerutdannerne underviste i, skulle de i denne kategorien velge ut det kurset de hadde størst nærhet til dette studieåret. Hvis det

var slik at de ikke underviste dette året, kunne de velge et kurs fra foregående studieår. Blant lærerutdannerne er det 30 som oppgir pedagogikk, 41 grunnkurset i matematikk (som er obligatorisk for alle studentene ved høyskolene) og 32 et påbygningskurs i matematikk (som er valgfritt for studentene). Det er 10 som ikke setter opp noe kurs. Noen nevner for eksempel GLSM, grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring, men ut fra kompetansen de oppgir, har vi valgt å plassere dem under henholdsvis pedagogikk eller grunnkurset i matematikk. Ut fra kurset som oppgis er det vanskelig å se hvilke faglærere som underviser på PPU der kursene ofte er rene didaktiske kurs.

Det første spørsmålet i denne kategorien gikk på hva slags type framtidige lærere som fulgte kurset. Her oppgir 86 % av lærerutdannerne at deres studenter ønsker å bli lærere i grunnskolen, 66 % svarer at studentene ønsker å bli lærere på ungdomsskolen eller videregående skole. Nær 17 % uttrykte at de ikke visste hvilket yrke studentene ville velge etter endt utdanning. Disse prosentandelene må ses i lys av hvor lærerutdannerne jobber. Er undervisningen for eksempel knyttet til generell matematikk, er det ikke råd for faglæreren å vite noe om studentenes framtidige yrke. Strengt tatt er det heller ikke sikkert at en lærerstudent på høyskolene ender opp som lærer, men spørsmålet er nok myntet på hvilken retning den aktuelle utdanningen gir.

Et annet av spørsmålene i denne kategorien lød:

Hvilket av følgende alternativer beskriver best hovedinnholdet i dette kurset?

Svaralternativene med tilhørende prosenttall fra alle lærerutdannere er:

A: I dette kurset studerer studentene matematikk	4 %
B: I dette kurset studerer studentene matematikdidaktikk	15 %
C: I dette kurset studerer studentene generell pedagogikk	24 %
D: I dette kurset studerer studentene både matematikk og pedagogikk	57 %

Kun én lærerutdanner lot spørsmålet stå ubesvart.

Splittet vi disse prosenttallene etter fagene pedagogikk og matematikk, framkommer tabell 4.8.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.8 Prosentvis oversikt over type kurs.

	Matematikk	Matematikk- didaktikk	Generell pedagogikk	Matematikk og pedagogikk
Pedagoger	0	3	84	13
Matematikere	5	20	0	74

Tabell 4.8 viser rimeligvis klare forskjeller mellom lærerutdannerne i pedagogikk og matematikk. Svaralternativene B og D kan lett ha skapt problemer. Vi er ikke kjent med at en i Norge i ett og samme kurs underviser generell pedagogikk og matematikk (D), men undervisningen i matematikk inneholder ofte matematikkdiraktiske komponenter. For Norges del stiller vi oss følgelig tvilende til validiteten i dette svaralternativet.

4.8 Innhold i kurs i matematikk og matematikkdiraktikk

Denne delen er viet lærerutdannere som har knyttet besvarelsen i punkt 4.7 til et kurs i matematikk eller matematikkdiraktikk. Analysen viser for øvrig at noen lærerutdannere i pedagogikk også har besvart deler av disse spørsmålene, men de er tatt bort slik at de ikke er medregnet i analysen.

Matematikk oppfattes som et av de mest sentrale fagene i grunnskolen. I allmennlærerutdanningen ble faget obligatorisk først i 1990. Omfanget var da et kvart år, tilsvarende 15 studiepoeng. I 1998 ble den obligatoriske delen utvidet til 30 studiepoeng. (Mer om dette i kapittel 3.)

Et av spørsmålene i dette avsnittet lyder:

Hvor ofte gir du studentene mulighet til å gjøre følgende i kurset ditt?

I spørreskjemaet er det listet opp ni aktiviteter. I denne presentasjonen har vi plukket ut fire av dem. Karakteristisk for disse aktivitetene er at de angår det konkrete møtet med elever i grunnskolen (aktivitet A gjennom å skaffe seg innsikt i læreplanverket for skolen). Den nasjonale planen er den *intenderte læreplanen* som er godkjent av politikerne. Når lærerne analyser læreplanen, legger planer for undervisningen og iverksetter disse planene i klassen, utformer de hver sin *implementerte læreplan*. Elevenes læringsutbytte blir den *realiserte læreplanen*. Goodlad (Imsen, 2009, s. 139) skriver om læreplanens fem ansikter for å vise at læreplaner ikke er det samme som virkeligheten. Tre

av aktivitetene (B, F og H) er sentrale gjøremål knyttet til undervisning, som da blir en del av den implementerte læreplanen.

A: Analysere og ta i bruk den nasjonale læreplanen i matematikk for skolen.

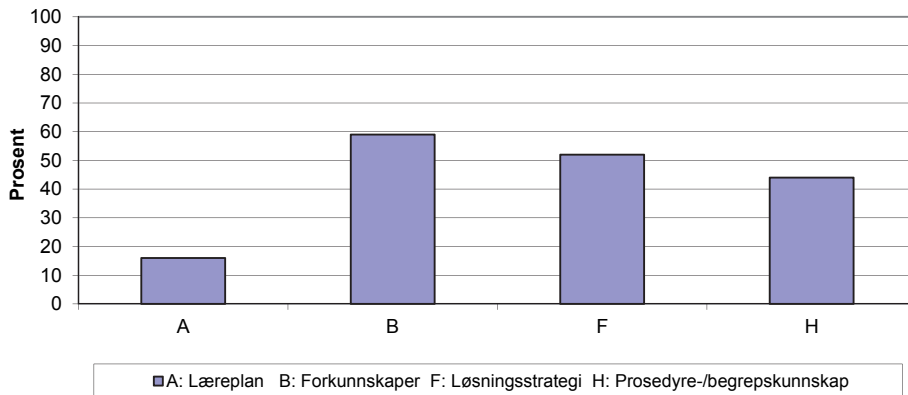
B: Bygge på elevenes forkunnskaper i matematikk og deres resonnerende evne.

F: Lære hvordan en kan utforske ulike løsningsstrategier sammen med elevene.

H: Se forskjellen mellom prosedyrekunnskap og begrepskunnskap når studentene underviser elever om matematiske begreper og operasjoner.

For hver aktivitet er det fire svaralternativer: *aldri*, *sjelden*, *av og til* og *ofte*. Det kan stilles spørsmål om det er tydelig nok forskjell mellom alternativene *sjelden* og *av og til*.

Figur 4.7 angir hvor mange prosent av lærerutdannerne som har krysset av for ofte i de aktuelle aktivitetene.



Figur 4.7 Prosentandeler av lærerutdannerne i matematikk som svarer ofte om ulike aktiviteter i kurset sitt.

De ulike aktivitetene vektlegges forskjellig av lærerutdannerne i matematikk. Figuren viser at det er lavest oppslutning om aktivitet A: *analysere og ta i bruk den nasjonale læreplanen i matematikk for skolen*, og størst oppslutning om aktivitet B: *bygge på elevenes forkunnskaper i matematikk og deres resonnerende evne*. Resultatene er mer detaljert framstilt i tabell 4.9. Her har vi valgt å slå sammen kategoriene *sjelden* og *av og til*.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.9 Prosentvis fordeling av svar på spørsmål om bruken av ulike aktiviteter i matematikkurset.

	A: Læreplan	B: Forkunnskaper	F: Løsningsstrategier	H: Prosedyre-/begrepskunnskap
Aldri	5	3	4	5
Sjelden / Av og til	77	36	43	48
Ofte	16	59	52	44
Ubesvart	3	3	1	3

I denne tabellen skal vi legge merke til prosentandelen som framkommer under alternativet aldri for aktivitet A. 5 % opplyser at de aldri gir studentene mulighet til å analysere og ta i bruk den nasjonale læreplanen i matematikk for skolen. I motsatt ende er det samtidig relativt få som uttrykker at de gjør dette *ofte*. En mulig årsak til dette er at i de senere årene er rammefaktorene (for eksempel timetall og gruppestørrelse) for frontalundervisning i lærerutdanningen blitt vesentlig forverret. Flere institusjoner rapporterer om strammere økonomiske rammer i forbindelse med det nye finansieringssystemet som ble innført i kjølvannet av Kvalitetsreformen i 2003. Omleggingen av finansieringen har flere steder ført til reallokering av ressurser fra undervisning til forskning. Flere institusjoner har tatt opp langt flere studenter enn antall studieplasser Kunnskapsdepartementet har bestemt, i håp om å rette opp økonomien. Konsekvensen av disse tiltakene er større undervisningsenheter og færre undervisningstimer per student.

Sentralt i Kvalitetsreformen er vektleggingen av studentaktive arbeidsformer. Ser en dette i lys av Rammeplanen (UFD, 2003), hvor en framhever at studentene skal «kunne undervise etter gjeldende læreplan for grunnskolen» (s. 25) og at de må ta ansvar for egen læring, peker det mot at studentene selv må være mer aktive for å skaffe seg innsikt i lærestoffet. Sammen med de andre kravene Kvalitetsreformen setter, utgjør dette et større press i lærerutdanningen, noe som har ført til at studenter selv må ta ansvar for å sette seg inn i deler av målene i rammeplanen og fagplanen for kurset. Dette kan ha uheldige konsekvenser: «Omfanget av organisert undervisning i de nye høyskolene ble redusert. Økt selvstudium ble forutsatt. Undersøkelser foretatt i forbindelse med evalueringen tydet ikke på at omfanget av lærestudentenes selvstudium hadde økt etter reformen» (KD, 2008–2009, s. 69).

Rammefaktorene for kvalitet i undervisning og forskning er nært knyttet til finansiering og arbeidsbetingelser. I Forskerforbundets innspill⁶ av 26.06.07 til Kunnskapsdepartementets stortingsmelding om oppfølging av kvalitetsreformen heter det blant annet:

For å bedre arbeidssituasjonen for vitenskapelig ansatte ved universiteter og høyskoler og øke den sammenhengende tiden til forskning og utviklingsarbeid uten å redusere studentrelaterte aktiviteter, må institusjonene tilføres økte ressurser til opprettelse av flere faste, kombinerte stillinger. Beregninger Forskerforbundet har gjort, anslår behovet til om lag 1000 nye stillinger. Dette er helt avgjørende for at Stortingets vedtak om å opprettholde prinsippet om forskningsbasert undervisning skal innfris.

Når det gjelder aktivitetene B og F, er det over 50 % som sier de *ofte* gir studentene anledning til å jobbe med emner knyttet til elevenes forkunnskaper og ulike løsningsstrategier, men fortsatt er det henholdsvis 36 % og 43 % som svarer *sjelden* eller *av og til* på de samme spørsmålene. Med tanke på idealet om eksemplarisk undervisning skulle en forvente en høyere prosentandel på *ofte* her. Det ville også underbygge Kunnskapsløftets (2006) vektlegging av å ta utgangspunkt i elevens kunnskap og ulike løsningsstrategier.

For lærerutdannere i matematikk er særlig aktivitet H sentral. En ønsker at studentene (og deres elever) utvikler begrepskunnskaper og relasjonsforståelse framfor prosedyrekunnskaper og instrumentell forståelse. «Målet er derfor greit: Vi må som lærere ta sikte på å unngå å utvikle instrumentell forståelse. Det er relasjonsforståelse som gir elevene et utgangspunkt for nye erobringer» (Solvang, 1992, s. 98). Mellin-Olsen (1984) beskriver samme forhold. Tabellen viser at under halvparten (44 %) av lærerutdannerne i matematikk svarer *ofte* på dette spørsmålet.

4.9 Innhold i kurs i pedagogikk

Denne delen er viet lærerutdannere som i avsnitt 4.7 har knyttet besvarelsen til et kurs i pedagogikk. Analysen av rådataene viser at noen lærerutdannere i matematikk også har besvart deler av disse spørsmålene, men de er tatt bort, slik at de ikke er medregnet i analysen.

Mange og store utfordringer

Pedagogikkfaget har hatt en sentral plass i lærerutdanningen. Fagets stilling og innretting har skiftet i takt med de ulike reformer av lærerutdanningen (KD, 2008–2009, s. 65) (se også kapittel 3). Fagets innhold er en del av diskusjonen. I TEDS-undersøkelsen lyder ett av spørsmålene til lærerutdannerne i pedagogikk:

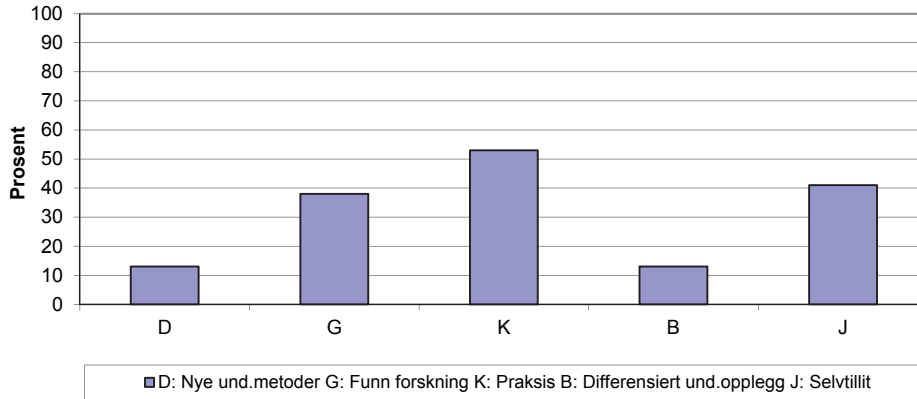
Hvor ofte gir du studentene mulighet til å gjøre følgende i kurset ditt?

I spørreskjemaet er det listet opp tolv aktiviteter av ulik karakter. Dette er aktiviteter som vil kunne prege undervisningen i faget. I denne presentasjonen betrakter vi fem av aktivitetene nærmere. Felles for tre av aktivitetene (D, G og K) er at de inneholder elementer av en utviklingsorientert undervisning (Grevholm, 2007; Bergsten, Grevholm & Favilli, 2009). De to andre aktivitetene (B og J) uttrykker to ulike aspekter av tilpasning av undervisningen til den enkelte elev (tilpasset opplæring). Dette er svært sentralt i norsk skole og blir derfor løftet fram i denne boka. Læreplanen for kunnskapsløftet (LK06) refererer til opplæringsloven § 1–2. Her pålegges våre framtidige lærere å kunne gi tilpasset opplæring til den enkelte elev.

- D. Observere lærere som demonstrerer nye undervisningsmetoder
- G. Lære hvordan funn fra forskning kan brukes til å forbedre kunnskap og praksis
- K. Identifisere muligheter for å endre eksisterende praksis
- B. Utvikle forskningsprosjekter for å vurdere undervisningsopplegg for elever med ulike evner
- J. Utvikle metoder for å øke elevers selvtillit og følelse av mestring

For hver aktivitet er det fire svaralternativer: *aldri*, *sjelden*, *av og til* og *ofte*.

Figur 4.8 angir hvor mange prosent av lærerutdannerne som har krysset av for *ofte* i de aktuelle aktivitetene.



Figur 4.8 Prosentandeler av lærerutdannerne i pedagogikk som svarer ofte om ulike aktiviteter i kurset sitt.

Figur 4.8 viser klart at av disse fem aktivitetene er det B og D det er minst oppslutning om.

Av de tre aktivitetene som innebærer en utviklingsorientert undervisning, er det klart færrest som har krysset av for *ofte* i aktivitet D: *observere lærere som demonstrerer nye undervisningsmetoder*. En grunn til denne lave oppslutningen kan være at det er praktisk vanskelig å få det til. I undervisningen er det noe lettere å ha fokus på mulighetene for å endre eksisterende praksis (K), og mer enn halvparten av lærerutdannerne i pedagogikk har krysset av for svaralternativet *ofte* her.

I Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, s. 22) leser vi at:

Lærerutdanning og praksisskole må samarbeide om undervisningsopplegg i pedagogikk og elevkunnskap, praksisopplæring og teorifag. Det må derfor utvikles tettere samarbeidsformer og gode rutiner for å sikre bedre koordinering mellom de to læringsarenaene. Samarbeidet må i større grad omfatte utveksling av kunnskap og lærerkrefter. De gode praktikerne må i større grad trekkes inn i lærerutdanningene, og faglærerne og forskerne i lærerutdanningene må oftere bidra i skolens virksomhet.

Kommer man i mål på denne utfordringen, kan vi forvente at aktivitet D i framtiden kan skåre høyere på *ofte*.

Mange og store utfordringer

Aktivitet B omtaler utvikling av forskningsprosjekter som en del av undervisningen. Dette kan synes noe pretensiøst, og den lave oppslutningen om svaralternativet *ofte* skyldes trolig at det ikke drives direkte forskning på elever med ulike evner, selv om innholdet i kurset kan ha fokus på dette temaet. På samme måte kan undervisningen legge vekt på elevenes selvtillit og viktigheten av at de føler mestring i faget (aktivitet J) uten at det utvikles metoder for dette. Imidlertid må en svarprosent på om lag 40 på denne aktiviteten sies å være høy.

Også her vil vi kunne forvente en større svarprosent etter innføringen av den nye grunnskolelærerutdanningen. Vi referer fra Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, s. 20): «Pedagogikklærerne må samarbeide med fag- og praksislærere om undervisning, praktiske oppgaver og FoU-prosjekter der teori og praksis kan møtes. Faget må både være praksisnært og forskningsbasert.»

Resultatene er mer detaljert framstilt i tabell 4.10, hvor vi har valgt å slå sammen kategoriene *sjelden* og *av og til*.

Tabell 4.10 Prosentvis fordeling av svar på spørsmål om bruken av ulike aktiviteter i pedagogikk.

Aktivitet	D: Nye undervisningsmetoder	G: Funn forskning	K: Endre praksis	B: Differensiering	J: Selvtillit
Aldri	16	3	0	13	0
Sjelden / av og til	66	50	41	69	50
Ofte	13	38	53	13	41
Ubesvart	6	9	6	6	9

Hovedtrekkene i tabellen er at de utvalgte aktivitetene ikke kan sies å spille en dominerende rolle i undervisningen i pedagogikk. Dette gjelder spesielt aktivitetene B: *utvikle forskningsprosjekter for å vurdere undervisningsopplegg for elever med ulike evner*, og D: *observere lærere som demonstrerer nye undervisningsmetoder*, hvor mer enn 6 av 10 pedagoger svarer *sjelden* eller *av og til*. Disse to aktivitetene har også den laveste oppslutningen i kategorien *ofte*. Imidlertid ser vi at mer enn halvparten av pedagogene uttrykker at de ofte lar studentene identifisere muligheter for å endre eksisterende praksis. Når det gjelder aktivitetene G: *lære hvordan funn fra forskning kan brukes til å forbedre kunnskap og praksis*, og J: *utvikle metoder for å øke elevers*

selvtillit og følelse av mestring, har om lag halvparten av utvalget krysset av for *sjelden/av og til* eller *aldri*.

Avslutningsvis i dette avsnittet minner vi om at dataene for pedagogene er usikre grunnet den lave svarprosenten, slik at konklusjonene må tas med forbehold.

4.10 Kursinnhold generelt

Mens avsnittene 4.8 og 4.9 var spesielt viet lærerutdannere i henholdsvis matematikk og pedagogikk, var det meningen at alle lærerutdannere skulle besvare spørsmålene i denne delen av undersøkelsen.

Et av spørsmålene i avsnittet lyder:

Hvor ofte gir du studentene mulighet til å gjøre følgende i kurset ditt?

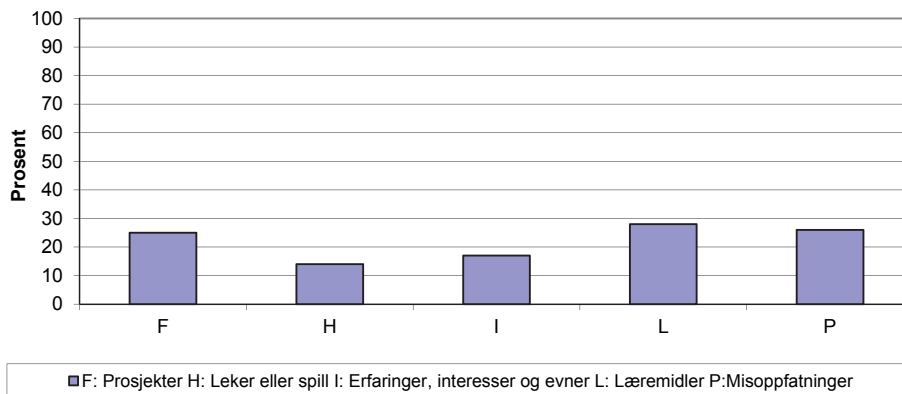
I spørreskjemaet er det listet opp i alt 17 aktiviteter som like gjerne er aktuelle i pedagogikkfaget som i matematikk. Siden TEDS er en undersøkelse om matematikklærerutdanning, er vi mer interesserte i å finne ut i hvor stor grad disse aktivitetene er en del av utdanningen i matematikk enn i pedagogikk. I lys av Piagets utviklingsteori og spesielt den konkret-operasjonelle periode, vil det være interessant å se omfanget disse aktivitetene har i undervisningen for framtidige lærere. Vi har på denne bakgrunn valgt ut fem aktiviteter, der fire av dem (F, H, I og L) er nært knyttet til praktiske elevaktiviteter i klasserommet, mens en aktivitet (P) mer assosieres med en teoretisk forberedelse til undervisningen i klasserommet:

- F. Lage prosjekter som motiverer alle elever til å delta
- H. Utvikle interessevekkende leker eller spill som egner seg som undervisningsaktivitet
- I. Utvikle undervisningsmateriell som bygger på elevenes egne erfaringer, interesser og evner
- L. Finne passende lærestoff og undervisningsmateriell
- P. Ta utgangspunkt i elevenes misoppfatninger i planlegging av undervisning

For hver aktivitet er det fem svaralternativer: *aldri*, *sjelden*, *av og til*, *ofte* og *passer ikke*.

Mange og store utfordringer

Figur 4.9 viser hvor mange prosent av lærerutdannerne i matematikk som har krysset av *ofte* for de aktuelle aktivitetene.



Figur 4.9 Prosentandeler av lærerutdannerne i matematikk som svarer ofte om ulike aktiviteter i kurset sitt.

Figur 4.9 viser at de gitte aktivitetene ikke utøves særlig hyppig. Størst oppslutning ser vi det er for aktivitet L: *finne passende lærestoff og undervisningsmateriell*. Vi merker oss at en såpass kreativ aktivitet som H: *utvikle interessevekkende leker eller spill som egner seg som undervisningsaktivitet*, har lavest oppslutning. Resultatene er mer detaljert framstilt i tabell 4.11, hvor vi har valgt å slå sammen kategoriene *sjelden* og *av og til*.

Tabell 4.11 Prosentvis fordeling av svar på spørsmål om bruken av ulike aktiviteter blant lærerutdannerne i matematikk.

Aktivitet	F: Motiverende prosjekter	H: Leker, spill	I: Erfaringer, interesser, evner	L: Læremidler	P: Misoppfatninger
Aldri	10	14	12	5	7
Sjelden / av og til	57	69	63	58	58
Ofte	25	14	17	28	26
Passer ikke	6	1	5	6	6
Ikke svart	2	2	2	2	2

Kun et fåtall av lærerutdannerne i matematikk har krysset av for alternativet som uttrykker at aktivitetene ikke passer inn i undervisningen. Betrakter vi oppslutningen i alternativ L, som går på å finne passende lærestoff og

undervisningsmateriell, har vi ikke noe nærmere informasjon, men det synes rimelig å anta at lærerutdannerne finner anledning til dette i sammenheng med praksisperioder. I så måte skal en merke seg at utvikling av interessevekkende leker eller spill (H) og det å utvikle undervisningsmateriell som bygger på elevenes egne erfaringer, interesser og evner (I), ikke er så utbredt. Aktivitet H vil kunne være med å forberede og utvikle praksisen til studentene. Noen lærerutdanninger har dette som et arbeidskrav studentene skal gjennomføre i en eller flere av praksisperiodene sine.

Aktivitet L kan være noe uklar. Er det spørsmål om å finne passende lærestoff og undervisningsmateriell for emnet en skal undervise? Eller tenkes det på lærestoff og undervisningsmateriell som passer for å tilrettelegge for den enkelte elev? Tilpasset opplæring er nedfelt i Læringsplakaten med henvisninger til opplæringsloven (KD, 2006): «fremme tilpassa opplæring og varierte arbeidsmåtar». ⁷ Er det dette spørsmålet viser til, er en svarprosent på nær 60 % i kategoriene *sjelden / av og til* høy. Med tanke på at framtidige lærere skal forholde seg til nedfelte lover, kunne en forventet at denne andelen var lavere.

I aktivitet P: *ta utgangspunkt i elevenes misoppfatninger i planlegging av undervisning* og F: *lage prosjekter som motiverer alle elever til å delta* gir én av fire lærerutdannere i matematikk studentene mulighet til å gjøre dette *ofte*, mens nær én av ti *aldri* gjør det.

KIM-prosjektet⁸ (Kvalitet i matematikkundervisningen) er en del av departementets opplegg for vurdering i skolen og har flere formål, blant annet utvikling av prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor ulike deler av faget og kartlegge holdninger og forestillinger elever har til matematikk og undervisningen i faget. Dette kan være en av flere tilnærminger til emnet som denne undersøkelsen gir en antydning om at ikke har fått gjennomslag blant lærerutdannerne i matematikk.

Råmaterialet viser at dersom vi slår sammen alle lærerutdannelses oppfatninger om disse aktivitetene, skiller ikke prosentfordelingen seg vesentlig fra det som framkommer i tabell 4.11. Dette viser at det ikke er snakk om særlige forskjeller mellom lærerutdannere i pedagogikk og matematikk med hensyn til utbredelsen av disse aktivitetene i undervisningen deres.

Mange og store utfordringer

4.11 Sammenheng i lærerutdanningsprogrammet

NOKUTs evaluering (2006) inkluderte også den organisatoriske oppbygningen av lærerutdanningen. Her ble institusjonene anbefalt å utvikle tydeligere ledelse på alle nivåer og en organisering som fremmer utdanningen som integrert profesjonsutdanning. Hver institusjon ble oppfordret til å se på hvordan utdanningens enkeltdeler kan bidra til å nå målet om en helhetlig utdanning.

Det er kun ett spørsmål i TEDS-undersøkelsen i denne hovedkategorien. Spørsmålet lyder:

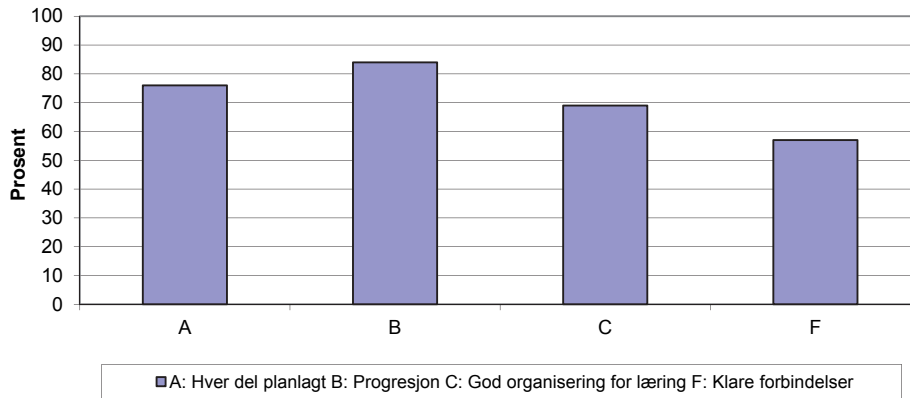
Betrakt alle kursene i lærerutdanningsprogrammet (matematikk, matematikdidaktikk og pedagogikk). Angi i hvilken grad du er enig eller uenig i de følgende påstandene.

Av de seks påstandene lærerutdannerne skal ta stilling til, presenterer vi de fire som vi mener er mest sentrale:

- A. Hver del i programmet synes å være planlagt med sikte på å fylle de viktigste behovene framtidige lærere har gjennom sin utdanning.
- B. Kurs sent i programmet bygger på hva som er undervist i tidligere kurs i programmet.
- C. Programmet er organisert på en slik måte at det dekker det studentene trenger å lære for å bli dyktige lærere.
- F. Det er klare forbindelser mellom de fleste av kursene i lærerutdanningsprogrammet.

Påstandene D og E likner på innholdet i henholdsvis B og A og er derfor utelatt her. For hver påstand er det fire svaralternativer: *uenig*, *delvis uenig*, *delvis enig*, *enig*.

I figur 4.10 har vi summert andelene av lærerutdannerne som har krysset av for *delvis enig* eller *enig* for disse påstandene.



Figur 4.10 Prosentandeler av lærerutdannerne som svarer enig / delvis enig på ulike påstander om sammenheng i lærerutdanningen.

Figur 4.10 viser at det er minst enighet i oppfatningen av påstand F: *det er klare forbindelser mellom de fleste av kursene i lærerutdanningsprogrammet*. På den annen side er det størst enighet å spore når det gjelder oppfatningen av påstand B: *kurs sent i programmet bygger på hva som er undervist i tidligere kurs i programmet*. Resultatene er mer detaljert framstilt i tabell 4.12.

Tabell 4.12 Prosentvis fordeling av lærerutdannernes svar om sammenheng i utdanningen.

	Hver del planlagt	Progresjon	God organisering for læring	Klare forbindelser
Uenig	5	3	5	7
Delvis uenig	13	8	21	28
Delvis enig	39	47	52	44
Enig	37	37	17	13
Ikke svart	5	5	4	7

Her måles lærerutdannernes subjektive oppfatning av sammenhengen i lærerutdanningsprogrammet. Kvalbein (2004) har i en kvalitativ undersøkelse ved én høyskole konkludert med at de fleste lærerutdannere er mest opptatt av å formidle sitt eget fag, og at utdanningen oppfattes som fragmentert. Disse lærerutdannernes oppfatninger av sin rolle i praksisfeltet synes også uklare. Det synes følgelig å være en oppfatning at det er liten sammenheng i utdanningen. Et generelt bilde av at programmene sliter med mangel på helhet

Mange og store utfordringer

og sammenheng, dokumenteres i flere artikler (Baune, 2001; Jordell, 2003; Sundli, 2003; Grevholm, 2007).

I Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, s. 19) vises det under overskriften «En helhetlig og skolenær lærerutdanning» (punkt 2.2.3) til at det er nødvendig å få til en organisering som fremmer integrering av teori og praksis, progresjon og gjennomgående profesjonsretting. Videre konkluderes det med «at den fagdidaktiske delen av fagene styrkes, at pedagogikkfagets funksjon og rolle klargjøres, og at det blir en bedre kopling mellom fag, fagdidaktikk og pedagogikk i teori og praksis» (ibid., s. 56).

I TEDS-undersøkelsen er 76 % *delvis enig* eller *enig* i påstand A (hver del planlagt). Tilsvarende prosentandel i påstand F (klare forbindelser) er 57 %. Vi finner tilsvarende funn hos Kvalbein (2004). Det kan tyde på at lærerutdannerne i stor grad mener at delene i programmet er planlagt med sikte på å fylle de viktigste behovene til framtidige lærere, men at strukturen i programmet gjør det vanskeligere å se helhet og sammenheng i utdanningen. I A kan en tenke seg at lærerutdannerne gir en vurdering av hver del av programmet isolert, mens de i F betrakter helheten i programmet. Deler vi inn svarene etter fagtilhørighet, finner vi at lærerutdannere i matematikk og pedagogikk er noenlunde samstemte når det gjelder avkryssing i påstandene A, B og C. For alternativ F synes det derimot å eksistere ulike oppfatninger mellom de to faggruppene. Dataene her er gjengitt i tabell 4.13.

Tabell 4.13 Prosentvis fordeling av lærerutdannelsenes vurdering av påstand F om forbindelser mellom kursene i programmet.

	Pedagoger	Matematikere
Uenig	9	6
Delvis uenig	34	26
Delvis enig	38	47
Enig	13	14
Ikke svart	6	7

I påstanden om at det er klare forbindelser mellom de fleste av kursene i lærerutdanningsprogrammet, er lærerutdannere i matematikk mer tilbøyelige til å være enig enn lærerutdannere i pedagogikk, idet 51 % av lærerutdannerne i pedagogikk krysser av for *enig* eller *delvis enig*, mens 61 % av lærerutdannerne i matematikk gjør dette.

NOKUT (2006) gav en rekke vurderinger og anbefalinger for å sikre kvaliteten i lærerutdanningen. Et av de viktigste oppfølgingspunktene var å utvikle tydelig ledelse som fremmer lærerutdanningen som en integrert profesjonsutdanning. Resultatene vist i tabellene 4.12 og 4.13 synes å støtte behovet for en slik oppfølging. I samme rapport ble det også anført at det bør bli bedre kobling mellom fag, fagdidaktikk og pedagogikk i teori og praksis.

For å kunne forholde seg til intensjonene i spørsmål B og C forutsettes det at lærerutdannerne i matematikk og pedagogikk kjenner til hverandres kurs. Dette er i så fall en styrke for progresjon og helhetstenkning i fagene matematikk og pedagogikk.

4.12 Oppfatninger om matematikk

Lærerutdannere i både pedagogikk og matematikk ble bedt om å svare på spørsmål som berørte deres oppfatninger (*beliefs*) om matematikk. Spørsmålene er formulert som påstander som de skal ta stilling til. Vi går noe grundigere inn i denne delen av undersøkelsen fordi den har et stort omfang og fordi læreres holdninger til faget er viktig. Blant annet vet vi fra sosial læringsteori at læring skjer i en sosial kontekst der folk lærer av hverandre gjennom observasjon, imitasjon og modellering (Ormrod, 1999; Bandura, 1997). Lærerutdanneres «beliefs» vil slik sett kunne være med å påvirke deres måte å kommunisere faget på, som igjen vil kunne påvirke studentenes holdninger og didaktiske tilnærming til undervisningen sin som lærere.

Siden TEDS er en undersøkelse om matematikklærerutdanning, er vi først og fremst interesserte i å finne ut hvilke oppfatninger lærerutdannerne i matematikk har. Imidlertid presenter vi også pedagogenes oppfatninger i de ulike spørsmålene. De har en bred kontaktflate med de framtidige lærerne, da pedagogikk er et gjennomgripende fag i utdanningen. Pedagogikk har også en sentral plass i praksisfeltet, blant annet gjennom praksisbesøk og oppsummering av praksis. Pedagogenes oppfatninger av og holdninger til matematikkfaget kan derfor også være med å forme de framtidige lærernes syn. En av de grunnleggende ferdighetene er å kunne regne i alle fag. For å nå dette målet har også pedagogene et ansvar. Å kunne regne betyr for eksempel å kunne se språklige sider ved matematikken, å kunne bruke geometriske mønstre i estetiske uttrykk og arkitektur og å kunne bearbeide og tolke ulike typer data.

Mange og store utfordringer

Spørsmålene med tilhørende påstander er organisert i tre temaer som følger (understreking ikke gjort av oss):

1. Om matematikkens natur

Overskriften i spørreskjemaet i dette temaet er formulert slik: *I hvilken grad er du enig eller uenig i følgende påstander om matematikkens natur?*

Denne delen inneholder tolv påstander en skal forholde seg til.

2. Om å lære matematikk

Overskriften i spørreskjemaet i dette temaet er formulert slik: *Sett fra ditt synspunkt, i hvilken grad er du enig eller uenig i følgende påstander om det å lære matematikk?*

Denne delen inneholder fjorten påstander en skal forholde seg til.

3. Om elevers faglige framgang i matematikk

Overskriften i spørreskjemaet i dette temaet er formulert slik: *I hvilken grad er du enig eller uenig i følgende påstander om elevers faglige framgang i matematikk i grunnskolen?*

Denne delen inneholder åtte påstander en skal forholde seg til.

I alle tre områdene følger responsene en Likert-skala med seks kategorier *Svært uenig, uenig, litt uenig, litt enig, enig, svært enig*. Merk altså at en med seks svarkategorier ikke finner et «nøytralt» svaralternativ som f.eks. «verken eller» eller «indifferent». På den måten blir respondentene tvunget til å ta et standpunkt; en grad av enighet eller en grad av uenighet.

4.12.1 Om matematikkens natur

De tolv påstandene innen dette temaet er som følger:

- A Matematikk er en samling regler og framgangsmåter som foreskriver hvordan oppgaver skal løses.
- B Matematikk innebærer å huske og anvende definisjoner, formler, matematiske fakta og framgangsmåter.
- E Når du løser en matematikkoppgave, må du kunne den riktige framgangsmåten ellers greier du ikke oppgaven.
- G Det som er fundamentalt i matematikk, er dens strenge logikk og presisjon.

- K Matematikk krever mye øvelse, rett anvendelse av metoder og problemløsningsstrategier.
- L Matematikk betyr å lære, å huske og å anvende.
- C Matematikk innebærer kreativitet og nye ideer.
- D I matematikk kan mange ting oppdages og prøves ut på egen hånd.
- F Når du arbeider med matematikkoppgaver, kan du oppdage nye ting (f.eks. sammenhenger, regler, begreper).
- H Matematikkoppgaver kan løses korrekt på flere måter.
- I Mange aspekter ved matematikk har praktisk relevans.
- J Matematikk er til hjelp for å løse problemer og oppgaver fra hverdagslivet.

De seks påstandene A, B, E, G, K og L er med hensikt utformet slik at de er nært beslektet, og de er derfor oppført samlet her. Påstandene har i seg oppfatninger om matematikk som et huske- og puggefag, men uttrykt på forskjellige måter og med ulik styrke. Er responsen sprikende på en av disse påstandene, er det følgelig ikke overraskende om avkrysningene innenfor hver av de andre fem påstandene også spriker. På samme måte er påstandene C, D, F, H, I og J utformet slik at de er nært beslektet.

En faktoranalyse bekrefter at de tolv påstandene reduseres til to faktorer. Den ene faktoren, som vi kaller F_{1-1} , består av påstandene A, B, E, G, K og L. Denne faktoren synes å inneholde en oppfatning av faget som et *puggefag* eller *figurativ kunnskap* (etter Stieg Mellin-Olsens (1984) begreper) eller *instrumentell forståelse* (Skemp, 1976). Vi beskriver derfor faktoren F_{1-1} som *kunnskap om matematikk gjennom instrumentell forståelse*.

Den andre faktoren F_{1-2} består av påstandene C, D, F, H, I og J. Disse påstandene gir inntrykk av matematikk som et mer kreativt, praktisk nyttig fag og mer som en prosess. I tråd med Skemp (1976) beskriver vi derfor faktoren F_{1-2} som *kunnskap om matematikk gjennom relasjonsforståelse*.

Disse to faktorene inneholder ladete begreper. De må ikke oppfattes å dele matematikken i to atskilte verdener. Begge faktorene er viktige i matematikk og i matematisk kompetansebygging. En hovedvekt på den ene faktoren framfor den andre vil imidlertid kunne prege undervisningen i faget. Sentrale matematikkdiraktikere i Norge har klart uttrykt et mål for undervisningen. Solvang (1992, s. 98) uttrykker eksempelvis – med referanse til Stieg Mellin-Olsen – at: «Målet er derfor greit: Vi må som lærere ta sikte på å unngå å

Mange og store utfordringer

utvikle instrumentell forståelse. Det er relasjonsforståelse som gir elevene et utgangspunkt for nye erobringer.»

At dette nødvendigvis ikke beskriver to atskilte verdener, bekreftes av erfaringer mange gjør i sin egen matematikkopplæring. Temaer (eller brokker av temaer) som en ikke umiddelbart forstår, prøver en å huske (f.eks. en formel). Etter noe tids arbeid med temaet, har en fått bedre innsikt, og har gjerne opparbeidet seg en relasjonsforståelse.

Automatisering av kunnskap frigir kognitive ressurser slik at eleven kan konsentrere seg om andre og viktigere ting når han løser problemer. Det betyr at selv om man har uttrykt en eller annen grad av enighet i påstand B, ser man ikke nødvendigvis matematikk som et rent huskefag. Siden spørsmålet ikke er entydig har vi nok en gang et validitetsproblem i spørreskjemaet.

Påstandene i dette avsnittet i undersøkelsen var trolig vanskelige å ta stilling til. For eksempel i A er det opplagt at det eksisterer en god del regler og framgangsmåter i matematikk, men skal påstanden oppfattes som at matematikk bare er dette? Ulike filosofiske tilnærminger vil også være styrende for oppfatningen av matematikk som fag, om en oppfatter faget platonsk eller formalistisk (Hersh, 1998). Dette betyr at vi kan se på matematikk som *oppdaget* eller *oppfunnet*.

Først i analysen av denne delen gir vi en oversikt over svarfordelingen i de enkelte påstandene fordelt etter faktorene F_{1-1} (A, B, E, G, K og L) og F_{1-2} (C, D, F, H, I og J):

Tabell 4.14 Prosentvise fordelinger av de 113 lærerutdannelsenes vurderinger av de tolv påstandene A–L om matematikkens natur.

	A	B	E	G	K	L	C	D	F	H	I	J
Svært uenig	39	19	35	3	1	9	-	-	-	-	-	-
Uenig	22	22	30	12	1	18	-	1	-	-	2	1
Litt uenig	8	12	15	14	6	12	2	3	-	1	1	2
Litt enig	21	29	13	35	35	34	12	18	8	7	12	18
Enig	6	12	3	22	39	19	37	39	39	31	41	40
Svært enig	1	4	2	9	14	6	47	36	50	58	42	36
Ikke svart	3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	4	4

I tabell 4.14 har vi markert skillet mellom påstandene som faller inn under faktor F_{1-1} (til venstre) og faktor F_{1-2} med en tjukk loddrett strek. Som

en ser av tabellen, er trenden at lærerutdannerne gjennomgående svarer på uenighetssiden når det gjelder påstandene som faller inn under faktor F_{1-1} , og motsatt når det gjelder påstandene som faller inn under faktor F_{1-2} .

Det er avkrysninger for alle svaralternativer når det gjelder påstandene A, B, E, G, K og L. For disse påstandene er det altså størst spredning av oppfatningene. Det motsatte gjelder for påstandene C, H og spesielt for F, der lærerutdannerne utelukkende har krysset av i de tre enig-kategoriene *svært enig*, *enig* og *litt enig*.

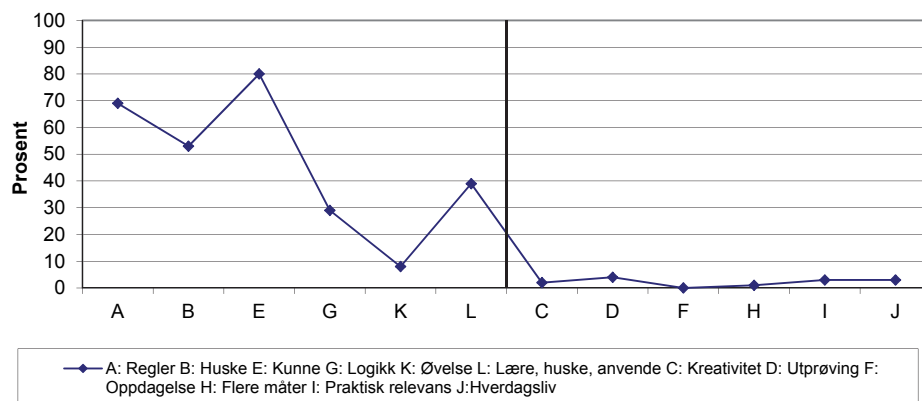
Skovsmose (1998, 2003) lanserte begrepet *undersøkelseslandskap*, et begrep og en metode som ga matematikkdiraktikerne ny teori som styrket påstandene i C, H og F. Det er også en metode som ved rett bruk underbygger elevers motivasjon for å utprøve og utforske matematikken.

Oppfatningen hos respondentene spriker mest når det gjelder spørsmål B: *Matematikk innebærer å huske og anvende definisjoner, formler, matematiske fakta og framgangsmåter*. Her har til sammen 53 % krysset av for en av de tre kategoriene for uenig. I de tre kategoriene for enig har 45 % krysset av. Lærerutdannerne er altså svært delte i oppfatningen av påstanden om at matematikk er et huskefag.

Når det gjelder påstand L: *Matematikk betyr å lære, å huske og å anvende*, er spriket i oppfatningene også stort, men ikke så mye som i påstand B. Påstand L likner noe på påstand B, men er muligens ikke så ensidig vinklet som at matematikk er et huskefag. Av tabell 4.14 finner vi at 39 % av respondentene krysset av for en av de tre kategoriene for uenig. I de tre kategoriene for enig har 59 % krysset av.

I figur 4.11 har vi framstilt hvor stor andel som svarer *svært uenig*, *uenig* eller *litt uenig* på de seks påstandene som inngår i faktor F_{1-1} og på de seks påstandene som inngår i faktor F_{1-2} . Her har vi også markert skillet mellom påstandene som faller inn under faktor F_{1-1} (til venstre) og faktor F_{1-2} , med en loddrett strek.

Mange og store utfordringer



Figur 4.11 Andelen som har kryssset av på et av alternativene for uenig for hver av påstandene A–L om matematikkens natur.

En ser at det er større variasjon i svarfordelingen til de påstandene som inngår i faktor F_{1-1} : *kunnskap om matematikk gjennom instrumentell forståelse* enn det er i svarfordelingen til de påstandene som inngår i faktor F_{1-2} : *kunnskap om matematikk gjennom relasjonsforståelse*. Spesielt avvikende er svarfordelingen i påstand K. I stor grad skyldes nok dette at denne påstanden, ulik de fleste andre, innebærer at en må ta stilling til hele tre forhold. Det er en risiko for at resultatet for denne påstanden ikke er valid.

I det følgende presenterer vi ett resultat fra hver av faktorene F_{1-1} og F_{1-2} noe mer inngående. I utgangspunktet ville det være interessant å analysere resultatene i lys av lærerutdannernes arbeidssted (universitet eller høyskole) og hvilket fag de representerer (matematikk eller pedagogikk). Imidlertid er det to forhold som gjør en slik analyse lite meningsfull. Det ene er den lave svarprosenten fra lærerutdannere i pedagogikk, spesielt de som har sitt arbeidssted ved universitetene, og det andre er at to av universitetene (Agder og Stavanger) for kort tid siden var høyskoler. I den grad det eksisterer skiller i oppfatning blant fagfolk ved universiteter og høyskoler, vil dette korte tidsaspektet tilsi at lærerutdannere ved disse institusjonene er mer preget av høyskoleoppfatninger enn av universitetsoppfatninger.

Av den grunn betrakter vi i denne analysen lærerutdannerne i pedagogikk som én gruppe og lærerutdannere i matematikk som en annen gruppe.

I presentasjonen slår vi sammen kategoriene *uenig* og *svært uenig* og kategoriene *enig* og *svært enig*. I faktoren F_{1-1} gjengir vi påstand B og svarene om den. Denne påstanden omhandler typiske handlinger som kommer inn

under betegnelsen instrumentell forståelse, og det er følgelig av interesse å finne ut noe om lærerutdannelsens holdninger til en slik påstand. Påstand B lyder:

- B Matematikk innebærer å huske og anvende definisjoner, formler, matematiske fakta og framgangsmåter.

Tabell 4.15 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand B.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	6	54	41
Litt uenig	19	9	12
Litt enig	47	22	29
Svært enig / enig	19	15	16
Ikke svart	9	-	3

I avkrysningene for påstand B ser vi at det er stor forskjell mellom pedagogers og matematikers holdninger. 6 % av lærerutdannerne i pedagogikk er uenige i påstand B (ingen viser seg å være *svært uenige*), mens hele 54 % av lærerutdannerne i matematikk er enten *svært uenige* eller *uenige*. Synet på matematikk har vært i endring, noe vi kan se i planer. Faget har dreid fra å være et fakta- og ferdighetsfag (spesielt i grunnskolen) til å legge vekt på forståelse. Dette synet er vel kjent blant lærerutdannere i matematikk. Det er ikke gitt at dette er kjent blant pedagogene. Å kjenne til dette teoretisk er én ting, men å integrere denne kunnskapen i fagsynet en har, er noe annet. Der som pedagogene kjenner teorien, kan det synes som om denne kunnskapen ikke har blitt integrert i deres syn på matematikk.

Som nevnt er det ikke entydig hva man legger i dette spørsmålet. Å huske og anvende definisjoner, formler, matematiske fakta og framgangsmåter vil frigi kognitive ressurser slik at eleven kan konsentrere seg om andre og viktigere ting når han løser problemer. Det betyr at selv om man uttrykker en eller annen grad av enighet i påstand B, ser man ikke nødvendigvis matematikk som et rent huskefag. Siden spørsmålet ikke er entydig, har vi nok en gang et validitetsproblem i spørreskjemaet.

I kategorien F_{1-2} gjengir vi her påstand H og besvarelsen av denne. Påstand H lyder:

Mange og store utfordringer

H Matematikkoppgaver kan løses korrekt på flere måter.

Denne påstanden omhandler en type holdning til faget som kommer mer til uttrykk gjennom relasjonsforståelse enn gjennom instrumentell forståelse. Det er følgelig av interesse å finne ut noe om lærerutdanneres holdning til en slik påstand.

Tabell 4.16 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand H.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	-	-	-
Litt uenig	3	-	1
Litt enig	19	2	7
Svært enig / enig	66	98	88
Ikke svart	13	-	4

Totalkolonnen til høyre i tabellen viser at det synes å være bred enighet om denne påstanden. Spesielt er lærerutdannerne i matematikk enige i påstand H. Flesteparten av pedagogene har krysset av for *svært enig* eller *enig* i denne påstanden; det utgjør 66 % av pedagogene. Ellers sprer denne gruppa seg over alle kategoriene for enig, med unntak av én pedagog som har svart *litt uenig*.

Råmaterialet viser at de ansatte ved universitetene har merkbart større oppslutning rundt svaralternativene *svært enig* eller *enig* enn det er blant kollegene ved høyskolene. Som gruppe er lærerutdannerne ved høyskolene mer moderate i sin enighet, da det viser seg at det er hele 22 prosentpoeng færre som har svart *svært enig* og vel 11 prosentpoeng flere som svarer *enig* enn det var blant lærerutdannerne ved universitetene. Som nevnt tidligere om endring av institusjonsstatus kan disse andelene være beheftet med feil.

4.12.2 Om å lære matematikk

Blant påstandene i dette avsnittet er det også et visst slektskap. De fjorten påstandene lyder:

- A Den beste måten å gjøre det godt i matematikk på, er å pugge alle formler.
- B Elever må lære nøyaktige framgangsmåter for å løse matematikkoppgaver.
- C Det spiller mindre rolle om du forstår et matematisk problem, bare du kan finne det rette svaret.

- D For å bli god i matematikk, må du kunne løse oppgaver raskt.
- E Elever lærer matematikk best ved å følge med på lærerens forklaringer.
- F Når elever arbeider med matematikkoppgaver, bør det legges mer vekt på å finne rett svar enn på løsningsprosessen som følges.
- I Det bør advares mot framgangsmåter som ikke er standard, fordi de kan skape usikkerhet om hva som er riktig framgangsmåte.
- J Erfaring med konkrete er ikke verdt tid og ressurser.

- G I tillegg til å komme fram til rett svar, er det i matematikk viktig å forstå hvorfor svaret er rett.
- H Lærere bør tillate elevene å finne egne løsningsmetoder på matematikkoppgaver.
- K Tid som brukes til å undersøke hvorfor en løsning på en matematikkoppgave fungerer, er vel anvendt tid.
- L Elever kan finne måter å løse et matematisk problem på uten lærerens hjelp.
- M Lærere bør oppmuntre elevene til å finne egne løsninger på matematikkoppgaver, selv om disse er lite effektive.
- N Det er til hjelp for elevene å diskutere ulike måter å løse bestemte oppgaver på.

De åtte påstandene A, B, C, D, E, F, I og J er med hensikt utformet slik at de er nært beslektet, og er derfor oppført samlet her. Tilsvarende gjelder påstandene G, H, K, L, M og N. En faktoranalyse bekrefter at påstandene reduseres til to faktorer. Faktoren bestående av påstandene A, B, C, D, E, F, I og J uttrykker oppfatninger om læring av matematikk gjennom pugging med fokus på standard prosedyrer og rett svar, å lære rett framgangsmåte og oppfatning om at en lærer best gjennom lærerens forklaringer. Denne faktoren kaller vi F_{2-1} : *læring av matematikk gjennom prosedyrekunnskap*.

Den andre faktoren består av påstandene G, H, K, L, M og N og representerer oppfatninger om læring av matematikk gjennom å prøve ut egne løsningsmetoder, reflektere over hvorfor en løsning fungerer og hvorfor svaret er rett, og at en lærer gjennom aktivitet og diskusjon med andre. Disse påstandene innebærer en mer kreativ form for læring av matematikk, basert på innsikt og forståelse. Denne faktoren kaller vi F_{2-2} : *læring av matematikk gjennom relasjonsforståelse*.

Først i analysen av denne delen gir vi en oversikt over svarfordelingen i de enkelte påstandene, fordelt etter faktorene F_{2-1} (A, B, C, D, E, F, I og J) og F_{2-2} (G, H, K, L, M og N):

Mange og store utfordringer

Tabell 4.17 Prosentvisse fordelinger av de 113 lærerutdannernes vurderinger av de 14 påstandene A–N om å lære matematikk.

	A	B	C	D	E	F	I	J	G	H	K	L	M	N
Svært uenig	43	18	53	23	15	48	49	46	1	-	1	-	2	4
Uenig	34	29	28	43	29	35	30	40	1	-	-	1	3	-
Litt uenig	12	26	12	13	33	9	11	7	-	1	-	2	4	1
Litt enig	7	18	2	17	19	4	6	2	5	8	4	15	19	4
Enig	-	7	2	2	2	1	-	-	47	35	46	44	40	34
Svært enig	-	-	-	-	-	-	2	3	43	53	46	35	30	55
Ikke svart	4	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	4	3	3

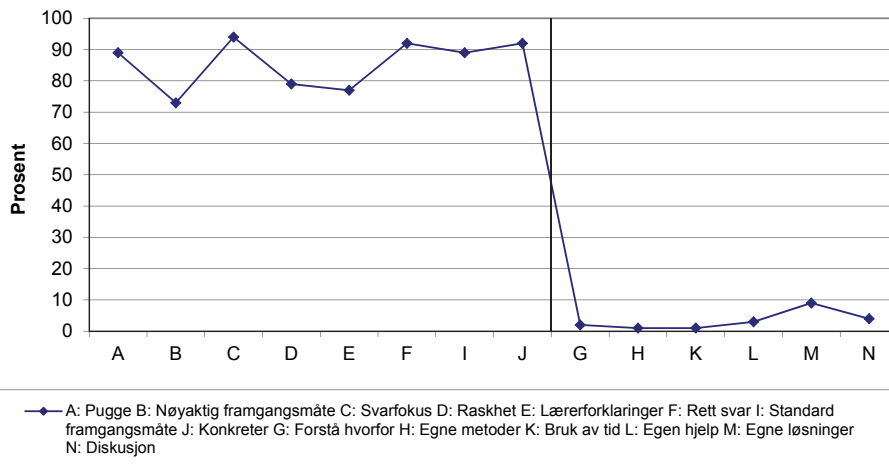
I tabell 4.17 har vi markert skillet mellom påstandene som faller inn under faktor F_{2-1} (til venstre) og faktor F_{2-2} , med en tjukk loddrett strek. Det er kun på én påstand at det er krysset av i alle svarkategorier. Det gjelder påstand M: *Lærere bør oppmuntre elevene til å finne egne løsninger på matematikkoppgaver, selv om disse er lite effektive*. For denne påstanden kan en altså hevde det råder størst ulikhet i oppfatning blant de 113 lærerutdannerne. Imidlertid er det en klar overvekt av lærerutdannere som er enige i denne påstanden.

Nært opp til denne svarfordelingen finner vi svarfordelingen til påstandene G: *I tillegg til å komme fram til rett svar, er det i matematikk viktig å forstå hvorfor svaret er rett*, I: *Det bør advares mot framgangsmåter som ikke er standard, fordi de kan skape usikkerhet om hva som er riktig framgangsmåte*, J: *Erfaring med konkreter er ikke verdt tid og ressurser* og N: *Det er til hjelp for elevene å diskutere ulike måter å løse bestemte oppgaver på*. I alle disse påstandene får en avkryssninger fra den ene ytterligheten (*svært uenig*) til den andre ytterligheten (*svært enig*), men med et «hull» i én av kategoriene. Sann sett kan en si at oppfatningene er svært delte også for disse fire påstandene. For seks av påstandene er det slik at det er krysset av for alle svaralternativene unntatt i den ytterste – *svært enig*.

En skal merke seg at det ikke er noen påstand hvor alle responsene utelukkende er blant de tre kategoriene for enig eller uenig. Sann sett er det større variasjon i responsene i dette avsnittet enn i forrige avsnitt om matematikkens natur. Nærmest en slik fordeling kommer vi med påstand H: *Lærere bør tillate elevene å finne egne løsningsmetoder på matematikkoppgaver*, og K: *Tid som brukes til å undersøke hvorfor en løsning på en matematikkoppgave fungerer, er vel anvendt tid*.

Slår en sammen de to ytterpunktene i svaralternativene, altså *svært uenig* / *uenig* og *svært enig* / *enig*, finner vi at det er størst tilslutning til påstand K, der 92 % har svart *svært enig* eller *enig*. På de neste plassene finner vi påstandene G, N og H (89 %) og påstand L (79 %). I den motsatte enden er det minst tilslutning å spore til påstand J. Her har 86 % krysset av for *svært uenig* eller *uenig*. På de neste plassene finner vi påstand F (83 %), påstand C (81 %) og påstand I (79 %). For påstandene A, B, D, E og M er det en jevnere svarfordeling.

I figur 4.12 har vi framstilt hvor stor andel som svarer *svært uenig*, *uenig* eller *litt uenig* på de åtte påstandene som inngår i faktor F_{2-1} , og på de seks påstandene som inngår i faktor F_{2-2} . Her har vi også markert skillet mellom påstandene som faller inn under faktor F_{2-1} (til venstre) og faktor F_{2-2} , med en loddrett strek.



Figur 4.12 Andelen som har krysset av på et av alternativene for uenig for hver av påstandene A–N om å lære matematikk.

Vi ser at det er størst variasjon i respondentenes oppslutning om påstandene som inngår i faktor F_{2-1} : *læring av matematikk gjennom prosedyrekunnskap* kontra variasjonen en finner i påstandene som inngår i faktor F_{2-2} : *læring av matematikk gjennom relasjonsforståelse*. I den siste faktoren er det spesielt oppslutningen om påstand M som avviker fra de andre. Lærerutdannerne er altså mindre tilbøyelige til å oppmuntre elevene til å finne egne løsninger på

Mange og store utfordringer

matematikkoppgaver, selv om disse er lite effektive, enn de for eksempel er til å bruke tid til å undersøke hvorfor en løsning på en matematikkoppgave fungerer (K).

I det følgende presenterer vi ett resultat fra hver av faktorene F_{2-1} og F_{2-2} noe mer inngående. Som nevnt i avsnitt 4.12.1 ville det vært interessant å analysere resultatene i lys av lærerutdannernes arbeidssted og hvilket fag de representerer, men med samme begrunnelser som der vil vi også i dette avsnittet begrense analysene til å betrakte lærerutdannerne i pedagogikk som én gruppe og lærerutdannerne i matematikk som en annen gruppe.

Mange har hørt påstanden om at matematikk er et puggefag. Hvilken holdning har lærerutdannerne i matematikk og pedagogikk til en slik påstand? Dette er påstand A, og den omhandler typiske handlinger som kommer inn under betegnelsen *instrumentell forståelse*. Det er følgelig av interesse å finne ut hva lærerutdannernes holdning til en slik påstand er. I Tabell 4.18 gjengir vi resultatet for påstanden:

A Den beste måten å gjøre det godt i matematikk på, er å pugge alle formler.

Tabell 4.18 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand A.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	47	89	77
Litt uenig	25	7	12
Litt enig	19	2	7
Svært enig / enig	-	-	-
Ikke svart	9	1	4

Ser vi på svarkategoriene *svært uenig* og *uenig*, er det et klart skille mellom oppfatningene til henholdsvis matematikere og pedagoger. Andelsmessig er det nær dobbelt så mange lærerutdannere i matematikk som har krysset av for *svært uenig* eller *uenig*. Vi ser også at hver fjerde lærerutdanner i pedagogikk har krysset av i alternativet *litt uenig*. Nær hver femte lærerutdanner i pedagogikk sier seg *litt enig* i påstanden.

Selv om også 2 % – det vil si to stykker – av lærerutdannerne i matematikk har krysset av for *litt enig*, er det i hovedsak pedagoger som har krysset av for denne kategorien. Selv om datagrunnlaget for pedagogene er noe tynt, kan det synes å være ulik oppfatning av denne påstanden blant lærerutdannere i pedagogikk og matematikk.

I faktoren F_{2-2} gjengir vi her påstand H og besvarelsen av denne. Denne påstanden tar for seg en type holdning til faget som mer kommer til uttrykk gjennom en relasjonsforståelse enn en instrumentell forståelse. Det er følgende av interesse å finne ut noe om lærerutdannelsens holdning til en slik påstand. I Tabell 4.19 gjengir vi resultatet for påstanden:

H Lærere bør tillate elevene å finne egne løsningsmetoder på matematikkoppgaver.

Tabell 4.19 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand H.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	-	-	-
Litt uenig	3	-	1
Litt enig	19	4	8
Svært enig / enig	79	96	89
Ikke svart	9	-	3

Fra totalkolonnen til høyre i tabell 4.19 ser vi at stort sett alle lærerutdannerne har krysset av for *svært enig* eller *enig* i denne påstanden. En skal merke seg at hele 96 % av lærerutdannerne i matematikk har gjort dette. Den tilsvarende andelen for lærerutdannerne i pedagogikk er 79 %.

Påstandene A og H kan avklare om en oppfatter matematikken som instrumentell eller relasjonell (Skemp, 1976; Mellin-Olsen, 1984). Påstand A underbygger en instrumentell forståelse (Skemp, 1986). Påstand H gir rom for at elevene jobber ut fra sin egen begrepsforståelse, som man ønsker å videreutvikle. Det er ingen som sier seg *enig* eller *svært enig* i at den beste måten å lære matematikk på er å pugge alle formler (A). At elever skal finne egne løsningsmetoder på matematikkoppgaver (H), understrekes også i L97, i LK06 og i Rammeplanen for allmennlærerutdanningen (UFD, 2003). I alt er det altså 89 % av lærerutdannerne som sier seg *enige* eller *svært enige* i denne påstanden.

4.12.3 Om elevers faglige framgang i matematikk

I denne delen skal lærerutdannerne angi i hvilken grad de er enige eller uenige i åtte påstander. Påstandene har i seg oppfatninger om hvorvidt elevers faglige framgang i matematikk avhenger av fastlagte talenter (*fixed abilities*). De har følgende ordlyd:

Mange og store utfordringer

- A Siden eldre elever kan tenke abstrakt, blir bruk av konkrete og visuelle modeller etter hvert mindre nødvendig.
- B For å bli god i matematikk, må du ha en «matematisk hjerne».
- C Matematikk er et fag der medfødt begavelse betyr mer enn innsats.
- D Bare de flinkeste elevene kan delta i sammensatte/komplekse problemløsningsaktiviteter.
- E Generelt er gutter fra naturens side bedre i matematikk enn jenter.
- F Matematiske evner er noe som holder seg relativt stabilt gjennom livet.
- G Noen mennesker er gode i matematikk, andre ikke.
- H Noen etniske grupper er bedre i matematikk enn andre.

Først viser vi i tabell 4.20 en totaloversikt over hvordan lærerutdannerne besvarte denne delen.

Tabell 4.20 Prosentvis fordeling av de 113 lærerutdannelsenes vurderinger av de åtte påstandene A–H om elevers faglige framgang i matematikk.

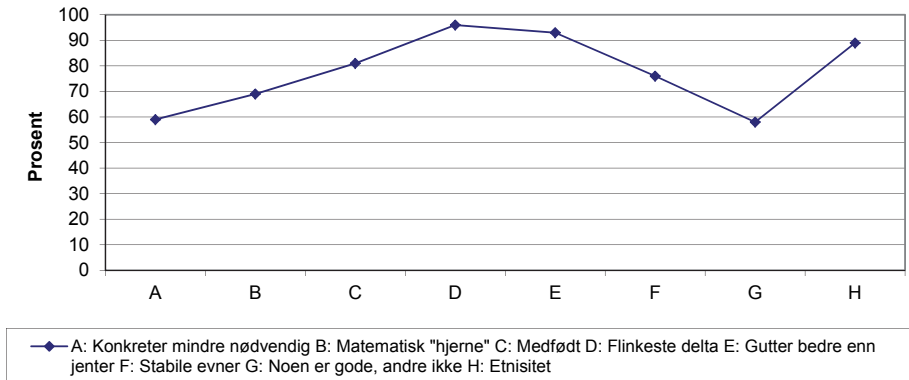
	A	B	C	D	E	F	G	H
Svært uenig	13	17	20	35	63	17	15	56
Uenig	31	35	37	50	25	36	22	24
Litt uenig	15	17	23	11	5	23	20	9
Litt enig	28	26	15	1	3	12	23	4
Enig	10	1	1	-	-	6	10	2
Svært enig	-	-	-	1	-	-	5	1
Ikke svart	3	4	4	3	4	6	4	5

For to påstander er det krysset av i alle svarkategoriene. Det gjelder påstandene G: *Noen mennesker er gode i matematikk, andre ikke*, og H: *Noen etniske grupper er bedre i matematikk enn andre*. For disse påstandene kan en altså hevde at det råder størst ulikhet i oppfatning blant de 113 respondentene. Og av disse to viser G størst spredning, idet andelen i fire av seks kategorier ligger mellom 15 % og 23 %. Når det gjelder påstand H, har 80 % av de spurte krysset av for *svært uenig* eller *uenig*, slik at den antallsmessige spredningen ikke er så stor.

I motsatt ende kan en hevde at det er størst enighet i påstand E: *Generelt er gutter fra naturens side bedre i matematikk enn jenter*, og D: *Bare de flinkeste elevene kan delta i sammensatte/komplekse problemløsningsaktiviteter*.

Her havner den store majoriteten på en av kategoriene for uenig. Henholdsvis tre personer og én person av de 113 lærerutdannerne har krysset av for *litt uenig*, mens én har krysset av for *svært uenig* i påstand D.

Hovedinntrykket av tabell 4.20 er at oppfatningene av påstandene er svært delte. I figur 4.13 har vi framstilt hvor stor andel som svarer *svært uenig*, *uenig* eller *litt uenig* på de åtte påstandene.



Figur 4.13 Andelen som har krysset av på et av alternativene for uenig for hver av påstandene A–H om elevers faglige framgang i matematikk.

Påstandene omhandler ulike felt, og det er ikke overraskende at andelen som er *svært uenig*, *uenig* eller *litt uenig*, varierer i stor grad – fra 58 % til 96 %. Vi ser altså at det er minst uenighet knyttet til påstand G: *Noen mennesker er gode i matematikk, andre ikke*. I motsatt ende ser vi at hele 96 % har svart på en av kategoriene for uenig i påstand D: *Bare de flinkeste elevene kan delta i sammensatte/komplekse problemløsningsaktiviteter*. Resultatet på påstand E: *Generelt er gutter fra naturens side bedre i matematikk enn jenter*, følger like bak med 93 %.

I det følgende går vi noe dypere inn på to påstander i denne kategorien, nemlig A og G. Påstand A lyder:

- A Siden eldre elever kan tenke abstrakt, blir bruk av konkrete og visuelle modeller etter hvert mindre nødvendig.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.21 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand A.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	28	51	44
Litt uenig	22	12	15
Litt enig	38	25	28
Svært enig / enig	3	12	10
Ikke svart	9	-	3

Fra totalkolonnen til høyre i tabell 4.21 ser vi at 44 % av alle lærerutdannerne har krysset av for *svært uenig* eller *uenig* i denne påstanden. Tar vi med svaralternativet *litt uenig*, faller de fleste på uenig-siden i sin holdning til denne påstanden, jf. figur 4.13. Dette bildet holder også dersom vi kun betrakter hver enkelt gruppe, pedagoger eller matematikere.

Blant lærerutdannerne i pedagogikk finner vi at den største andelen har svart *litt enig*; 38 % av respondentene i denne gruppa gjorde dette. En skal merke seg at 51 % av lærerutdannerne i matematikk har en avkrysning som indikerer *svært uenig* eller *uenig*, noe som ligger klart over kollegene i pedagogikk på 28 %.

Ingen hadde krysset av for *svært enig*, men responsene fordeler seg på alle de fem andre kategoriene. Hovedinntrykket av tabell 4.21 er at oppfatningene av påstand A er svært delte, men at hovedtendensen altså er på uenig-siden.

Tabellen viser som nevnt at det totalt er 59 % som uttrykker en grad av uenighet. Ut fra stadieteorien til Piaget (1964) kan en tro at elever som kommer til det formelt-operasjonelle stadiet ikke har bruk for konkretisering. Dersom nye begreper i matematikk representerer et andre ordens språk (Høines, 1998), vil det være behov for et oversettelsesledd når en innfører dem. Matematikkens språk er semiotiske representasjonsformer (Duval, 2006). Det er viktig å ha begrepsinnhold for å kunne tolke det matematiske innholdet. Konkreter kan være et virkemiddel for å oppnå det.

Påstand G lyder:

G Noen mennesker er gode i matematikk, andre ikke.

Tabell 4.22 Svarfordeling i prosent med hensyn til påstand G.

	Pedagoger	Matematikere	Total
Svært uenig / uenig	44	35	37
Litt uenig	16	22	20
Litt enig	25	22	23
Svært enig / enig	6	19	15
Ikke svart	9	2	4

Fra totalkolonnen til høyre i tabell 4.22 ser vi at 37 % av alle lærerutdannerne har krysset av for *svært uenig* eller *uenig* i denne påstanden. Dette representerer den største andelen i denne kolonnen. Imidlertid ser vi av prosentandelene at oppfatningene er nokså delte.

En skal i tabell 4.22 merke seg at gruppene skiller seg fra hverandre med hensyn til avkryssninger i kategoriene *svært uenig* og *uenig*; for pedagoger og matematikere har henholdsvis 44 % og 35 % krysset av i en av disse kategoriene.

Det har vært gjort flere studier der man ser på matematikk og kjønn (blant annet Garmannslund, 1984; Mendick, 2005) og drøfter kjønnsforskjeller. Ser vi på de internasjonale resultatene på TIMSS-undersøkelsen (Grønmo & Onstad, 2009), ser vi at østasiatiske land gjør det svært godt. Dette kan støtte opp om en oppfatning om at asiater er bedre i matematikk.

4.13 Yrkesforberedelse for matematikkundervisning

Her tar vi med ett av to spørsmål innenfor denne hovedkategorien:

Totalt sett, hvor vellykket tror du lærerutdanningsprogrammet på din institusjon er når det gjelder å utdanne framtidige matematikklærere?

Spørsmålet betrakter altså matematikkfaget spesielt, og lærerutdannerne i både matematikk og pedagogikk fikk dette spørsmålet. Målet i Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009) er at vi skal ha en helhetlig utdanning. Det betyr at alle lærerutdannere har et felles ansvar for å nå dette målet. Med dette i minne er det naturlig at også pedagogene svarer på denne delen av spørreundersøkelsen. Resultatene er vist i tabell 4.23.

Mange og store utfordringer

Tabell 4.23 Fordeling av svar på hvor vellykket programmet er til å utdanne matematikklærere.

	Svært lite vellykket	Lite vellykket	Vellykket	Svært vellykket	Ikke svart
Prosent	4	20	70	2	5

Kun 2 % (2 av 113 respondenter) av lærerutdannere mener at programmet ved egen institusjon er *svært vellykket* med hensyn til å utdanne framtidige matematikklærere. Dobbelt så mange mener at programmet er *svært lite vellykket*, men tallene for begge disse ytterpunktene er små. Vi ser at 24 % av respondentene uttrykker at programmet ved egen institusjonen er *lite vellykket* eller *svært lite vellykket*, mens 72 % uttrykker at det er *vellykket* eller *svært vellykket*.

Råmaterialet viser at lærerutdannerne i matematikk og pedagogikk er svært samstemte i sin vurdering av yrkesforberedelsen for matematikkundervisningen. Heller ikke er det noen forskjell å spore mellom de universitetsansattes og høyskoleansattes oppfatning i dette spørsmålet.

Det er rimelig å anta at lærerutdannerne tar alle forhold i betraktning når det gjelder vurderingen av matematikklærerutdanningen, også praksiserfaringer. Resultatene fra avsnitt 4.11 antyder at det kan være formålstjenlig med bedre kobling mellom teori og praksis. Chapman (2005) viser til et opplegg i praksis i matematikk som førte til en sterkere kobling mellom teori og praksis i faget. Opplegget ble inndelt i fire stadier, hvor studentene benyttet egne fortellinger om sin praksiserfaring. En slik tilnærming kan utvikle en erkjennelse av et behov for en dypere matematisk forståelse for å kunne fungere som gode lærere i faget. Dette spørsmålet må også sees i lys av oppfølgingspunktene til NOKUT (2006), som ble kommentert i forbindelse med analysen i avsnitt 4.11.

4.14 TEDS og ny lærerutdanning

Det er i spenningsfeltet mellom akademia og lærerprofesjonen at faglærerne i lærerutdanningene har sitt virke. Det kan føre til en konflikt mellom det å ansette profesjonsutdannere med erfaring fra praksisfeltet og fagpersoner med kun akademisk kompetanse. Materialet viser at om lag 70 % av lærerutdannerne i undersøkelsen har ett eller flere års praksis fra skolen, men vi vet ikke hvor lenge det er siden de hadde denne praksisen. Ved utvidelsen av

matematikk i allmennlærerutdanningen – fra å være ikke-obligatorisk før 1990 til i dag å ha 30 studiepoeng obligatorisk matematikk i utdanningen (se kapittel 3) – oppsto et akutt behov for flere matematikklærerutdannere. Det er sterke signaler i Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009) om en tettere tilknytning til skolen og skolefagene:

[...] dagens allmennlærerutdanning har utfordringer når det gjelder fagpersonalets kompetansenivå, særlig i undervisningsfagene i skolen. Fagpersonalet må utvikle både forskningsbasert og erfaringsbasert kompetanse, herunder kunnskap om skolen. Utdanningen må også i større grad rette sin forskning og sitt utviklingsarbeid mot grunnskolen, gjøre studentene og yrkesfeltet kjent med FoU. (s. 24) [...] Forskning viser at det er positiv sammenheng mellom lærerens faglige og didaktiske kompetanse og elevenes læringsutbytte. (ibid., s. 13)

Tett tilknytning til praksis og en kompetanseheving innenfor fagdidaktikk fordrer en annen struktur og mer ressurser for å ivareta dette, samtidig som studentene skal være i fokus. En mulig løsning er midler satt av til hospitering og bytte av praksis. Dette er omtalt i Stortingsmelding nr. 11 (KD, 2008–2009, s. 16) som *partnerskapsavtale* som sier: «som basis for den grunnleggende lærerkvalifiseringen og den senere profesjonelle utviklingen i yrket». Slik vil en kunne koble fag, fagdidaktikk og pedagogikk i teori og praksis nærmere hverandre.

Lærerutdanningene er gjennom Universitets- og høyskoleloven forpliktet til å tilby forskningsbasert undervisning, og vi har tidligere referert til Forskerforbundets definisjon av begrepet, som også er i tråd med NOKUTS definisjon (2006, s. 23). Kravet innebærer at de faglig tilsatte må få tid på arbeidsplanen til FoU og egenutvikling. Tabell 4.5 viser foruroligende høye andeler som har svart *nei* på alle forskningsområder. Videre ser en av tabell 4.6 at halvparten av utvalget har en FoU-andel på 20 % eller mindre på arbeidsplanen sin. Det betyr at forskningsandelen for lærerutdannerne ikke bare er dyster, men også i strid med intensjonene og forutsetningene som finnes i offentlige dokumenter. Tabell 4.5 viser også at 44 % av lærerutdannerne i matematikk svarer at de en eller annen gang har drevet matematisk forskning. Spørsmålsformuleringen gjør det vanskelig å fastslå hvordan situasjonen er i dag. Legger en Stortingsmelding nr. 11 om at forskningen må innrettes mot områder som er relevante for studieprogrammet (KD, 2008–2009, s. 75–76), til grunn, kan et slikt høyt prosenttall kanskje virke problematisk (jf. NOKUT).

Mange og store utfordringer

Det er viktig å framholde kravet om at fast tilsatte lærere i universitets- og høyskolesektoren skal ha forskningskompetanse. Dette skaper et institusjonelt ansvar. Undervisningen blir ikke mindre forskningsbasert selv om man bruker lektorer fra skolen, stipendiater eller andre i undervisningen av lærerstudentene. Det som er avgjørende, er at kompetente forskere med god kjennskap til feltets utvikling står bak undervisningen. Forskerne trekker i trådene og har ansvar for at fagene «bygger på oppdatert vitenskapelig forskning», slik det heter i Universitets- og høyskoleloven. I dette læringsmiljøet er forskerne viktige ressurspersoner for både studenter og midlertidig tilsatte lærere, som selv er i ferd med å lære seg håndverket: det å forske. Innholdet i høyere utdanning skal være tuftet på det fremste av forskning. Ingen kan drive god undervisning uten «å ha noe å melde», men med Kvalitetsreformen stilles det også nye krav.

Det blir naturlig å tenke seg at læringsarbeidet i seg selv bæres oppe av det fremste av kunnskap om undervisning og læring. Slik kunnskap har gjerne blitt sett på som erfaringskunnskap med tilnærmet osmotiske trekk. Systematisk utprøving og et kritisk lys fra kolleger (for eksempel via publiserte artikler) er ikke den mest framtreddende arbeidsmåten. Mens pedagogikken i hovedsak har vært et kultur- eller samfunnsfag opptatt av mer overgripende spørsmål, har didaktikken (undervisningslæra) vært praktikernes domene. Det finnes allikevel eksempler på at også organisering av læring systematisk har vært lagt under forskernes lupe. Et lysende eksempel i så måte er utviklingen av problembasert læring (PBL). (Jacobsen, 2004, s. 19)⁹

Undervisere som ikke har en grunnressurs i FoU/egenutvikling på sin arbeidsplan, kan over tid ha vansker med å oppfylle kravet om forskningsbasert undervisning. Dette gjelder uansett hvilken definisjon en legger til grunn av begrepet.

På spørsmål som gjelder oppfatninger om matematikk (avsnitt 4.12.1: C og F, tabell 4.14) svarer en stor andel av respondentene at de er *enige* eller *svært enige* i at matematikk innebærer kreativitet og nye oppdagelser. Gjenspeiler dette seg i faglærers tilnærming til fagstoffet, eller er ressursene og rammene slik at en «tvinges» til mer ordinære undervisningsmetoder som forelesning og oppgaveskriving? En eksemplarisk undervisning ut fra et fagsyn der studenter skal eksperimentere, utforske og finne egne løsningsmetoder, er

tidkrevende. Er det mulig å temabasere undervisningen slik at «tradisjonelle» emneområder blir omstrukturert og kan gi en større faglig og didaktisk innsikt? Mellom 57 % og 69 % (tabell 4.11) svarer at de bare *sjelden* eller *av og til* benytter prosjektarbeid, leker, spill, erfaringer, interesser eller læremidler i undervisningen. Dette kunne gi studentene erfaringer med å se en større sammenheng mellom matematiske ideer på tvers av faget.

Av tabell 4.23 kan vi lese at 24 % av lærerutdannerne mener at egen lærerutdanning er *lite vellykket* eller *svært lite vellykket* som yrkesforberedelse til matematikkundervisning. Nær 70 % mener egen lærerutdanning er *vellykket*, mens kun 2 % svarer at den er *svært vellykket*. I de nye lærerutdanningene vil en av utfordringene være å få høynet det siste prosenttallet.

Nettadresser

- 1 <http://forskerforbundet.no/Nyheter/Nyhetsarkiv/2010/Nytt-fra-Hovedstyret-september-2010/> (23.11.2011)
- 2 <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2008-2009/stmeld-nr-11-2008-2009-/6.html?id=544972> (23.11.2011)
- 3 <http://forskerforbundet.no/Fagpolitikk/Uttalelser/Arkiv/2007/Innspill-til-stortingsmelding-om-evaluering-av-kvalitetsreformen/Tid-til-forskning-etter-innføring-av-kvalitetsreformen/> (23.11.2011)
- 4 http://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:CgyTdc_jRHgJ:www.hive.no/getfile.php/Filer/Om_HVE/Praksis/Grunnskole/planforpraksis_alu.pdf+rammepplan+for+allmennlprosentC3prosentA6rerutdanningen+forskrift&hl=no&gl=no&pid=bl&srcid=ADGEESgH22AKAwPEBdSwyUDpE3jazqq0dTXT6j4ELW1dBSPprZUtAifqoQZFUpveKnG3pgxiCeQOKRLzvwF8sa_SzixqOMB166VX-pzVQbftuEPrFvbleCcr8ZfvEALdH8r61cjo52-uv&sig=AHIEtbQV2HW3mDs-slltSy00r9IO-RMBRPA (23.11.2011)
- 5 <http://student.hib.no/praksis/al/alu/student/planforpraksis4aarig.html#Vurdering> (23.11.2011)
- 6 <http://forskerforbundet.no/Fagpolitikk/Uttalelser/Arkiv/2007/Innspill-til-stortingsmelding-om-evaluering-av-kvalitetsreformen/Tid-til-forskning-etter-innføring-av-kvalitetsreformen/>
- 7 <http://www.udir.no/Lareplaner/Prinsipp-for-opplaringa/> (23.11. 2010)
- 8 <http://www2.hit.no/efl/mat/kim/kiminforeseptember08.pdf> (23.11.2011)
- 9 <http://www.fpol.no/Forskningspolitikk/Documents/Tidligere%20utgaver/2004/Forskningspolitikk-04-2004.pdf> (21.12.2011)

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo

I dette kapittelet presenterer vi en del utvalgte oppgaver fra TEDS, som lærerstudentene ble testet i med sikte på undervisning i matematikk på barnetrinnet. Vi presenterer resultater på oppgaver som tester kommende læreres kunnskaper i henholdsvis matematikk (MCK) og matematikkdiraktikk (MPCK). De norske resultatene blir sammenliknet med resultatene i de valgte referanselandene Polen, Singapore, Tyskland og USA. I slutten av kapittel 2 begrunnet vi valg av referanseland basert på kriterier som geografisk spredning, spredning i kultur for matematikkundervisning og at landene ressursmessig ikke er altfor forskjellige fra Norge. Resultatene er for alle landene fordelt på type lærerutdanning (programtyper).

5.1 Innledning

Lærerutdanningene varierer mye i de fleste landene som deltar i TEDS. Det gjelder både organisering av utdanningene, hvilket faglig innhold som vektlegges, og ikke minst til hvilke nivåer i skolen de utdanner lærere. Noen land har allmennlærerutdanninger som forbereder for undervisning på barnetrinnet til og med 4. trinn (Polen og Tyskland av våre referanseland), noen til og med 6. trinn (Singapore og USA av våre referanseland), noen til og med 7., 8. eller 10. trinn. Norge er det eneste landet i TEDS som utdanner allmennlærere i matematikk så langt opp som 10. trinn. En del land utdanner også matematikkspesialister for barnetrinnet, det gjelder for eksempel alle de landene vi har valgt som referanseland. Det internasjonale gjennomsnittet for allmennlærerstudenter som kan undervise utover 6. trinn, er gjennomgående svært lavt. I denne kategorien, som i TEDS benevnes som allmennlærere som kan undervise maksimalt til og med 10. trinn, var det kun tre land: Botswana, hvor de kan undervise til og med 7. trinn, Chile, hvor de kan undervise til og med 8. trinn, og Norge, hvor

de kan undervise til og med 10. trinn. Botswana og Chile presterer gjennomgående svært lavt i TEDS. Det internasjonale gjennomsnittet i denne gruppen blir derfor vanligvis lavt. Vi finner det lite relevant å sammenlikne de norske resultatene med disse to landene – selv om de i TEDS er plassert i samme kategori som Norge – siden Botswana og Chile begge er politisk og ressursmessig svært forskjellige fra Norge (for mer om valg av referanseland, se kapittel 2).

Når man reflekterer rundt de norske resultatene i TEDS, er det viktig å ta hensyn til hvilket nivå og hvilken type utdanning lærerstudentene har i de ulike landene. Lærerstudenter som utdannes for å undervise elever opp til og med 4. eller 6. trinn synes det rimelig å forvente at har noe lavere kompetanse i matematikk enn norske allmennlærere som kan undervise til og med 10. trinn. Selv om lærerstudenter i den nye grunnskolelærerutdanningen må ha fordypning i faget for å undervise på ungdomstrinnet, vil dette bare gjelde for de som tar utdanning etter at denne regelen trådte i kraft (se kapittel 3). Hovedtyngden av lærere i skolen i dag – og i et par tiår framover – vil være utdannet etter gammel modell, hvor alle allmennlærere har undervisningskompetanse til og med 10. skoleår, selv uten å ha valgt fordypning i matematikk. Det TEDS-studien viser om norske allmennlæreres kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk, både de med ekstra matematikk og de uten slik fordypning, er derfor i høyeste grad relevant for den kompetansen flertallet av norske grunnskolelærere har i dag og vil ha i lang tid framover.

Kategorisering av oppgaver er alltid gjenstand for mye diskusjon i internasjonale komparative studier, det være seg TIMSS, TIMSS Advanced eller TEDS. Ikke minst var det tilfelle da man skulle kategorisere oppgavene i TEDS. Klassifisering etter matematisk innhold som for eksempel tall, algebra og geometri var vanligvis ikke gjenstand for mye debatt. Oppgavene i TEDS er i tillegg klassifisert etter hvorvidt de tester lærerstudentene i matematikk eller i matematikkdiraktikk. Om en oppgave skal klassifiseres som matematikk eller matematikkdiraktikk, er det ofte noe vanskeligere å bli enige om. Hvordan man klassifiserer en oppgave, kan avhenge av tradisjoner i de enkelte land når det gjelder hva man vanligvis bruker som betegnelser på innhold i lærerutdanningene. Noen land bruker matematikkdiraktikk som en fellesbetegnelse for kurs med innhold som både er ren matematikk og innhold av mer matematikkpedagogisk karakter. I andre land undervises dette i klart atskilte kurs. I TEDS starter en del oppgaver med delspørsmål som er blitt kategorisert som matematikk, mens senere delspørsmål i samme oppgave er kategorisert

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

som matematikkdiraktikk. Vi har valgt å presentere hver oppgave samlet. Det betyr at alle delspørsmål til oppgaven drøftes etter hverandre, slik oppgaven framsto for lærerstudentene som deltok i studien. Hvordan en oppgave er kategorisert i TEDS, redegjør vi for når vi drøfter resultatet for den.

Det er viktig å ha klart for seg at det kan være en del tilfeldige variasjoner mellom resultater på enkeltoppgaver, blant annet avhengig av hvilke studenter som fikk hvilke oppgaver (se kapittel 8 om rotasjon av oppgaver). Feilmarginene på prosentangivelsene i dette kapittelet er av størrelsesorden 5 prosentpoeng. Det tar vi hensyn til i kommentarene.

Tekstboks 5.1

Tabellene i dette kapittelet oppgir prosentandeler av studentene som har svart riktig, har svart feil eller ikke har svart på en oppgave. Prosentandelene er fordelt på allmennlærerstudenter med kompetanse til og med 4. eller 6. trinn, allmennlærerstudenter med kompetanse til høyere trinn (maksimalt 10.) og spesialister i matematikk for barnetrinnet. Summerer man sammen dette for hvert land, kan svaret avvike noe fra 100 % fordi tallene er avrundet. Tabellene som presenteres, inneholder mer informasjon enn det vi har valgt å gi i figurene.

Figurene i dette kapittelet gir en visuell framstilling til hver oppgave, men i denne framstillingen viser vi bare prosentandeler som har svart riktig, fordelt på land og type utdanning (programtype). I figurene har vi også valgt bare å skille mellom allmennlærere og spesialister for barnetrinnet; det framgår derfor ikke av figurene hvor langt opp allmennlærerne kan undervise. For mer detaljert informasjon må man gå til tabellene. For Norge betegner ALU allmennlærerstudenter uten ekstra fordypning i matematikk, mens ALU+ betegner allmennlærerstudenter med slik fordypning. Allmennlærere med fordypning i matematikk er det nærmeste vi i Norge kommer det som i andre land er spesialister for matematikkundervisning på barnetrinnet.

5.2 Oppgave 1 for barnetrinns lærere – heltall

Den første oppgaven vi presenterer, undersøker lærerstudenters forståelse av regneoperasjoner på hele tall. Det gjelder forståelse av kommutative og assosiative lover for de fire regneartene addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon. TEDS klassifiserer den som en oppgave som tester lærerstudentenes kunnskaper i matematikk (MCK). Lærerstudentene blir presentert for fire «regneregler» for hele tall, og studentene skal avgjøre om «reglene» har generell gyldighet eller ikke. «Reglene» er gitt som generelle algebraiske uttrykk. Av de gitte utsagnene er det bare C som stemmer; de andre utsagnene gjelder

Mange og store utfordringer

ikke generelt. De to siste utsagnene framstår som noe mer kompliserte enn de to første ved at de i tillegg til bokstaver og operasjoner inneholder parenteser. En nærmere vurdering av deloppgavene peker mot at det å avgjøre at utsagn D ikke stemmer, vil være den oppgaven som faller vanskeligst ut. Den krever noe mer kunnskap hos studentene om bruk og oppløsning av parenteser enn oppgave C. Siden det står minus foran en parentes i D-oppgaven, må studentene vite at ved oppløsning av parentesen skal tegnene inne i parentesen endres. Siden det står pluss foran parentesene i deloppgave C, kan parentesene fjernes uten at man gjør noen andre endringer. Vi presenterer og drøfter resultatene for hver enkelt deloppgave etter hverandre i den rekkefølgen de er gitt i oppgaven.

5.2.1 Oppgave 1 – del A

I den første deloppgaven i oppgave 1 presenteres lærerstudentene for et utsagn som betyr at rekkefølgen på det som skal subtraheres, er likegyldig. Ifølge den kommutative loven er rekkefølgen likegyldig ved addisjon, men ikke ved subtraksjon. Utsagnet i del A er derfor feil.

I Utdanningsdirektoratets veiledning for matematikk står det under punktet «benytte algebraiske lover for addisjon og multiplikasjon i hoderegning» på 4. årstrinn: «Elevene kan bytte om på rekkefølgen på tallene som skal adderes eller multipliseres, og sammenligne resultatene. [...] Går det an å bytte om når man skal subtrahere?» Deretter skrives to kommutative og en antikommutativ lov opp på algebraisk form, på tilsvarende måte som i denne oppgaven (Utdanningsdirektoratet, Veiledninger til Kunnskapsløftet).

Angi om hvert av de følgende utsagnene er sant for mengden av hele tall a , b og c større enn null.

Sett kryss i én rute på hver linje.

	Sant	Ikke sant
A. $a - b = b - a$	☐ ₁	☐ ₂
B. $a : b = b : a$	☐ ₁	☐ ₂
C. $(a + b) + c = a + (b + c)$	☐ ₁	☐ ₂
D. $(a - b) - c = a - (b - c)$	☐ ₁	☐ ₂

Spørsmålet til lærerstudentene om hvorvidt det å trekke b fra a er det samme som å trekke a fra b , framstår som en ganske lett oppgave. Den største utfordringen for noen lærerstudenter kan kanskje være at utsagnet er formulert på en generell måte ved hjelp av algebra. Det kan tenkes at noen studenter som sliter

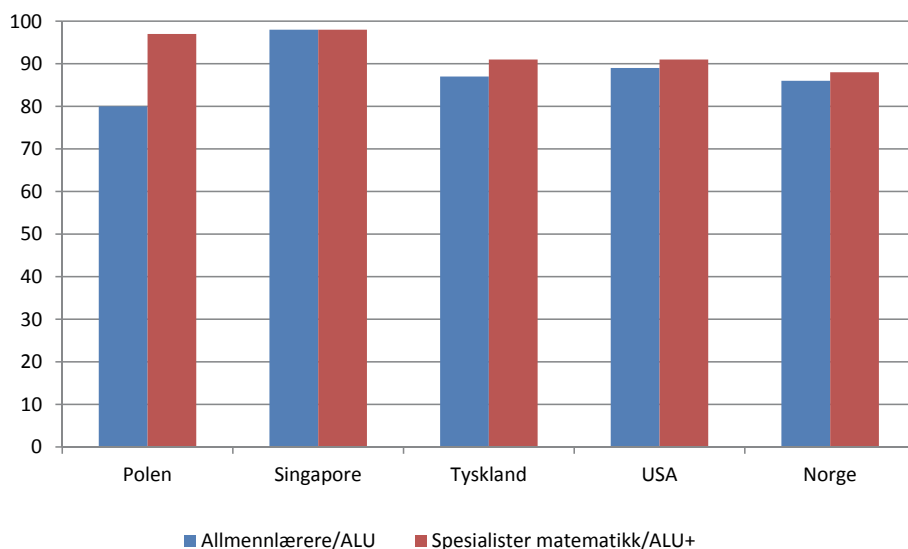
5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

med algebra, har problemer med det. På den annen side er dette såpass enkel algebra at det er rimelig å forvente at alle lærere i matematikk skal beherske det.

Tabell 5.1 Oppgave 1 – del A. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Riktig svar			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	80		97	17		4	4		0
Singapore	98		98	2		2	0		0
Tyskland	87		91	7		8	6		1
USA	89		91	11		9	0		0
Norge ALU		86			11			3	
Norge ALU+		88			6			7	
Internasjonalt gjennomsnitt*	76 / 87	72	92	16 / 11	22	7	8 / 2	6	1

*I denne og etterfølgende tabeller refererer det første tallet til internasjonalt gjennomsnitt for program som utdanner allmennlærere til og med 4. trinn. Det andre tallet referer til gjennomsnitt for program som utdanner allmennlærere til og med 6. trinn.



Figur 5.1 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – del A.

Mange og store utfordringer

For Norges del har vi i figuren kategorisert ALU sammen med allmennlærerutdanningene i referanselandene og ALU+ sammen med spesialistutdanningene. Merk at tabell 5.1 inneholder mer detaljerte opplysninger enn figur 5.1. Disse kommentarene gjelder for tilsvarende tabeller og figurer i resten av dette kapittelet.

Alle de landene vi sammenlikner med, har to typer lærerutdanning, en som utdanner allmennlærere og en som utdanner matematikkspesialister for barnetrinnet. Lærerstudenter i begge typene utdanning presterer gjennomgående like godt, unntatt i Polen, hvor matematikkspesialistene presterer klart bedre. Prestasjonsnivået for de norske studentene ligger nært opp til prestasjonsnivået i de andre landene. Unntaket er Singapore, hvor tilnærmet alle lærerstudentene svarer riktig på oppgaven, både de som skal bli allmennlærere opp til 6. trinn, og de som er definert som matematikkspesialister for barnetrinnet.

I Norge er det ingen forskjell på hvor godt lærerstudentene på ALU og ALU+ presterer. Generelt presterer begge gruppene på nivå med lærerstudenter i andre land som kan undervise til og med 4. eller 6. trinn, og litt i underkant av hvor godt spesialistene i matematikk presterer. I alle landene vi sammenlikner med, ligger løsningsprosenten for riktig svar for matematikkspesialistene i overkant av 90 %.

5.2.2 Oppgave 1 – del B

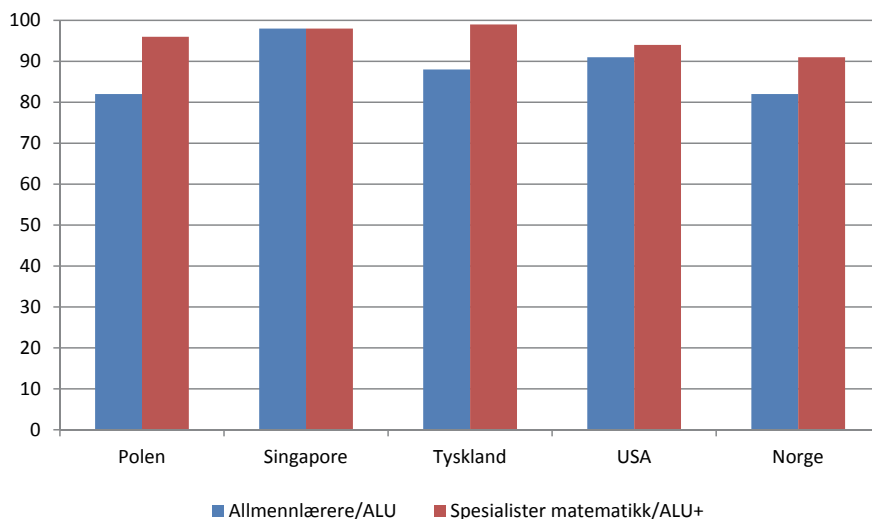
På deloppgave B i oppgave 1 skal lærerstudentene svare på spørsmål om hvorvidt den kommutative lov gjelder for divisjon. Ifølge den kommutative lov er rekkefølgen på tallene (faktorene) likegyldig ved multiplikasjon, men ikke ved divisjon. Utsagnet i deloppgave B som ville bety at rekkefølgen på tallene er likegyldig også ved divisjon, er derfor feil.

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

Tabell 5.2 Oppgave 1 – del B. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstuderenter for barnetrinn.

Land	Riktig svar			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	82		96	13		4	5		0
Singapore	98		98	2		2	0		0
Tyskland	88		99	7		0	6		1
USA	91		94	9		6	1		0
Norge ALU		82			14			4	
Norge ALU+		91			6			4	
Internasjonalt gjennomsnitt*	81 / 89	84	94	10 / 9	9	5	9 / 2	8	1

*Se kommentar til tabell 5.1.



Figur 5.2 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – del B.

På samme måte som for deloppgave A, svarer tilnærmet alle lærerstudentene i Singapore riktig på deloppgave B, både allmennlærerne og matematikkspecialistene. De norske lærerstudentene på allmennlærerutdanning uten ekstra matematikk (ALU) presterer svakere enn lærerstuderenter i de andre landene,

Mange og store utfordringer

unntatt lærerstudentene i Polen som kan undervise til og med 4. trinn. Norske allmennlærerstudenter med ekstra matematikk (ALU+) presterer på nivå med allmennlærerne i de fleste andre landene og bedre enn allmennlærerne i Polen. Her må vi ta med i vurderingen at allmennlærerne i Polen bare kan undervise til og med 4. trinn, mens våre allmennlærere kan undervise til og med 10. trinn.

Matematikkspesialistenes prestasjoner i alle landene ligger i overkant av hva våre ALU+ studenter presterer. På bakgrunn av at det ser ut til å være et gjennomgående trekk på alle nivåer i norsk skole at elevene presterer svakt i algebra, er det mulig at en del av våre lærerstudenter ikke har forstått den generelle måten oppgaven er formulert på. Særlig for ALU-studenter kan dette ha vært ett av de problemene de har hatt når de skulle svare på den.

5.2.3 Oppgave 1 – del C

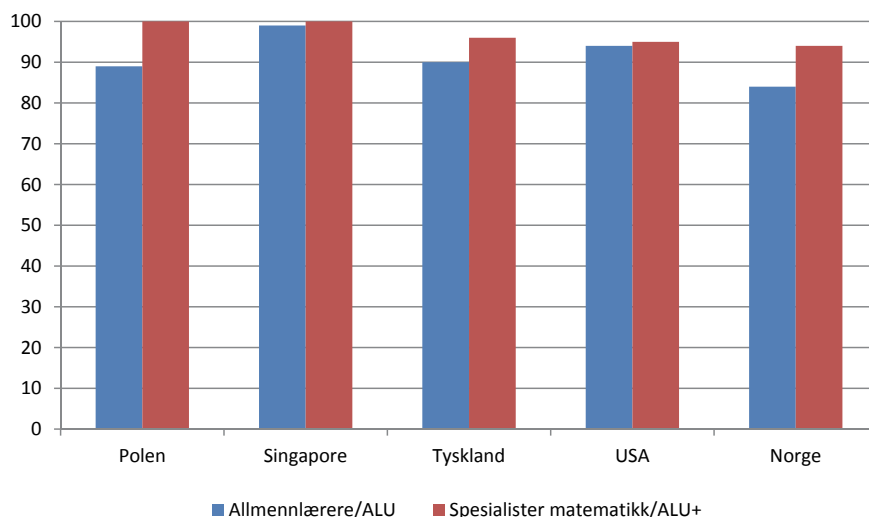
Deloppgave C i oppgave 1 handler om den assosiative loven for addisjon. Den assosiative loven for addisjon sier at når vi adderer tre tall, spiller det ingen rolle hvilken av de to addisjonene vi foretar først og sist, sluttresultatet blir det samme. Parenteser med pluss foran kan tas bort uten at man gjør noen andre forandringer. Utsagnet i deloppgave C om at $(a + b) + c$ er det samme som $a + (b + c)$, uttrykker den assosiative loven for addisjon og er følgelig riktig.

Tabell 5.3 Oppgave 1 – del C. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Riktig svar			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	89		100	7		0	4		0
Singapore	99		100	1		0	0		0
Tyskland	90		96	3		3	7		1
USA	94		95	6		5	0		0
Norge ALU		84			12			4	
Norge ALU+		94			2			5	
Internasjonalt gjennomsnitt*	89 / 95	84	96	5 / 4	11	3	6 / 1	5	1

*Se kommentar til tabell 5.1.

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet



Figur 5.3 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – del C.

Fra rundt 90 til 100 % av lærerstudentene i alle de landene vi har valgt å sammenlikne med, svarer at utsagnet i deloppgave C stemmer. Det gjelder både for allmennlærere som kan undervise opp til og med 4. eller 6. trinn, og for matematikkspesialistene. Det samme gjelder for de norske allmennlærerne med ekstra fordypning i matematikk (ALU+), hvor over 90 % har rett svar på oppgaven. Det er bare de norske allmennlærerne uten fordypning i matematikk som skårer lavere, med bare 84 % som gir korrekt svar. Det er tankevekkende at våre ALU-studenter kommer ut med et svakere resultat enn allmennlærere i andre land som ikke kan undervise lenger enn til og med 4. eller 6. trinn, spesielt siden våre allmennlærere kan undervise til og med 10. trinn.

Nå kan man hevde at med de siste endringene i norsk lærerutdanning, skal ikke allmennlærere uten fordypning i matematikk undervise på ungdomstrinnet. Det endrer likevel ikke på situasjonen i skolen slik den er i dag og for de neste tiårene. Hovedtyngden av lærerne i skolen vil fortsatt være utdannet etter gammel ordning, med kompetanse til å undervise til og med 10. trinn.

5.2.4 Oppgave 1 – del D

Innledningsvis i dette kapittelet begrunnet vi hvorfor siste spørsmål i oppgave 1, deloppgave D, kan antas å være mest utfordrende. Mens hvilket tall som

Mange og store utfordringer

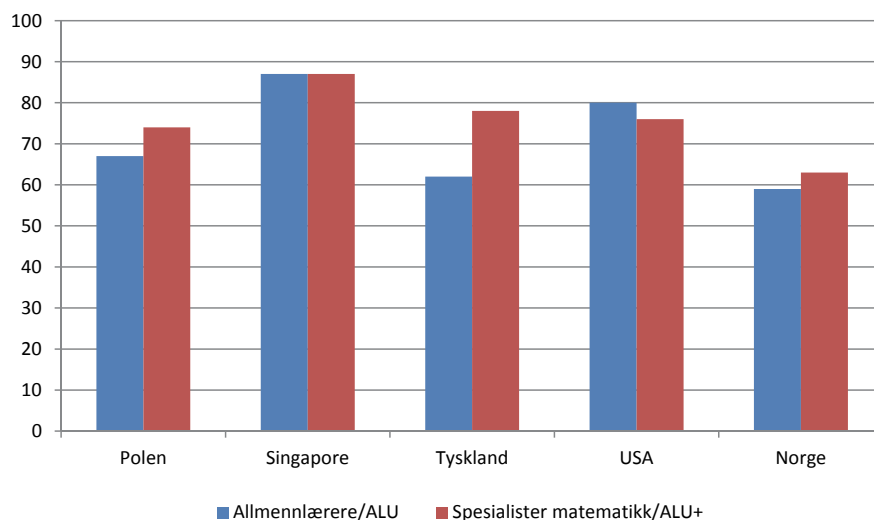
står først og sist når vi adderer tall, alltid er likegyldig for resultatet, er det noe mer komplisert når vi subtraherer tall. Slik deloppgave D er presentert, med parenteser, er én måte å løse den på å undersøke om man får det samme svaret på høyre og venstre side hvis man oppløser parentesene. Man må da vite at parenteser med minustegn foran fører til at tegn inne i parentesene endrer seg til det motsatte når parentesene oppløses. Man vil da se at man ikke får det samme på høyre og venstre side; utsagnet i oppgaven om at $(a - b) - c$ er det samme som $a - (b - c)$, er derfor feil. En annen måte å løse oppgaven på er ved følgende resonnement: Venstresiden, $(a - b) - c$, forteller at vi først skal trekke b fra a , og deretter skal vi fortsette med å trekke fra c . Totalt trekker vi derfor både b og c fra a . På høyresiden, $a - (b - c)$, er det annerledes. Der skal vi først trekke c fra b , og det som da er igjen, skal vi trekke fra a . Totalt trekker vi derfor mindre enn b fra a . Da kan ikke venstresiden og høyresiden være like.

Tabell 5.4 Oppgave 1 – del D. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstuderenter for barnetrinn.

Land	Riktig svar			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	67		74	28		26	5		0
Singapore	87		87	13		14	0		0
Tyskland	62		78	31		21	7		1
USA	80		76	20		24	0		0
Norge ALU		59			37			4	
Norge ALU+		63			33			5	
Internasjonalt gjennomsnitt*	59 / 70	51	77	32 / 29	41	23	9 / 2	8	1

*Se kommentar til tabell 5.1.

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet



Figur 5.4 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – del D.

Antagelsen om at deloppgave D er den mest utfordrende, samsvarer med at vi ser generelt lavere prosentandeler av lærerstudentene som svarer riktig enn i de tidligere deloppgavene. Samtidig er det viktig å legge merke til at dette mønsteret er langt mer framtreddende for lærerstudenter i Norge enn i de andre landene. På ALU svarer nærmere 40 % av de norske studentene at dette utsagnet er riktig. Resultatet er heller ikke oppløftende for ALU+ studentene, med en svarprosent riktig som er lavere enn i alle de andre landene bortsett fra allmennlærere i Tyskland som kan undervise opp til og med 4. trinn.

At norske studenter som skal bli lærere, presterer svakt på oppgave 1, samsvarer for så vidt godt med det vi har sett i en rekke internasjonale komparative matematikkstudier tidligere; norske elever synes å ha spesielt svake kunnskaper i formell matematikk (Grønmo, 2005a, 2005b, 2010; Grønmo & Olsen, 2006; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Olsen & Grønmo, 2006). Å ha forståelse for den type regneregler som lærerstudentene presenteres for i oppgave 1, er formell matematikk for regning med tall.

De to siste deloppgavene stiller også krav til lærerstudentenes forståelse av bruken av parenteser. Bruken av parenteser er viktig når man bare arbeider med tall, men de får en helt avgjørende betydning når man går fra aritmetikk

Mange og store utfordringer

til algebra. I aritmetikk – regning med tall – kan man regne ut det som står inne i en parentes, før man oppløser den og regner videre. Det kan man ikke på samme måte gjøre når man kommer til algebra, der vil forståelsen av regler for parenteser spille en helt avgjørende rolle for det man skal gjøre.

Nå arbeider man også på barnetrinnet med parenteser, blant annet for på den måten å forberede elevene til senere bruk i algebra. De svake resultatene for våre allmennlærerstudenter, både de med og de uten fordypning i matematikk, er slik sett foruroligende. Det er viktig at lærerne i skolen ikke bare kan den matematikken de selv skal undervise i; de skal også kunne forberede elevene til det de skal lære på høyere trinn. Skal dette kunne realiseres, er et første krav at lærerne har kunnskap om og forståelse for den matematikken som følger på de neste trinnene i skolen.

Oppsummering av oppgave 1:

Alle deloppgavene i oppgave 1 tester framtidige læreres kunnskaper om de grunnleggende regnereglene for tall. Den kanskje mest sentrale oppgaven for lærere på barnetrinnet er å lære elevene regneregler for tall, det vi kan kalle grunnleggende aritmetikk. Å undersøke om framtidige lærere kan dette, er derfor svært relevant. En oppsummering av de norske lærerstudentenes prestasjoner på oppgaven viser følgende:

- På spørsmål A er det ingen forskjell i prestasjoner mellom de norske lærerstudentene i ALU og ALU+; i begge gruppene svarer rundt 87 % korrekt. Det er på nivå med allmennlærerstudenter i Tyskland og USA, og vel så godt som allmennlærerstudentene i Polen, men i underkant av hva matematikkspesialistene i disse landene presterer.
- På spørsmål B er de norske prestasjonene for ALU og ALU+ på nivå med allmennlærerstudenter i Polen, Tyskland og USA, men svakere enn for matematikkspesialistene i disse landene.
- På deloppgave C presterer ALU+ på nivå med allmennlærerstudenter i andre land, mens våre ALU-studenter ligger litt under dette.
- Det er på deloppgave D at vi får klare forskjeller mellom lærerstudentene i de ulike landene. De norske lærerstudentene, både ALU og ALU+, presterer litt over gjettefaktoren, med rundt 60 % som svarer riktig. Allmennlærerstudentene i Tyskland ligger på omtrent samme nivå, mens lærerstudentene i USA og – enda mer markant – i Singapore presterer langt

bedre. Lærerstudenter i andre land som spesialiserer seg i matematikk, presterer klart bedre enn både ALU og ALU+ i Norge.

- På alle de tre første delspørsmålene svarer tilnærmet 100 % riktig i Singapore. På delspørsmål D går dette ned til 87 %, men Singapore presterer fortsatt klart bedre enn Norge og de landene vi sammenlikner med.

Generelt framstår resultatet for de norske lærerstudentene som noe svakere enn i de landene vi sammenlikner med. Det gjelder våre lærerstudenter på både ALU og ALU+, selv om ALU+ gjennomgående gjør det noe bedre enn ALU. Selv om resultatet for norske lærerstudenter på flere delspørsmål er på nivå med allmennlærere i andre land, må man her ta med i betraktningen at studentene i andre land bare kan undervise til og med 4. eller 6. trinn, mens de i Norge kan undervise til og med 10. trinn. Særlig siden denne TEDS-oppgaven tester lærerstudentene på et så sentralt område som aritmetikk, gir dette grunn til bekymring.

Sammenlikner vi resultatene i disse landene med hvor godt elever gjør det i grunnskolen i de samme landene, er det samsvar mellom hva lærerstudentene viser av faglige kunnskaper og hvor godt elever på 4. og 8. trinn i grunnskolen presterer (Grønmo, 2010; Grønmo & Onstad, 2009). Både på 4. og 8. trinn er elever i Singapore blant de som presterer best. Elever på 4. trinn i både USA og Tyskland presterer klart bedre enn de norske elevene. På 8. trinn deltok ikke Tyskland i 2007, men elever fra USA ligger klart over de norske elevenes prestasjoner. Det synes å være en tendens til at lærerstudenter i land som presterer bedre enn de norske i TEDS, også har elever som presterer bedre enn de norske i TIMSS-studiene for grunnskolen.

5.3 Oppgave 2 for barnetrinns lærere – geometri

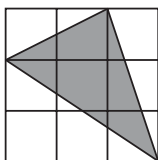
Dette er en geometrioppgave som tester lærerstudentenes kunnskaper i matematikk (MCK). I et rutenett hvor hver rute er 1 cm^2 , er det tegnet inn en skravert trekant. Studentene skal velge hvilket av fire alternativer for arealet av trekanten som er riktig. Oppgaven kan løses på ulike måter, både ved formell utregning, ved opptelling av ruter og ved å gjøre overslag over arealet. Siden oppgaven ikke ber elevene om å vise hvordan de kommer fram til svaret, vet vi ikke hvilken type strategi elevene valgte.

Mange og store utfordringer

Én måte å bestemme arealet på er først å beregne arealet av hele firkanten. Deretter kan man beregne arealet av de tre trekantene på rutearket som ligger utenfor den skraverte trekanten og trekke det fra arealet av firkanten. Arealet av hele firkanten er 9 cm^2 . I de tre trekantene som omgir den skraverte trekanten, er det relativt lett å se hva som kan brukes som grunnlinje og høyde for å beregne arealet. I den øverste trekanten til venstre kan man si at grunnlinjen er 2 cm og høyden 1 cm . Bruk av formelen gir da et areal på 1 cm^2 . I den nederste trekanten til venstre kan man si at grunnlinjen er 3 cm med en høyde på 2 cm . Arealformelen gir da 3 cm^2 . I den siste trekanten til høyre i figuren kan man velge 3 cm som grunnlinje med høyde 1 cm . Arealet av denne trekanten blir da $1,5 \text{ cm}^2$. Arealet av disse tre trekantene er til sammen $5,5 \text{ cm}^2$. Dette trekkes fra arealet av hele firkanten, som var 9 cm^2 . Arealet av den skraverte trekanten blir derfor $3,5 \text{ cm}^2$, som er oppgitt i oppgaven som alternativ A.

Oppgaven kan også løses ved å gjøre et overslag over hvor mange ruter den skraverte trekanten dekker. Det kan for eksempel gjøres ved å se på hvilke skraverte deler som til sammen blir omtrent 1 cm^2 , og så telle opp disse. Man vil da kunne se at det skraverte området dekker omtrent 3 hele ruter, i tillegg til omtrent en halv rute. På bakgrunn av det kan man slutte seg til at alternativ A med areal $3,5 \text{ cm}^2$ må være det riktige, siden alle de tre andre er 4 cm^2 eller mer.

Arealet av kvart lite kvadrat er 1 cm^2 .



Kva er arealet av den skraverte trekanten i cm^2 ?

- A. $3,5 \text{ cm}^2$
- B. 4 cm^2
- C. $4,5 \text{ cm}^2$
- D. 5 cm^2

Set kryss i én rute.

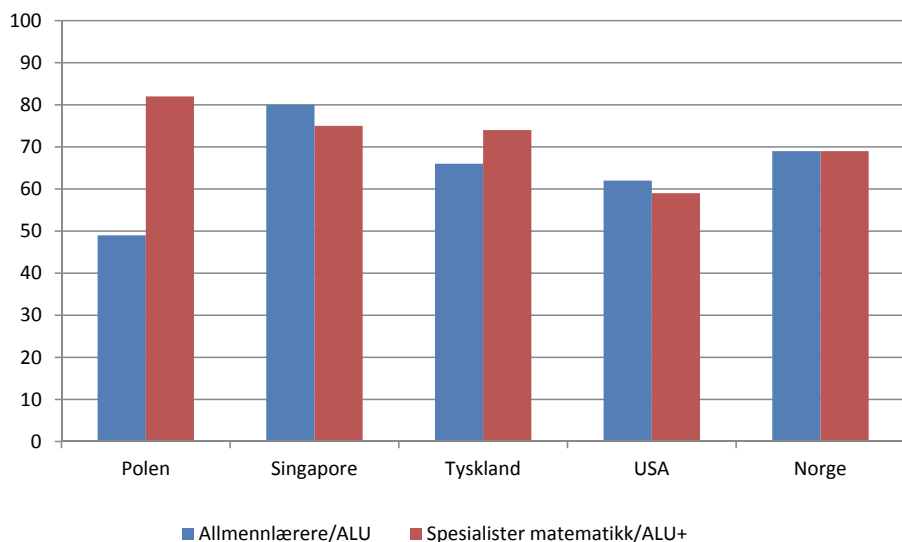
- ☐ ₁
- ☐ ₂
- ☐ ₃
- ☐ ₄

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

Tabell 5.5 Oppgave 2. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Riktig svar			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	49		82	42		18	9		1
Singapore	80		75	21		25	0		0
Tyskland	66		74	29		26	5		0
USA	62		59	37		41	1		0
Norge ALU		69			30			1	
Norge ALU+		69			27			4	
Internasjonalt gjennomsnitt*	53 / 68	41	73	39 / 30	39	26	8 / 2	21	2

*Se kommentar til tabell 5.1.



Figur 5.5 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 2.

Allmennlærerstudentene i Singapore presterer klart bedre enn allmennlærerstudentene i de andre landene. For lærerstudentene som spesialisere seg i matematikk, er det Polen som presterer best, med over 80 % som svarer

Mange og store utfordringer

riktig. I Tyskland og Singapore svarer rundt 75 % av matematikkspesialistene riktig på oppgaven. Lærerstudentene i USA utmerker seg med svake prestasjonene både for allmennlærerne og spesialistene i matematikk; bare rundt 60 % av disse svarer riktig.

For de norske lærerstudentene er det ingen forskjell mellom ALU og ALU+; rundt 70 % i hver av gruppene svarer riktig. De norske studentene gjør det noe bedre enn lærerstudentene i USA og bedre enn allmennlærerne i Polen som kan undervise til og med 4. trinn. Samtidig er de norske resultatene svakere enn resultatene for matematikkspesialister i alle landene unntatt USA. På samme måte som i forrige oppgave framstår resultatet for norske lærerstudenter som relativt svakt, særlig hvis vi tar med i vurderingen at de norske lærerstudentene kan undervise til og med 10. trinn i motsetning til i de andre landene.

5.4 Oppgave 3 for barnetrinnslærere – algebra

Elever som hadde hatt algebra, fikk dette spørsmålet:

For et vilkårlig tall n , hva er størst, $2n$ eller $n + 2$?

Gi svaret og vis din begrunnelse eller framgangsmåte.

Denne oppgaven tester lærerstudentenes kunnskaper i matematikk (MCK) på området algebra. Lærerstudentene skal svare på hvilket tall som er størst, $2n$ eller $n + 2$, når n er et vilkårlig tall. Svaret studentene ga på oppgaven, ble vurdert som helt riktig (2 poeng), delvis riktig (1 poeng) eller galt (0 poeng). Tabell 5.6 viser resultatene på oppgaven angitt ved et tall som er kalkulert på følgende måte: Prosent helt riktig teller fullt, mens prosent delvis riktig teller halvt. Det betyr at prosentandelen for delvis riktig divideres med 2 før man adderer de to prosentandelene. I tabell 5.6 oppgis denne summen som et mål for hvor gode prestasjonene er. Dette vektete prosenttallet er fordelt på land og programtyper. Merk at med en slik beregning kan vi ikke vente at summen av tallene blir 100 %.

Oppgaven kan løses på mange måter, og studentene ble bedt om å vise hvordan de kom fram til svaret. En måte er å sette opp ulikheter av typen

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

$2n > n + 2$ og $2n < n + 2$, som man løser for å finne ut i hvilke intervaller $2n$ er størst og i hvilke intervaller $n + 2$ er størst. En riktig løsning av ulikhetene kan være: for $n > 2$ er $2n > n + 2$; for $n = 2$ er $2n = n + 2$; og for $n < 2$ er $2n < n + 2$. En annen måte å løse oppgaven på, er ved å tegne grafene til to funksjoner, $y_1 = n + 2$ og $y_2 = 2n$, for deretter å lese av for hvilke verdier det ene funksjonsuttrykket er større enn det andre. En tredje måte å løse oppgaven på kan være ved en systematisk undersøkelse for en del verdier som man ordner og bruker som basis til å trekke konklusjoner. Alle disse måtene får man helt riktig på hvis de blir gjennomført på en tilfredsstillende måte. Hvis metodene blir brukt, men ikke gjennomført fullt ut eller har mangler, får studenten delvis riktig på oppgaven.

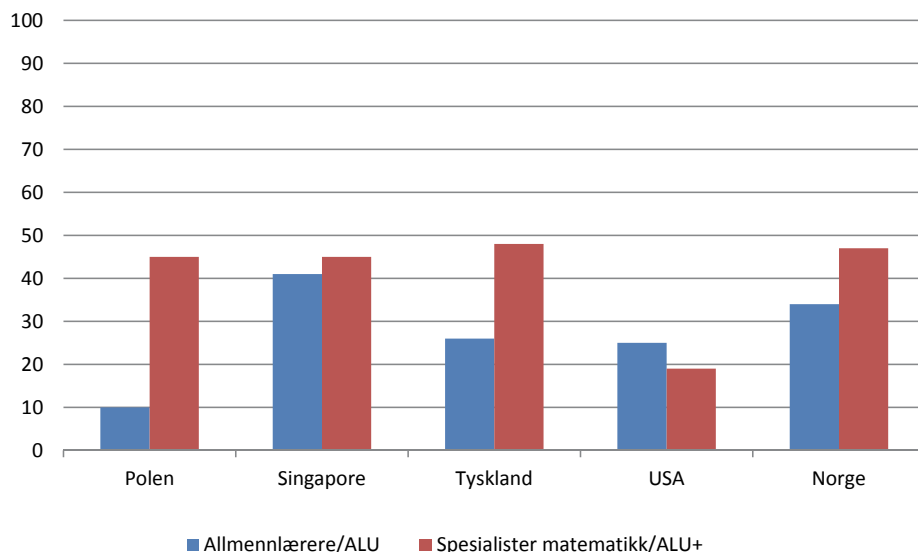
Tabell 5.6 Oppgave 3. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Vektet prosenttall**: helt riktig + ½ delvis riktig			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	10		45	70		37	13		0
Singapore	41		45	35		28	0		2
Tyskland	26		48	55		37	5		5
USA	25		19	54		64	2		0
Norge ALU		34			43			2	
Norge ALU+		47			31			3	
Internasjonalt gjennomsnitt*	16 / 30	5	38	59 / 56	63	42	16 / 3	30	3

*Se kommentar til tabell 5.1.

**Siden vi opererer med vektet prosenttall i kolonnene for riktig svar (som dekker både helt riktig og delvis riktig), vil summen for henholdsvis riktig svar, feil svar og ikke svart i de ulike gruppene vanligvis bli mindre enn 100 %.

Mange og store utfordringer



Figur 5.6 Resultater (vektet prosent korrekt) for prestasjoner i Norge og referanse-landene på oppgave 3.

Også på denne oppgaven ligger Singapore på topp når man ser på allmennlærere og lærere som spesialiserer seg i matematikk under ett. I Polen og Tyskland gjør matematikkspecialistene det markant bedre enn allmennlærerne. Som på tidligere oppgaver presterer lærerstudenter i USA relativt svakt, sammenliknet med studenter i andre land. Prestasjonene for de norske lærerstudentene er bedre enn på flere andre oppgaver. Det er positivt at norske ALU-studenter presterer bedre enn allmennlærerne i de andre landene som kan undervise til og med 4. eller 6. trinn, da med unntak av lærerstudentene i Singapore. Studentene på ALU+ har her et klart bedre resultat enn ALU-studentene; de er på nivå med matematikkspecialistene i alle de andre landene og gjør det langt bedre enn spesialistene i USA.

Nå kan man diskutere hvor relevant det er for lærere på barnetrinnet å kunne algebra. Den til dels klare forskjellen i prestasjoner som man i land som Polen og Tyskland ser mellom allmennlærere og de som spesialiserer seg i matematikk, kan kanskje i noen grad tilskrives at man har valgt å legge lite vekt på algebra for allmennlærere på lavere trinn i skolen. Nå gjelder ikke et slikt argument for de norske lærerstudentene, som kan undervise til og med 10. trinn i skolen. På ungdomstrinnet er algebra et viktig område i undervisningen.

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

Et annet argument for at lærere skal beherske en del algebra, er at de trenger kunnskap om hva elevene skal lære på høyere trinn, slik at de kan tilrettelegge undervisningen med det for øye. Lærerne kan da gjennom undervisningen forberede elevene på det de skal lære senere. At lærere trenger kunnskaper i algebra, kan også begrunnes med behovet for å gi faglige utfordringer til alle elever, også de flinkeste. Det vil kunne bety at noen elever trenger utfordringer i algebra lenge før det er en del av undervisningen for alle elever.

5.5 Oppgave 4 for barnetrinns lærere – heltall

I denne oppgaven blir lærerstudentene presentert for fire oppgaver som er tenkt gitt til elever i første klasse. Studentene blir bedt om å oppgi de to oppgavene de mener vil være vanskeligst for elevene. Oppgaven er i TEDS klassifisert til å teste studentenes kunnskaper i matematikdidaktikk (MPCK).

En lærer i 1. klasse ber elevene løse følgende fire regnefortellinger på den måten de selv ønsker, også ved å bruke konkrete hvis de ønsker det.

- Oppgave 1: Jens har 3 pakker med klistremerker. Det er 6 klistremerker i hver pakke. Hvor mange klistremerker har Jens til sammen?
- Oppgave 2: Jørgen hadde 5 fisker i akvariet. Han fikk 7 nye til bursdagen. Hvor mange fisker hadde han da?
- Oppgave 3: Jon hadde noen lekebiler. Han mistet 7 biler. Da hadde han 4 biler igjen. Hvor mange lekebiler hadde Jon før han mistet noen?
- Oppgave 4: Marie hadde 13 ballonger. 5 ballonger sprakk. Hvor mange ballonger hadde hun igjen?

Læreren legger merke til at to av oppgavene er vanskeligere for elevene enn de andre to.

Hvilke **TO** oppgaver vil trolig være **VANSKELIGERE** å løse for elever i 1. klasse?

Oppgave _____ og oppgave _____

Riktig svar er at oppgave 1 og 3 vanligvis er vanskeligst for elever i første klasse. Siden studentene ikke ble bedt om å begrunne svaret sitt, vet vi ikke hvorfor de svarte som de gjorde. I oppgave 2 og 4 er problemet formulert på en direkte måte, som peker klart i retning av at man i oppgave 2 skal addere

Mange og store utfordringer

to tall og i oppgave 4 subtrahere to tall. Disse to oppgavene framstår derfor som enklere enn oppgave 1, hvor det ligger an til å multiplisere to tall med hverandre, eller alternativt addere tre tall. De framstår også som enklere enn oppgave 3, hvor problemet er presentert på en måte som krever at man analyserer teksten nøyer for å kunne svare.

Man får helt riktig på oppgaven hvis man angir både oppgave 1 og 3 som de vanskeligste, man får delvis riktig hvis man plukker ut én av dem. Tabell 5.7 viser resultatene på oppgaven angitt ved et tall for riktig, som er kalkulert på følgende måte: Prosent helt riktig teller fullt, mens prosent delvis riktig teller halvt. Det betyr at prosentandelen for delvis riktig divideres med 2 før man adderer de to prosentandelene. I tabell 5.7 er det denne summen, som vi refererer til som vektet prosenttall, som er oppgitt for hver type program.

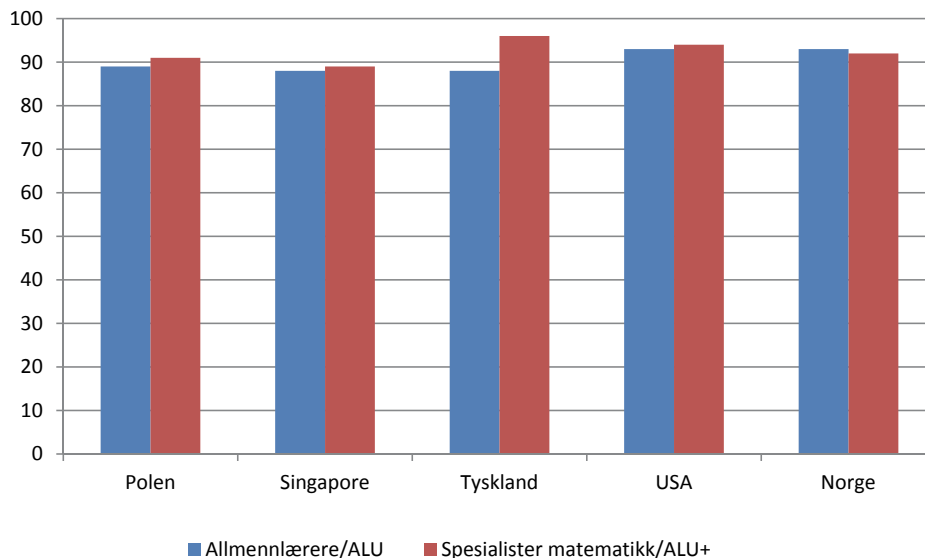
Tabell 5.7 Oppgave 4. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Vektet prosenttall**: helt riktig + ½ delvis riktig			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk
Polen	89		91	1		1	2		0
Singapore	88		89	0		0	0		0
Tyskland	88		96	0		0	2		0
USA	93		94	0		0	0		0
Norge ALU		93			1			0	
Norge ALU+		92			0			0	
Internasjonalt gjennomsnitt*	87 / 89	79	90	1 / 1	2	1	3 / 0	7	1

*Se kommentar til tabell 5.1.

**Siden vi opererer med vektet prosenttall i kolonnene for riktig svar (som dekker både helt riktig og delvis riktig), vil summen for henholdsvis riktig svar, feil svar og ikke svart i de ulike gruppene vanligvis bli mindre enn 100 %.

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet



Figur 5.7 Resultater (vektet prosent korrekt) for prestasjoner i Norge og referanse-landene på oppgave 4.

Oppgaven framstår som relativt lett med et vektet prosenttall for riktig svar på rundt 90 i alle landene. Det gjelder både for allmennlærerstudentene og for spesialister i matematikk. De norske lærerstudentenes prestasjoner er fullt på høyde med prestasjonene i de andre landene; det samme gjelder for USA, som også har prestert svakt på en del tidligere oppgaver i matematikk. Det er ingen forskjell mellom studentene på ALU og på ALU+ på denne oppgaven; de presterer på linje med USA, mens både Tyskland og Singapore ligger litt lavere. Når man vurderer de norske resultatene, må man også her ta med i betraktningen at våre allmennlærere kan undervise i hele grunnskolen til og med 10. trinn, mens de allmennlærerne vi sammenlikner med, bare kan undervise på enten 1.–4. eller 1.–6. trinn.

Alle de landene vi sammenlikner med, presterer vel så godt som lærerstudentene i Singapore, men forskjellene er små. En mulig årsak til at lærerstudentene i flere land presterer vel så godt som lærerstudenter i Singapore, kan være at man i en del land legger mer vekt på de didaktiske aspektene i lærerutdanningene. Lærerutdanningen i Singapore kan synes å legge mest vekt på kunnskaper i matematikk. Når man drøfter dette, må man også ta i betraktning at matematikken som studentene presenteres for, er tenkt å være

Mange og store utfordringer

for elever i 1. klasse. Selve det matematiske innholdet er derfor svært elementært; det dreier seg om enkel regning med tall mellom 1 og 20.

Resultatet på oppgaven er i samsvar med det generelle resultatet som presenteres i kapittel 2, hvor vi så at norske lærerstudenter for barnetrinnet presterer relativt bedre sammenliknet med andre land på spørsmål i matematikdidaktikk enn på spørsmål i matematikk.

5.6 Oppgave 5 for barnetrinnslærere – desimaltall

I denne oppgaven, som i TEDS er klassifisert som en oppgave i matematikdidaktikk (MPCK), skal lærerstudentene svare på hva de tror er den mest sannsynlige misoppfatningen en elev har når det gjelder multiplikasjon og divisjon med desimaltall. Når elever begynner på skolen, lærer de først om hele positive tall og hvordan man regner med disse. Man starter gjerne med addisjon og divisjon, for litt senere å også multiplisere og dividere. Når man multipliserer hele positive tall, får man alltid noe som er større enn de to tallene som inngår i multiplikasjonen (faktorene). På tilsvarende måte får man alltid noe mindre enn det opprinnelige tallet når man dividerer. Mange elever vil legge merke til dette mønsteret og kan komme til å konkludere med at multiplikasjon gjør større, mens divisjon gjør mindre. Så lenge man arbeider med hele positive tall, er det en støtte at man har sett dette mønsteret (Brekke, 1995a). Disse oppfatningene fester seg gjerne, fordi elevene ofte arbeider med heltall i flere år før de går over til å regne også med desimaltall.

Når tallområdet elevene arbeider med utvides til å også omfatte desimaltall, vil ikke mønsteret om at multiplikasjon gjør større og divisjon gjør mindre, lenger gjelde generelt. Det kan føre til at elevene blir usikre på hva som gjelder, slik som Jesper i oppgave 5. Spørsmålet til lærerstudentene er relatert til en undervisningssituasjon hvor en elev mener at kalkulatoren hans må regne feil siden mønsteret med at multiplikasjon gjør større og divisjon mindre, ikke stemmer når han regner med desimaltall. Problemer oppstår ofte i matematikk når man utvider det tallområdet man arbeider innenfor. Det er på en måte naturlig, fordi man ofte trekker generelle konklusjoner som stemmer innenfor ett område, men som ikke gjelder når området utvides. Historisk vet vi at matematikere til ulike tider har hatt problemer og diskusjoner med å inkludere nye tallområder i matematikken, som for eksempel å inkludere 0, negative tall og komplekse tall. Matematikernes problemer oppsto når helt

nye tallområder skulle inkluderes i matematikken. Nå er ikke dette tilfelle for elevene; de går inn på allerede veletablerte områder i matematikk. Likheter er at for elevene er ikke disse områdene veletablerte ennå. Her ligger en stor utfordring for lærerne: å føre elevene inn i stadig nye tallområder, samtidig som de må forstå hvorfor en del elever opplever slike problemer (Brekke, 1995a).

Man kan si at elever som har sett mønsteret med at multiplikasjon gjør større og divisjon gjør mindre, har trukket en høyst fornuftig slutning på basis av de erfaringer de har gjort så langt med hele tall. Problemet er at denne konklusjonen ikke gjelder når vi utvider tallområdet. Tvert imot kan tidligere konklusjoner som var til støtte i arbeidet med matematikk, nå bli et hinder for videre forståelse. Problemer knyttet til utvidelse av tallområdet, og det vi kan kalle «overgeneraliseringer» i matematikk, er viktige områder som lærere trenger å ha en god forståelse for. Slike misoppfatninger knyttet til overgangen fra hele positive tall til desimaltall, har det vært en god del oppmerksomhet rundt i Norge. Fra 1995 fikk man et nasjonalt prosjekt, KIM-prosjektet, som nettopp la vekt på hvordan man kan hjelpe elever med slike problemer. Som en del av dette prosjektet ble det utviklet mye materiell for bruk i undervisningen knyttet til denne typen problemer på mange ulike områder i matematikk (Brekke, 1995a, 1995b; Brekke, Grønmo & Rosén, 2000; Gjone & Nortvedt, 2001; Støren, 2001) – materiell som også har vært brukt i utdanningen av nye lærere.

Jesper legger merke til at når han skriver inn $0,2 \times 6$ på en kalkulator blir svaret hans mindre enn 6, og når han skriver inn $6 \div 0,2$ får han et tall som er større enn 6. Han blir forbauset over dette, og han spør læreren sin om å få en ny kalkulator!

(a) Hva er mest sannsynlig misoppfatningen til Jesper?

(b) Tegn en visuell representasjon som læreren kunne bruke til å illustrere $0,2 \times 6$ for å hjelpe Jesper til å forstå **HVORFOR** svaret blir som det blir.

Man får helt riktig på delspørsmål A hvis man skriver at Jespers mest sannsynlige misoppfatning er at multiplikasjon alltid gjør svaret større og at divisjon alltid gjør svaret mindre enn det som divideres. Oppgir man én av disse, enten relatert til multiplikasjon eller til divisjon, får man delvis riktig. Tabell 5.8 viser resultatene på oppgaven angitt ved et tall som er kalkulert på samme

Mange og store utfordringer

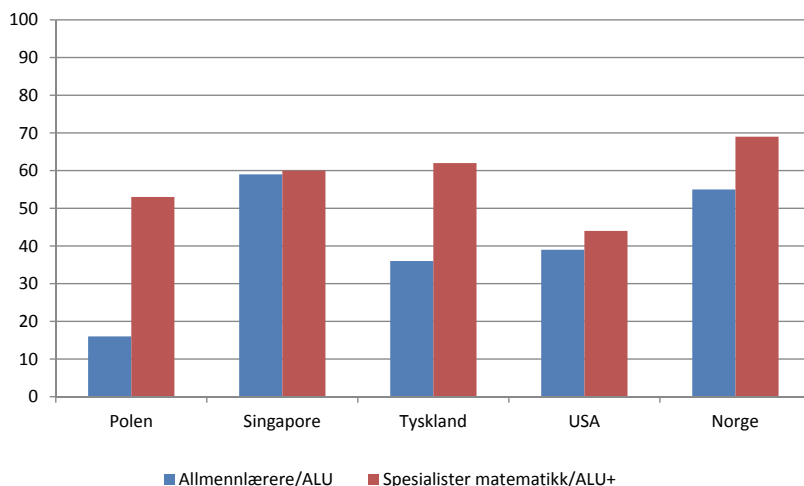
måte som for de to forrige oppgavene, med et vektet prosenttall, hvor delvis riktig bare teller halvt og legges til prosent helt riktig.

Tabell 5.8 Oppgave 5 – del (a). Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Vektet prosenttall**: helt riktig + ½ delvis riktig			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesialister i matematikk
Polen	16		53	34		28	47		9
Singapore	59		60	31		34	2		2
Tyskland	36		62	38		25	21		5
USA	39		44	45		43	5		3
Norge ALU		55			30			10	
Norge ALU+		69			24			5	
Internasjonalt gjennomsnitt*	20 / 37	14	41	32 / 49	53	45	38 / 8	30	7

*Se kommentar til tabell 5.1.

**Siden vi opererer med vektet prosenttall i kolonnene for riktig svar (som dekker både helt riktig og delvis riktig), vil summen for henholdsvis riktig svar, feil svar og ikke svart i de ulike gruppene vanligvis bli mindre enn 100 %.



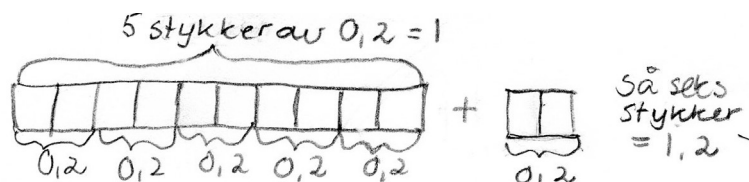
Figur 5.8 Resultater (vektet prosent korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 5 – del (a).

5 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for barnetrinnet

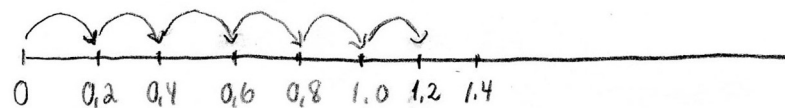
De norske lærerstudentene, både på ALU og på ALU+, presterer godt på denne oppgaven sammenliknet med lærerstudenter i andre land. Det er også en klar forskjell på prestasjonene mellom ALU og ALU+. De norske studentene på ALU+ presterer bedre enn lærerstudentene i alle andre land, både allmennlærerne og de som spesialiserer seg i matematikk. I alle landene er det en tendens til at matematikkspesialistene gjør det bedre enn allmennlærerne. Allmennlærerne i Polen gjør det aller svakest.

At de norske lærerstudentene gjør det så godt på denne oppgaven, kan ha sammenheng med det som ble skrevet innledningsvis til denne oppgaven. Vi redegjorde der for at man i Norge har hatt et eget prosjekt, KIM, hvor arbeid med denne typen misoppfatninger har stått sentralt. Det kan på bakgrunn av dette være nærliggende å konkludere at det som det blir fokusert på nasjonalt, som et eget prosjekt, synes å gjenspeile seg i hva norske lærerstudenter gjør det godt på.

På delspørsmål (b) i oppgave 5 skulle lærerstudentene tegne en visuell representasjon som læreren kunne bruke for å hjelpe eleven til å forstå hvorfor svaret ble det han fikk på kalkulatoren. Også dette delspørsmålet ble i TEDS klassifisert som matematikkdiraktisk. For å få helt riktig på oppgaven måtte lærerstudenten lage en visuell representasjon som viste klart at $0,2 \times 6 = 1,2$. Se eksemplene 1 og 2 på svar som ble vurdert som helt riktige. Hvis studenten laget en visuell representasjon, men hvor det ikke framgikk tydelig at svaret ville bli 1,2, ble det bedømt til delvis riktig. Også i denne oppgaven er det et vektet prosenttall som vises i tabell og figur, på samme måte som i de tre foregående oppgavene.



Eksempel 1 på helt riktig svar



Eksempel 2 på helt riktig svar

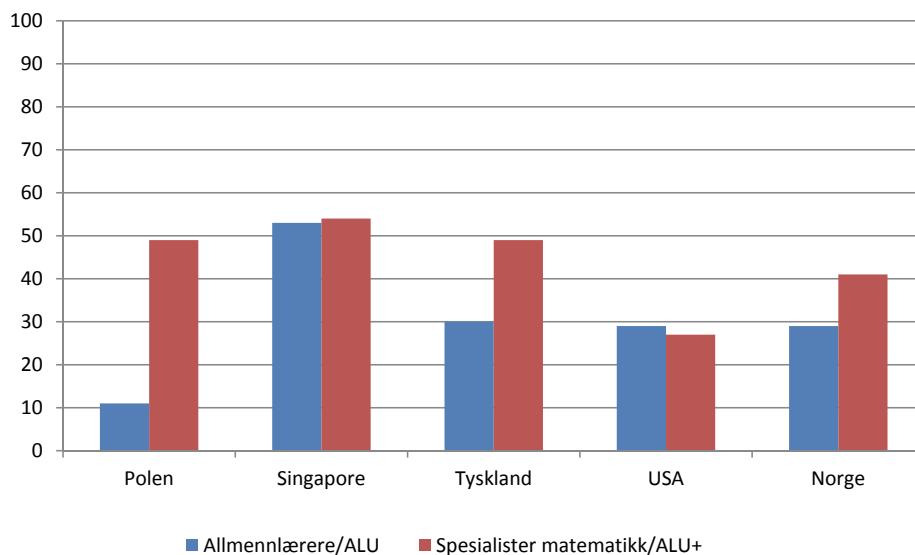
Mange og store utfordringer

Tabell 5.9 Oppgave 5 – del (b). Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for barnetrinn.

Land	Vektet prosenttall**: helt riktig + ½ delvis riktig			Feil svar			Ikke svart		
	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk	Til og med 4. eller 6. trinn	Til og med 10. trinn	Spesia- lister i mate- matikk
Polen	11		49	22		26	63		16
Singapore	53		54	22		25	8		4
Tyskland	30		49	34		31	31		12
USA	29		27	48		59	11		6
Norge ALU		29			39			24	
Norge ALU+		41			39			13	
Internasjonalt gjennomsnitt*	21 / 32	11	38	29 / 43	34	38	50 / 15	49	13

*Se kommentar til tabell 5.1.

**Siden vi opererer med vektet prosenttall i kolonnene for riktig svar (som dekker både helt riktig og delvis riktig), vil summen for henholdsvis riktig svar, feil svar og ikke svart i de ulike gruppene vanligvis bli mindre enn 100 %.



Figur 5.9 Resultater (vektet prosent korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 5 – del (b).

Allmennlærerne i Polen som kan undervise til og med 4. trinn, presterer svakest på denne oppgaven, mens de polske spesialistene presterer helt på høyde med lærerstudenter i andre land. Det landet som presterer best totalt sett, er Singapore, mens USA er det landet som presterer svakest. De norske ALU-studentene presterer også svakt sammenliknet med lærerstudenter i andre land; det er bare allmennlærerne som kan undervise opp til og med 4. trinn i Polen som ligger lavere. ALU+ presterer bedre enn allmennlærerne i alle landene unntatt Singapore, men svakere enn spesialistene i matematikk i alle land unntatt USA. Når man vurderer de norske resultatene, må man igjen huske på at våre allmennlærere kan undervise i hele grunnskolen til og med 10. trinn, mens de allmennlærerne vi sammenlikner med, bare kan undervise enten fra 1. til 4. trinn eller fra 1. til 6. trinn.

En konklusjon på oppgave 5 blir at de norske lærerstudentene presterte godt på del (a), men heller svakt på del (b). Vi konkluderte med at noe av årsaken til det gode resultatet på første del av oppgaven kunne knyttes til at Norge har hatt et eget nasjonalt prosjekt, KIM, som omhandlet nettopp den typen elevproblemer. Kompetansen som etterspørres i siste del av oppgaven, har ikke vært framhevet på samme måte i det materialet som ble utviklet under KIM-prosjektet (Brekke, 1995a, 1995b; Brekke, Grønmo & Rosén, 2000; Gjone & Nortvedt, 2001; Støren, 2001).

5.7 Oppsummering av resultater for framtidige barnetrinnslærere

Resultatene som er presentert i dette kapittelet, viser at norske lærerstudenter som er testet med sikte på å undervise i matematikk på barnetrinnet, presterer bedre på de oppgavene som er kategorisert som matematikkdiraktiske (MPCK), enn det de gjør på de oppgavene som er kategorisert som matematiske (MCK). Det stemmer overens med det generelle resultatet for TEDS som ble presentert i kapittel 2. Nå inngår det som regel noe matematikk i de matematikkdiraktiske oppgavene, men i en vurdering av det matematiske innholdet i de matematikkdiraktiske oppgavene for lærerstudenter med sikte på undervisning på barnetrinnet framstår selve matematikken som svært enkel. De matematikkdiraktiske oppgavene inneholder knapt noen utfordringer rent matematisk, siden innholdet i stor grad går på de mest elementære delene av matematikken på barnetrinnet.

Mange og store utfordringer

Tankekorset blir at de norske lærerstudentene presterer så svakt på de oppgavene som tester dem i matematikk. Ikke minst er det tankevekkende fordi våre allmennlærere kan undervise helt opp til 10. trinn, mens de i de landene vi sammenlikner med, bare kan undervise til og med 4. eller 6. trinn.

I kapittel 6 presenteres resultatene for lærerstudenter som er testet med sikte på at de skal undervise i matematikk på ungdomstrinnet. De matematikkdiraktiske oppgavene lærerstudentene får på ungdomstrinnet, stiller større krav også til kunnskap i matematikk. Her får man informasjon om hvordan dette slår ut for de norske lærerstudentene sammenliknet med lærerstudenter i andre land når kravet til matematisk forståelse øker. Det gjelder for både de matematiske og de matematikkdiraktiske oppgavene som lærerstudentene skulle svare på med sikte på undervisning på ungdomstrinnet. Resultatene av dette presenteres i kapittel 6. En videre diskusjon kommer i kapittel 7, som oppsummerer hovedfunn fra TEDS og drøfter disse i en mer helhetlig kontekst, både faglig og skolepolitisk.

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo

I dette kapittelet presenterer vi en del utvalgte oppgaver fra TEDS, som lærerstudentene ble testet i med sikte på undervisning i matematikk på ungdomstrinnet. Vi presenterer resultater på oppgaver som tester kommende læreres kunnskaper i henholdsvis matematikk (MCK) og matematikkdiraktikk (MPCK). De norske resultatene blir sammenliknet med resultatene i de valgte referanselandene Polen, Singapore, Tyskland og USA. I slutten av kapittel 2 begrunnet vi valg av referanseland basert på kriterier som geografisk spredning, spredning i kultur for matematikkundervisning og at landene ressursmessig ikke er altfor forskjellige fra Norge. Resultatene er for alle landene fordelt på type lærerutdanning (programtyper).

6.1 Innledning

De norske resultatene presenteres fordelt på ulike typer lærerutdanninger både i den internasjonale rapporten og i vår bok. Selv et lite land som Norge har svært ulike typer lærerutdanninger som kvalifiserer lærere til å undervise i ungdomstrinnet. Lærerutdanninger på universitetene har vekt på faglig fordypning i ett eller to fag, mens de vanlige lærerutdanningene ved høyskolen til nå har utdannet allmennlærere som kan undervise i alle fag på alle trinn i grunnskolen. Lærerstudentene som tok del i TEDS-studien og som var utdannet til å kunne undervise i matematikk i grunnskolen, var i Norge lærerstudenter i allmennlærerutdanningen som ikke (eventuelt ennå ikke) hadde tatt ekstra fordypning i matematikk (ALU), studenter i allmennlærerutdanningen med ekstra fordypning i matematikk (ALU+), studenter som tok en fagdidaktisk mastergrad, og studenter med en bachelor- eller mastergrad som tok PPU for å bli matematikklærere. De to siste utdanningstypene er slått sammen (til kategorien *PPU/master*) av flere grunner. Innholdet i

disse to utdanningene er ganske likt, og analyser av disse studentenes prestasjoner i TEDS viser at de presterer tilnærmet likt. Et tilleggsargument er at vi i Norge da studien ble gjennomført i 2008, bare hadde 23 slike masterstudenter i hele landet, hvorav 22 deltok i TEDS. Å presentere resultatene fra en så liten gruppe og gjøre sammenlikninger med andre grupper er i seg selv problematisk. Når gruppen er så liten, kan man forvente store tilfeldige variasjoner fra ett år til et annet, avhengig av nivået til noen få studenter. Både internasjonalt og nasjonalt blir derfor PPU/master rapportert og drøftet som én type utdanning.

Kategorisering av oppgaver er alltid gjenstand for mye diskusjon i internasjonale komparative studier – det være seg TIMSS, TIMSS Advanced eller TEDS. Ikke minst var det tilfelle da man skulle kategorisere oppgavene i TEDS. Klassifisering etter matematisk innhold, som for eksempel tall, algebra og geometri var vanligvis ikke gjenstand for mye debatt. Oppgavene i TEDS er i tillegg klassifisert som å teste lærerstudentene i enten matematikk eller matematikkdiraktikk. Hvorvidt en oppgave skal klassifiseres som matematisk eller matematikkdiraktisk, er det ofte noe vanskeligere å bli enige om. Hvordan man klassifiserer en oppgave, kan avhenge av tradisjoner i de enkelte land når det gjelder hva man vanligvis bruker som betegnelser på innhold i lærerutdanningene. Noen land bruker matematikkdiraktikk som en fellesbetegnelse for kurs som både inneholder ren matematikk samt innhold av mer matematikkdiraktisk karakter. I andre land undervises matematikkdiraktikk i klart avgrensede kurs. I TEDS starter en del oppgaver med delspørsmål som er blitt kategorisert som matematikk, mens senere delspørsmål i samme oppgave er kategorisert som matematikkdiraktikk. Vi har valgt å presentere hver oppgave samlet; det betyr at alle delspørsmål til oppgaven drøftes etter hverandre slik oppgaven framsto for lærerstudentene som deltok i studien. Hvordan en oppgave er kategorisert i TEDS, redegjør vi for når vi drøfter resultatet for oppgaven. I de tilfellene hvor vi har et annet syn på hvordan en oppgave burde kategoriseres enn det som ble bestemt i TEDS, redegjør vi også for det. Som nevnt blir klassifisering av oppgaver kontinuerlig diskutert i alle internasjonale komparative studier, og i artikler fra for eksempel PISA har oppgaver blitt rekategorisert etter andre kriterier enn det studien brukte i utgangspunktet for å kunne gjøre nye typer analyser (Olsen & Grønmo, 2006). Klassifisering av oppgaver kan derfor gjøres på ulike måter og etter ulike kriterier. Når vi velger å være åpne om vårt eget syn på hvordan en

oppgave bør klassifiseres i tillegg til å redegjøre for hvordan oppgaven er klassifisert i TEDS, er det for å gi leseren mulighet til selv å reflektere rundt dette, noe vi anser som et viktig faglig spørsmål. Ikke minst når det gjelder utdanning av lærere, er det viktig å ha en løpende diskusjon om hva som er ren fagkunnskap i matematikk, og hva som er matematikkdiraktisk kunnskap.

TEDS er en studie av lærerstudenter for barnetrinn og ungdomstrinn. Vi rapporterer i dette kapittelet resultatene for ungdomstrinnet fordelt på lærerutdanninger som gir kompetanse til å undervise til og med 10. trinn (ungdomstrinnet), og for lærerutdanninger som i tillegg gir kompetanse til å undervise på 11. trinn og over (videregående skole). Det medfører at man også får en del informasjon om utdanningen av lærere for videregående skole gjennom TEDS-studien.

Det er viktig å ha klart for seg at det kan være en del tilfeldige variasjoner mellom resultater på enkeltoppgaver, blant annet avhengig av hvilke studenter som fikk hvilke oppgaver (se kapittel 8 om rotasjon av oppgaver). Feilmarginene på prosentangivelsene i dette kapittelet er av størrelsesorden 5 prosentpoeng. Det tar vi hensyn til i kommentarene.

Tekstboks 6.1

Tabellene i dette kapittelet oppgir prosentandeler av studentene som har svart riktig, feil eller ikke har svart på en oppgave. Prosentandelene er fordelt på lærerstudenter med kompetanse bare for ungdomstrinnet, eller med kompetanse for både ungdomstrinnet og videregående skole. Summerer man sammen dette for hvert land, kan svaret avvike noe fra 100 % fordi tallene er avrundet. Tabellene som presenteres, inneholder mer informasjon enn det vi har valgt å gi i figurene.

Figurene i dette kapittelet gir en visuell framstilling til hver oppgave, men i denne framstillingen viser vi bare prosentandeler som har svart riktig, fordelt på land og type utdanning (programtype). I figurene har vi for Norge bare tatt med ALU+ og PPU/master, da vi anser dem som mest aktuelle for undervisning på ungdomstrinnet. Det samsvarer også med de siste endringene i norsk lærerutdanning, hvor allmennlærere uten fordypning i matematikk får kompetanse for barnetrinnet, mens kravet for å være matematikklærer på ungdomstrinnet er at man i sin lærerutdanning har valgt fordypning i matematikk. For mer detaljert informasjon må man gå til tabellene.

6.2 Oppgave 1 for ungdomstrinns lærere – algebra

Den første oppgaven for lærerstudenter som skal kunne undervise i matematikk på ungdomstrinnet, er fra området *algebra*. Ungdomstrinnet er det nivået i skolen hvor algebra blir en sentral del av skolematematikken i de fleste land. Dette er grunnen til at algebra inngår som en viktig del av TIMSS-testen for elever på 8. trinn (Grønmo, 2010; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Mullis et al., 2005) Algebra er derfor et fagområde det er viktig at lærerne på dette trinnet behersker. Også i Norge – der algebra vektlegges mindre enn i mange andre land (ibid.) – er det viktig at lærerne kan algebra godt. Mange elever vil trenge algebra videre i utdanningsløpet; ofte er det et viktig redskap i yrkesutdanninger for eksempel for å bli ingeniør eller økonom. Andre trenger algebra fordi de ønsker å studere matematikk. Elevene vil rammes hardt dersom lærerne deres behersker et sentralt fagområde som algebra dårlig. Det vil også umuliggjøre tilpasset opplæring for elever som er relativt flinke i matematikk. Noen sier at aritmetikk og algebra er «motoren» i matematikken. På barnetrinnet er det fokus på aritmetikk, på ungdomstrinnet utvides dette til også å omfatte algebra.

6.2.1 Oppgave 1 – første og andre del

Oppgave 1 består av tre deloppgaver, hvor lærerstudentene i de to første blir bedt om å løse oppgaver hvor bruk av likninger er mest nærliggende. Begge disse deloppgavene ligger klart innenfor det som er pensum for elever på ungdomstrinnet, i Norge som i andre land. Skal lærerne kunne undervise elevene i dette pensumet, er et første krav at de selv behersker det. Det er viktig at en lærer er en god formidler, men man kan vanskelig tenke seg at man kan formidle et faglig innhold som man selv ikke forstår godt. På den bakgrunn er det derfor svært relevant å teste framtidige lærere i dette.

De to første deloppgavene er i TEDS klassifisert som MCK-oppgaver (*Mathematics Content Knowledge*), det vil si oppgaver som tester lærerstudentenes kunnskaper i matematikk. I deloppgave 3 skal lærerstudentene forklare hvorfor elever på ungdomstrinnet vanligvis finner deloppgave 2 vanskeligere enn deloppgave 1. Deloppgave 3 er i TEDS klassifisert som en matematikdidaktisk oppgave (MPCK, *Mathematics Pedagogy Content Knowledge*).

De to første deloppgavene er eksempler på oppgaver som i norsk tradisjon ofte kalles uoppstilte likninger. Det er tekstoppgaver hvor man må starte

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

med å analysere innholdet i teksten før man kan sette opp én eller flere likninger som kan brukes til å finne riktig svar. Oppgavene synes ikke å være veldig utfordrende; spesielt gjelder det den første deloppgaven.

De følgende oppgavene forekommer i en matematikkbok for ungdomstrinnet.

1. Peter, David og Jan spiller med klinkekuler. De har 198 klinkekuler til sammen. Peter har 6 ganger så mange klinkekuler som David, og Jan har dobbelt så mange som David. Hvor mange klinkekuler har hver av guttene?
2. Tre barn - Wenche, Jorunn og Gabi - har 198 mynter til sammen. Wenche har 6 ganger så mange mynter som Jorunn, og 3 ganger så mange som Gabi. Hvor mange mynter har hvert av barna?

(a) Løs hver oppgave.

Selv om deloppgave 1 og 2 kan løses på flere måter, vil det mest nærliggende for en student som behersker algebra, være å sette opp én eller flere likninger som man så løser. En måte å løse deloppgave 1 ved hjelp av én likning på er å si at d = antall kuler David har. Da vil Peter ha $6d$ kuler og Jan vil ha $2d$ kuler. Det gir likningen $6d + 2d + d = 198$, som gir $d = 22$. David har altså 22 kuler. Multiplikasjon med 2 viser at Jan har 44 kuler, og multiplikasjon med 6 viser at Peter har 132 kuler.

Deloppgave 2 er det nærliggende å løse ved hjelp av to likninger og så sette inn fra den ene likningen i den andre. Dette fordi opplysningene her er gitt mer implisitt. Wenche har 6 ganger så mange zed som Jorunn. Hvis vi kaller antall zed som Jorunn har, for x , gir det at Wenches antall er $6x$. Det er ikke like lett å se direkte hvor mange zed Gabi har, men vi kan kalle antallet for y . Vi kan da sette opp likningen $6x + x + y = 198$. I tillegg vet vi at antallet Wenche har er 3 ganger så stort som antallet til Gabi, hvilket gir oss likningen $6x = 3y$. Fra denne likningen får vi at $y = 2x$, som vi så kan sette inn i den første likningen. Da får vi $6x + x + 2x = 198$. Dette er samme likning som vi hadde i deloppgave 1, bortsett fra at den ukjente der het d og sto for antall kuler. Likningen har dermed løsningen $x = 22$. Det betyr at Jorunn har 22 zed, Gabi har 44 zed og Wenche har 132 zed. Matematisk sett har altså de to deloppgavene samme struktur. Forskjellen ligger i hvordan problemet presenteres.

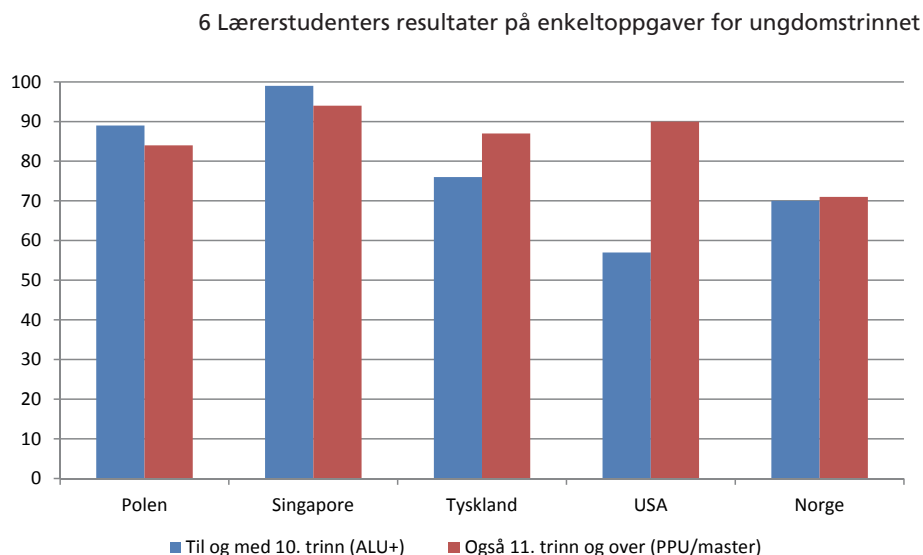
Mange og store utfordringer

Oppgaven kan også løses algebraisk med bruk av bare én likning. Man resonnerer da med at opplysningen om at Wenche har 6 ganger så mange zed som Jorunn, er ensbetydende med at Jorunn har $\frac{1}{6}$ så mange zed som Wenche. Tilsvarende har Gabi $\frac{1}{3}$ så mange zed som Wenche. Lar vi w være antall zed som Wenche har, får vi likningen $w + \frac{1}{6}w + \frac{1}{3}w = 198$. Slik kan vi altså direkte få én likning med én ukjent. Denne likningen er imidlertid litt (men ikke mye) vanskeligere å løse på grunn av brøkene.

Begge deloppgavene 1 og 2 kan også løses uten å bruke algebra, for eksempel ved å prøve og feile for å finne fram til svaret. Tallene er imidlertid ikke så små at det ligger godt til rette for å prøve seg fram, men det er på ingen måte umulig. Oppgavene kan også løses ved hjelp av forholdstall eller andre aritmetiske metoder. Det vanlige, i Norge som i andre land, var å bruke én eller to likninger. I noen sjeldne tilfeller ble prøving og feiling brukt. Tabell 6.1 og figur 6.1 viser resultatene for den første deloppgaven.

Tabell 6.1 Oppgave 1 – første del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	89	84	6	14	5	2
Singapore	99	94	0	4	1	2
Tyskland	76	87	17	12	7	1
USA	57	90	38	10	6	1
Norge ALU	66		22		12	
Norge ALU+	70		23		7	
Norge PPU og master		71		21		9
Internasjonalt gjennomsnitt	70	78	24	16	6	6



Figur 6.1 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – første del.

For Norges del har vi i figuren bare tatt med ALU+ og PPU/master, da vi anser dem som mest aktuelle for undervisning på ungdomstrinnet. I tabell 6.1 presenteres mer detaljerte opplysninger, inklusive resultatene for ALU.

Rundt 70 % av lærerstudentene på alle de tre norske utdanningstypene svarer rett på denne oppgaven. Allmennlærere uten fordypning i matematikk ligger litt lavere, men her må vi ta med i betraktningen at det på enkeltoppgaver vil være tilfeldige avvik, så forskjeller på under 5 prosentpoeng er det liten grunn til å kommentere. Samtidig er det verdt å merke seg at framtidige lærere i alle de norske lærerutdanningene skårer svakere enn lærerstudenter i alle de andre landene, med unntak av lærerstudenter i USA som kan undervise til og med 10. trinn.

Lærerstudenter i Singapore og Polen presterer klart bedre enn våre studenter; det gjelder både for de som kan undervise på ungdomstrinnet, og de som kan undervise både på ungdomstrinnet og i videregående skole. De norske studentene som tar mastergrad eller PPU, presterer markant svakere enn lærerstudenter som kan undervise utover ungdomstrinnet i alle de andre landene. Det er derfor ikke bare lærerstudentene ved høyskolene som presterer lavt sammenliknet med studenter i andre land på denne algebraoppgaven; bildet er det samme for norske lærerstudenter som er universitetsutdannet og kan undervise både på ungdomstrinnet og i videregående skole.

Mange og store utfordringer

Kort oppsummert kan man si at resultatet på en relativt enkel algebra-oppgave for lærerstudenter i alle de norske utdanningsveiene gir grunn til bekymring. Det svake resultatet samsvarer for så vidt godt med hva vi har sett i tidligere studier, som TIMSS i grunnskolen (Grønmo, 2010; Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009) og TIMSS Advanced i videregående skole (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010), hvor det i flere bøker har blitt understreket at kunnskaper i algebra synes å være et nedprioritert område i norsk skole. At det samme synes å være tilfelle i lærerutdanningene, gir ytterligere grunn til bekymring. Frafall fra yrkesutdanninger i Norge har også blitt begrunnet med at elevene mangler grunnleggende kunnskaper i et viktig område som algebra (NOKUT, 2008).

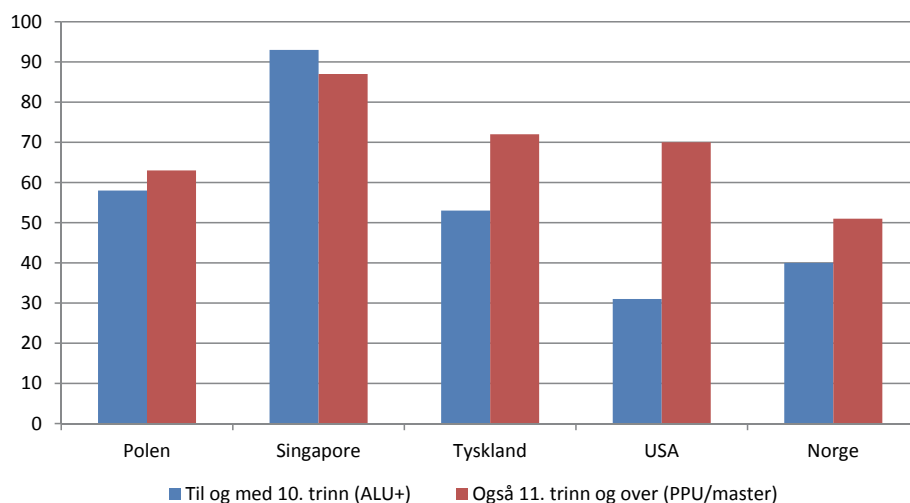
Tabell 6.2 Oppgave 1 – andre del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	58	63	33	33	9	5
Singapore	93	87	7	10	1	3
Tyskland	53	72	38	26	10	2
USA	31	70	53	26	17	5
Norge ALU	33		40		28	
Norge ALU+	40		34		26	
Norge PPU og master		51		32		17
Internasjonalt gjennomsnitt	42	59	41	29	17	12

Også deloppgave 2 tester lærerstudentenes kunnskaper i algebra. Innholdet i oppgaven er fra et matematisk synspunkt ganske likt innholdet i den forrige deloppgaven, men teksten er formulert slik at opplysningene gis på en mer implisitt måte. Den stiller derfor større krav til studentenes evne til å analysere de opplysningene som gis. At oppgaven faller vanskeligere, ser man klart ved at det internasjonale snittet for å løse den er langt lavere enn det var på den forrige deloppgaven. De internasjonale prosentandelene for riktig løsning på deloppgave 2 ligger på henholdsvis 42 % og 59 % for lærerstudenter

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

som kan undervise på ungdomstrinnet eller i tillegg også på videregående skole, mens tilsvarende andeler på forrige oppgave var 70 % og 78 %.



Figur 6.2 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – andre del.

Det generelle bildet er at deloppgave 2 faller vanskeligere for lærerstudenter i de aller fleste landene. Unntaket er Singapore, som bare har mindre endringer, og hvor andel riktig for lærerstudentene på begge oppgavene ligger rundt 90 %, i noen tilfeller helt opp mot 100 %. Det er tydelig at lærerutdanningen i Singapore legger stor vekt på at de framtidige lærerne skal ha en god faglig basis i algebra for å undervise på ungdomstrinnet eller i videregående skole. Dette samsvarer godt med at elever i Singapore presterer svært godt i internasjonale tester, som TIMSS på ungdomstrinnet (Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009).

Selv om deloppgave 2 stiller større krav til å kunne analysere oppgaveteksten før man kan løse den, ligger den fortsatt innenfor det man ifølge lærerplanen skal undervise elever i, både på ungdomstrinnet og i videregående skole. Det framstår derfor som urovekkende at såpass mange framtidige lærere sliter med en slik oppgave. Særlig bekymringsfull synes situasjonen å være for ungdomstrinns lærere i Norge og USA. For de som kan undervise også i videregående skole, synes problemet med svak kompetanse i algebra å være spesielt stort i Norge. Det kan tenkes flere årsaker til de svake norske resultatene. Som tidligere nevnt samsvarer resultatet for lærerstudentene

med det tidligere studier i norsk grunnskole og videregående skole har pekt på, nemlig at det er et generelt problem i vårt land at formell matematikk som aritmetikk og algebra synes å bli lite vektlagt. At dette får betydning også for våre lærerstudenter, er derfor ikke så overraskende. Norske elevers tilbakegang i matematikkprestasjoner på alle nivåer i skolen fra midten av 1990-tallet har i flere bøker (Grønmo, 2010; Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010) i stor grad blitt tilskrevet svake kunnskaper i aritmetikk og algebra. Sett på bakgrunn av at det er den formelle matematikken på disse områdene som har vist seg å være sterke redskaper for å kunne løse problemer på mange ulike fagfelt, for eksempel innen teknologi og økonomi, gir dette grunn til bekymring. En studie av frafallet fra ingeniørutdanningene i 2008 (NOKUT, 2008) framhever at hovedårsaken til problemet er elevenes svake kunnskaper i grunnleggende algebra. Aritmetikk og algebra er to områder i matematikk som henger nøye sammen; man kan på mange måter se på algebra som en generalisert form for aritmetikk.

Ved å sammenholde resultatene fra TIMSS-studiene i grunnskolen (Grønmo et al., 2004; Grønmo & Onstad, 2009) og TIMSS Advanced i videregående skole (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010) med TEDS-studien av lærerutdanningene får man et konsistent bilde av at algebra er et nedprioritert område innenfor matematikkutdanningen i Norge. Spesielt sett på bakgrunn av at algebra, sammen med aritmetikk, kan kalles «motoren» i matematikken, blir et slikt resultat bekymringsfullt. I TIMSS Advanced-boka (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010) ble det oppsummert at resultatene i ulike TIMSS-studier ga klare indikasjoner på at man trenger en gjennomgang av innholdet i matematikk på alle nivåer i norsk skole. Resultatene fra TEDS gir ytterligere støtte til en slik anbefaling og indikerer at det også gjelder innholdet i norsk lærerutdanning. På alle områder og på alle nivåer synes det å være behov for en markant oppgradering av formell matematikk, spesielt aritmetikk og algebra (Grønmo, 2005a, 2005b, 2010; Grønmo & Olsen, 2006; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Olsen & Grønmo, 2006).

6.2.2 Oppgave 1 – tredje del

De to første deloppgavene vi har sett på, ble i TEDS klassifisert som *matematikk* (MCK). Denne siste deloppgaven er derimot klassifisert som *matematikkdidaktikk* (MPCK). I oppgaven blir lærerstudentene bedt om å forklare hvorfor elever på ungdomstrinnet vanligvis finner deloppgave 2 vanskeligere enn

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

deloppgave 1. Skal man lykkes som lærer, er det utvilsomt en fordel om man vet hva elever synes er vanskelig og ikke, i tillegg til at man kan løse oppgavene selv. Andre som bruker matematikk, trenger ofte ikke å reflektere rundt slike problemstillinger; det holder lenge at man selv kan løse aktuelle oppgaver. Å klassifisere denne delen av oppgaven som matematikdidaktikk synes derfor rimelig. Man kan også oppfatte dette som en type «ekstramatematisk kunnskap», en faglig dybdeforståelse som er viktig for lærere i faget, men ikke nødvendigvis for andre, selv om de bruker matematikk på ulike måter.

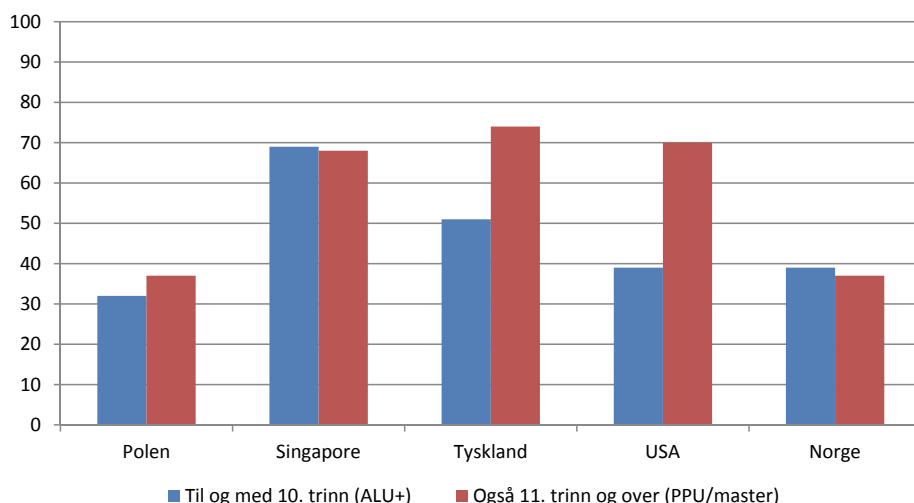
(b) Oppgave 2 er ofte vanskeligere enn oppgave 1 for elever på ungdomstrinnet. Gi en grunn for at det er forskjell i vanskegrad.

Ett eksempel på en god begrunnelse for hvorfor deloppgave 1 er lettere enn deloppgave 2, kan være at i deloppgave 1 er alle opplysningene om antall kuler de enkelte personene har, gitt med direkte referanse til én og samme person, David. I deloppgave 2 (som spør om antall zed hver person har), gis ikke opplysningene så enkelt med referanse til én og samme person. Det gjør det mer komplisert å velge variabler og sette opp likninger for å løse oppgave 2 (se tidligere løsningsforslag).

Tabell 6.3 Oppgave 1 – tredje del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	32	37	50	43	18	21
Singapore	69	68	30	29	2	4
Tyskland	51	74	29	18	21	8
USA	39	70	56	25	5	5
Norge ALU	24		46		30	
Norge ALU+	39		27		33	
Norge PPU og master		37		38		25
Internasjonalt gjennomsnitt	36	45	44	35	20	21

Mange og store utfordringer



Figur 6.3 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 1 – tredje del.

Ut fra resultatet i tabell 6.3 og figur 6.3 ser det ut til å være en tendens til at dette spørsmålet er vanskeligere for lærerstudentene enn begge de to foregående spørsmålene, hvor de ble bedt om å løse algebraoppgaver. Unntaket her er Tyskland, USA og ALU+ i Norge, hvor prosentandelen med riktig svar er omtrent på samme nivå som de som svarte riktig på deloppgave 2. At en oppgave i matematikkdiraktikk faller vanskeligere enn å løse en tilsvarende matematikkoppgave, er interessant. En oppgave som den vi har her, krever både at man behersker denne typen matematikk, og at man har et reflektert syn på hva som gjør en oppgave vanskeligere enn en annen. Det er altså ikke tilstrekkelig at en lærer kan matematikk; læreren trenger i tillegg kunnskap om hva som faller vanskelig for elevene. Dette er ofte et nødvendig utgangspunkt for å kunne hjelpe elever videre i deres læring i faget. Denne typen kunnskap – som vi har kalt matematikkdiraktisk – kan man også referere til som en type «ekstramatematisk kunnskap» som lærere i faget trenger. Det er kunnskap som kommer i tillegg til det å kunne løse oppgavene matematisk, noe de internasjonale prosentene for riktig svar også gir indikasjoner om, siden deloppgave 3 har den laveste prosenten for riktig på oppgave 1.

Singapore skilte seg klart ut fra de andre landene med svært gode resultater på de to første deloppgavene. I motsetning til andre land viste de liten tendens til nedgang i prosent riktig for lærerstudentene fra deloppgave 1 til

deloppgave 2. Dette valgte vi å tolke som at man i Singapore legger stor vekt på å utvikle en god basiskunnskap i matematikk for framtidige lærere. På dette siste delspørsmålet 3 i matematikkdiraktikk faller imidlertid prestasjonene til lærerstudentene markant, også i Singapore. Det kan være en indikator på at man i Singapore ikke legger like stor vekt på å gi elevene en god basis i matematikkdiraktikk som i matematikk. Når to land som Tyskland og USA ikke har noen nedgang fra delspørsmål 2 til den didaktiske oppgaven, kan det tyde på at man i disse landene legger relativt mer vekt på denne typen matematikkdiraktisk kunnskap.

De norske resultatene følger i hovedsak det generelle mønsteret med en klar nedgang fra deloppgave 1 til deloppgave 2. Våre lærerstudenter, uansett type lærerutdanning, presterer i et internasjonalt perspektiv svakt på rene algebraoppgaver. Lærerstudentene både på ALU, på ALU+ og på PPU/master presterer enda svakere på delspørsmål 3, som tester lærerstudentenes kunnskap i matematikkdiraktikk. Nå kan som nevnt det siste matematikkdiraktiske spørsmålet oppfattes som en type ekstramatematisk kunnskap som det ikke er lett å svare på om man ikke behersker selve matematikken i det man skal reflektere rundt. Selv om også noen andre land som Polen og USA har svake resultater på noen av delspørsmålene i oppgave 1, framstår alle de norske lærerutdanningene som generelt svake sammenliknet med andre land innen området algebra, både i matematikk og i matematikkdiraktikk.

6.3 Oppgave 2 for ungdomstrinns lærere – geometri

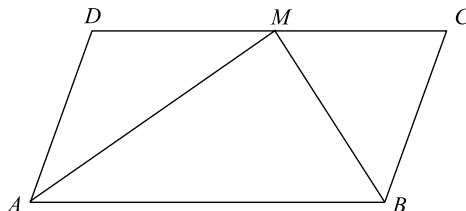
På figuren er $ABCD$ et parallelogram, $\angle BAD = 60^\circ$, AM og BM halverer henholdsvis vinklene BAD og ABC . Hvis omkretsen til $ABCD$ er 6 cm, finn sidene i trekanten ABM .

Skriv svaret på linjene nedenfor.

$AB =$ _____ cm

$AM =$ _____ cm

$BM =$ _____ cm



Dette er en geometrioppgave, som tester lærerstudentenes kunnskaper i matematikk (MCK). Lærerstudentene får en figur av et parallelogram med to hjelpelinjer samt opplysninger om omkretsen, størrelsen på en vinkel og at hjelpelinjene halverer to av de indre vinklene i parallelogrammet. På bakgrunn av disse opplysningene skal de beregne sidene i en trekant (ABM). Oppgaven framstår som relativt elementær euklidsk geometri, men den stiller en del krav til lærerstudentenes evne til å analysere oppgaveteksten. Lærerstudentene må ved hjelp av figuren og de opplysningene de får i teksten, slutte seg til visse sammenhenger mellom vinkler og sider i parallelogrammet, for så å bruke dette til å beregne de sidene det spørres etter. Dette er et eksempel på hva vi vil kalle en *flertrinnsoppgave*, og man vet at slike oppgaver vanligvis stiller langt større krav til de som skal løse dem, enn hva oppgaver som kan løses i ett trinn gjør.

Den indre vinkelen BAD er oppgitt til 60 grader. Siden linja AM halverer denne, vet vi at vinkel DAM og vinkel MAB begge må være 30 grader. Siden $ABCD$ er et parallelogram, vil vinkelen mellom linja CB og forlengelsen av linja AB være lik vinkel DAB , altså 60 grader. Da må den indre vinkelen CBA være 120 grader. Siden BM er halveringslinja til denne vinkelen, får man at vinkel ABM er 60 grader. Vinkel AMB må derfor være 90 grader, siden vinkelsummen i en trekant alltid er 180 grader. Trekant ABM er det vi kaller en 30, 60, 90 graders trekant. I slike trekanter vil den korteste siden alltid være halvparten av hypotenusen. Ingen av disse opplysningene krever beregninger,

men stiller krav til å kunne analysere og trekke slutninger om sammenhenger mellom vinkler og sider i geometriske figurer. Hvis man så velger å kalle siden BM for x , vet man at hypotenusen i trekant ABM vil være $2x$.

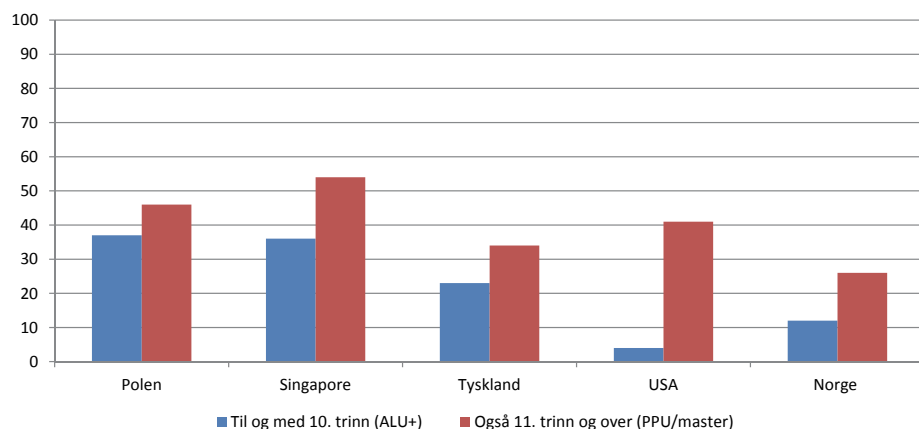
Man vet også at siden dette er et parallelogram, vil vinkel BCD være like stor som vinkel BAD, det vil si 60 grader. Når to vinkler i en trekant er 60 grader, vil også den siste vinkelen være 60 grader. Det betyr at trekant MBC er likesidet. Har man valgt å kalle siden BM for x , gir det at også siden BC er x . I et parallelogram er to og to sider like lange. AD er derfor like lang som BC, det vil si lik x . På tilsvarende måte vil siden DC være like lang som siden AB, som ble satt til $2x$. En enkel likning for omkretsen av parallelogrammet gir da $2x + x + 2x + x = 6$, som gir $x = 1$. Det betyr at AB er 2 cm og BM er 1 cm. Den siste siden i trekanten ABM kan vi finne ved hjelp av Pytagoras' setning. Det gir oss at siden AM må være $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, altså $\sqrt{3}$ cm lang.

For å få full uttelling på denne oppgaven måtte lærerstudentene ha alle de tre sidene riktig angitt. Hvis de hadde to sider riktig, ble svaret vurdert som delvis rett. Tabell 6.4 viser resultatene på oppgave 2 for studentene i de utvalgte landene fordelt på samme måte som tidligere, men hvor vi også har valgt å oppgi prosentandeler for de som fikk delvis rett. Figur 6.4 gir en visuell framstilling til oppgave 2, som viser prosentandeler som har svart helt riktig fordelt på land og type utdanning. For Norge har vi på figuren bare tatt med ALU+ og PPU/master, da vi anser dem som mest aktuelle for undervisning på ungdomstrinnet. Det samsvarer også med de siste endringene i norsk lærerutdanning, hvor lærere uten fordypning i matematikk får kompetanse for barnetrinnet, mens kravet for å være matematikklærer på ungdomstrinnet er at de i sin grunnskolelærerutdanning har valgt fordypning i matematikk.

Mange og store utfordringer

Tabell 6.4 Oppgave 2. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Helt riktig / delvis riktig		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	37 / 23	46 / 12	29	28	11	14
Singapore	36 / 27	54 / 23	36	23	0	0
Tyskland	23 / 32	34 / 14	21	28	24	24
USA	4 / 48	41 / 28	46	30	3	1
Norge ALU	5 / 42		38		15	
Norge ALU+	12 / 34		38		16	
Norge PPU og master		26 / 20		44		11
Internasjonalt gjennomsnitt	18 / 34	41 / 21	37	24	12	14



Figur 6.4 Resultater (prosentvis helt korrekt) for prestasjoner i Norge og referanse-landene på oppgave 2.

Som vi kan se av resultatet, var dette en oppgave som falt ganske vanskelig ut i de fleste landene. Internasjonalt gjennomsnitt for helt riktig var 18 % for lærerstudenter som kan undervise til og med 10. trinn, og 41 % og for de som også kan undervise på videregående skole. Singapore og Polen var de landene

som gjorde det best på denne oppgaven. I Singapore svarer henholdsvis 36 % og 27 % av de som kan undervise til og med 10. trinn, helt rett eller delvis rett; de tilsvarende tallene for Polen er 37 % og 23 %. Av de som også kan undervise på videregående skole i Singapore, svarer 54 % helt rett, i Polen 46 %.

Norge og USA er de landene som presterer aller svakest, særlig gjelder det for lærerstudenter som kan undervise til og med 10. trinn. Bare 5 % av lærerstudentene på ALU og 12 % på ALU+ greide å finne alle tre sidene det spørres etter. På ALU får 42 % delvis rett, det vil si at de finner to av sidene i trekanten, mot 34 % av ALU+ studentene. I USA er de tilsvarende tallene for helt og delvis rett 4 % og 48 %. Lærerstudenter i USA som også kan undervise på videregående skole, presterer på nivå med det internasjonale gjennomsnittet, mens de norske PPU/master-studentenes prestasjoner er markant svakere. På samme måte som for algebra i oppgave 1, framstår norsk lærerutdanning med markant svake resultater også i geometri sammenliknet med lærerutdanninger i andre land. Det er også her verdt å merke seg at svak matematisk kompetanse ikke bare gjelder for lærerstudentene på høyskolene, men også i stor grad på universitetene. TEDS er, som understreket i kapittel 1, primært en studie av kvaliteten på lærerutdanninger. Basert på de resultatene vi ser på de faglige oppgavene i TEDS, framstår norsk lærerutdanning som faglig svak. Dette gir grunn til bekymring når det gjelder matematikkundervisningen i skolen framover. Skal nasjonale mål om bedre matematikkundervisning i skolen og økt rekruttering til realfag nås, synes det å være et stort behov for en klar *faglig styrking* av lærerutdanningene. At man i lærerutdanningene legger vekt på formidling, må ikke overskygge det faktum at selv den beste formidler må ha en solid faglig basis for det han eller hun skal formidle.

6.4 Oppgave 3 for ungdomstrinns lærere – kombinatorikk

Denne kombinatorikkoppgaven er i TEDS klassifisert som en oppgave som tester studentenes kunnskaper i matematikk (MCK). I oppgaven blir lærerstudentene bedt om å avgjøre om det å velge ut 2 elever gir flere, færre eller like mange ulike måter (resultater) som det å velge ut 8 elever i en klasse med 10 elever, eller om det er umulig å svare på dette. Det er viktig å legge merke til at lærerstudentene ikke spørres etter om *hvor mange* ulike resultater man får når man velger henholdsvis 2 eller 8 elever fra en klasse på 10; de skal bare svare på forholdet mellom disse to måtene å velge på.

Mange og store utfordringer

I ein klasse er det 10 elevar. Ein gong skal ein velje ut 2 elevar, og ein annan gong 8 elevar frå klassen. Kva for ein av følgjande påstandar er sann?

Set kryss i éi rute.

- | | | |
|----|---|--------------------------|
| A. | Det er fleire måtar å velje 2 elevar på enn 8 elevar frå klassen. | ☐ |
| B. | Det er fleire måtar å velje 8 elevar på enn 2 elevar frå klassen. | ☐ |
| C. | Talet på ulike måtar å velje 2 elevar på, er like stort som talet på måtar å velje 8 elevar på. | ☐ |
| D. | Det er ikkje mogeleg å avgjere kva alternativ som ein kan velje på flest måtar. | ☐ |

Oppgaven kan løses ved å analysere oppgaveteksten og reflektere rundt det det spørres om. Hver gang vi velger 2 elever, blir det igjen 8 elever som ikke er valgt. Det kan vi omformulere til å si at et slikt valg betyr å dele de 10 elevene i en gruppe på 2 og en gruppe på 8. Det samme skjer om vi tenker oss at vi velger 8 elever; da lager vi også en gruppe på 8 og en gruppe på 2. Konklusjonen må bli at det er like mange måter å velge 2 elever på som det er måter å velge 8 elever på. En slik måte å løse oppgaven på krever ikke at man bruker formell matematikk til å gjøre noen form for beregninger. På den andre siden stiller denne framgangsmåten relativt store krav til studentenes evne til å analysere problemet og til å forstå hva som ligger i begreper som *utvalg*.

Oppgaven kan også løses formelt ved hjelp av formelen for uordnet utvalg uten tilbakelegging. At utvalget er uordnet, betyr at rekkefølgen elevene velges på, er uten betydning. Å velge 2 elever fra en gruppe på 10 kan gjøres på

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \cdot (10-2)!} = \frac{10!}{2! \cdot 8!}$$

måter. Å velge 8 elever fra en gruppe på 10 kan gjøres på

$$\binom{10}{8} = \frac{10!}{8! \cdot (10-8)!} = \frac{10!}{8! \cdot 2!}$$

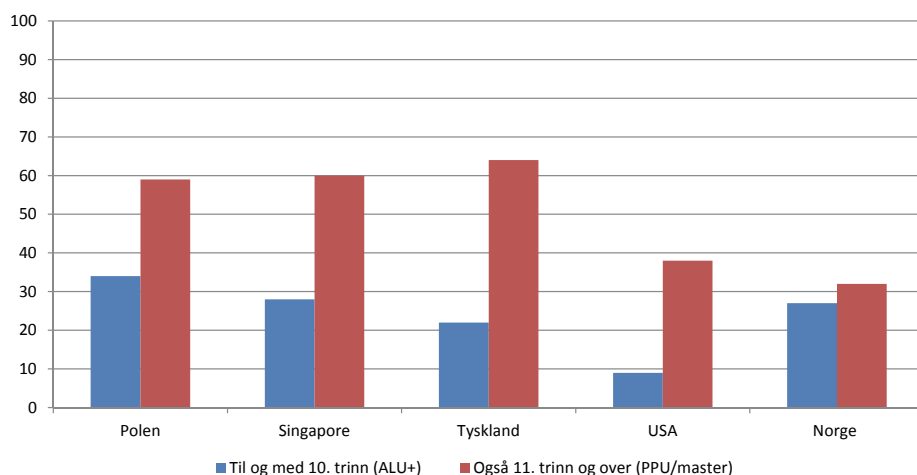
måter. Uten å regne ut antallene ser vi at de er like store.

Siden dette er en flervalgsoppgave, har vi ingen informasjon om hvilken av disse framgangsmåtene lærerstudentene brukte for å løse den.

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

Tabell 6.5 Oppgave 3. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	34	59	64	36	2	4
Singapore	28	60	70	39	2	1
Tyskland	22	64	72	36	6	1
USA	9	38	91	62	0	1
Norge ALU	18		76		6	
Norge ALU+	27		69		5	
Norge PPU og master		32		56		12
Internasjonalt gjennomsnitt	25	42	72	54	3	4



Figur 6.5 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 3.

Oppgaven falt vanskelig for lærerstudenter i mange land. Det internasjonale gjennomsnittet var 25 % riktig for de som kan undervise til og med 10. trinn, og 42 % for de som kan undervise også på videregående skole. For de som kan undervise til og med 10. trinn, er det ingen land som utmerker seg ved

Mange og store utfordringer

å gjøre det spesielt godt. Andel riktig ligger rundt 20 % til 30 % riktig i alle landene, unntatt USA hvor bare 9 % svarte riktig på oppgaven.

Resultatet for de som også kan undervise på videregående skole, er markant bedre. Tyskland, Singapore og Polen har alle rundt 60 % riktig. I den andre delen av skalaen ligger USA og Norge, med henholdsvis 38 % og 32 % som svarer riktig.

Kombinatorikk er et område som nokså nylig har kommet inn i skolematematikken i Norge og mange andre land. Av resultatene synes det som om noen land, som Polen, Singapore og Tyskland, har tatt på alvor at også dette er en del av matematikken som det er viktig at framtidige lærere behersker. Også på dette området framstår norsk lærerutdanning som faglig svak, sammen med USA.

6.5 Oppgave 4 for ungdomstrinns lærere – bevis/argumentasjon

Noen ungdomsskoleelever ble spurt om å bevise følgende utsagn:

Når du multipliserer 3 naturlige tall som følger etter hverandre, vil produktet være et multiplum av 6.

Nedenfor finner du tre svar.

Karis svar

Et multiplum av 6 må ha faktorer 3 og 2.

Hvis du har tre tall som følger etter hverandre, vil ett være et multiplum av 3.

Videre, minst ett tall vil være et partall, og partall er et multiplum av 2.

Hvis du multipliserer tre tall som følger etter hverandre, så må svaret ha minst en faktor av 3 og en faktor av 2.

Leifs svar

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 3 \times 4 = 24 = 6 \times 4$$

$$4 \times 5 \times 6 = 120 = 6 \times 20$$

$$6 \times 7 \times 8 = 336 = 6 \times 56$$

Marias svar

n er et vilkårlig heltall

$$n \times (n + 1) \times (n + 2) = (n^2 + n) \times (n + 2)$$

$$n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n$$

Forkorting av n -ene gir $1 + 1 + 2 + 2 = 6$

Avgjør om hvert bevis er gyldig.

Sett kryss i én rute på hver linje.

	Gyldig	Ikke gyldig
A. Karis bevis	☐ ₁	☐ ₂
B. Leifs bevis	☐ ₁	☐ ₂
C. Marias bevis	☐ ₁	☐ ₂

Dette er en oppgave til lærerstudentene i form av en tenkt oppgave til elever på ungdomstrinnet, hvor elevene har blitt bedt om å bevise følgende setning om tall: Dersom man multipliserer tre påfølgende naturlige tall med hverandre, blir produktet delelig med 6. Lærerstudentene blir så presentert for tre ulike elevsvar, og skal avgjøre for hvert av disse om det er et holdbart bevis for setningen eller ikke. Kari gir et gyldig bevis ved først å angi korrekte egenskaper ved tre naturlige tall som følger etter hverandre, og deretter trekke riktige konklusjoner på grunnlag av dette. Leif presenterer fire eksempler på at påstanden stemmer. Enkelteksempler kan imidlertid ikke bevise at noe gjelder generelt. Selv om man finner mange eksempler på at noe stemmer, vil ett eneste moteksempel være nok til å vise at en påstand ikke har generell gyldighet. Marias svar starter med å skrive de tre påfølgende tallene på en generell algebraisk form. Det gjør hun på en korrekt måte, og også de to utregningene når hun multipliserer sammen de tre tallene er riktig. Når hun deretter forkorter med n , går det likevel galt. Vi kan forkorte med en felles faktor i teller og nevner i en brøk, og vi kan forkorte med en felles faktor på begge sider av et likhetstegn (så sant faktoren ikke er null). Det Maria har gjort, er noe helt annet; hun har bare fjernet alle n -er i et uttrykk. Det gir ingen mening i denne oppgaven. Lærerstudenter som angir at dette er et gyldig bevis, vil med all tydelighet vise at de ikke behersker algebra. Man vet fra annen forskning at en del mennesker som er svake i matematikk, i flere tilfeller velger det som «ser mest matematisk ut» – uten å vurdere selve innholdet. I denne oppgaven kan det være at noen lar seg forlede til å tenke at Marias svar er korrekt fordi det ser avansert ut på grunn av bruken av algebra. Det er derfor mulig at lærerstudenter som er svake i algebra, kan mene at Marias svar er korrekt av en slik grunn. Av de tre elevsvarene er det altså bare Karis svar som er riktig.

Oppgaven refererer til dette som en oppgave gitt til elever på ungdomstrinnet. Det kan hevdes at denne oppgaven er vel avansert ut fra norske læreplaner på dette trinnet. Kunnskap om hva som er holdbare bevis eller resonnementer i matematikk, er nedtonet på alle trinn i skolen i Norge. Selv i de mest avanserte matematikkursene på videregående skole legges det relativt liten vekt på bevisføring (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010). Om det er ønskelig at det skal være slik, er en helt annen sak som vi ikke kan ta opp i full bredde i denne boka. Uansett synes det rimelig å argumentere for at dette er en type kunnskap som framtidige lærere på ungdomstrinnet og i videregående skole bør ha. Det blir diskutert litt under drøftingen av resultatene

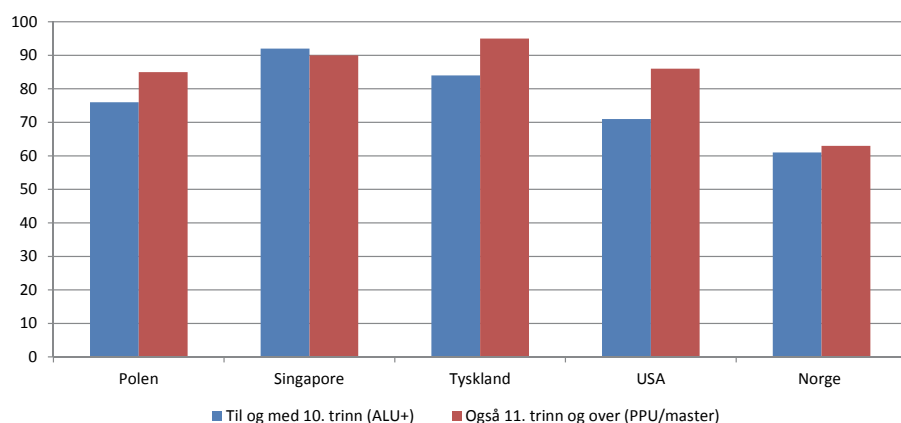
i dette kapittelet, og også i kapittel 7, som oppsummerer hovedresultater i TEDS og drøfter disse i en mer helhetlig skolekontekst.

Oppgave 4 er i TEDS kategorisert som matematikkdiraktisk (MPCK). Dette kan i høyeste grad diskuteres. At man setter på elevnavn og framstiller det som elevsvar, gjør ikke automatisk innholdet i det som testes til didaktikk (Grønmo, Kaarstein & Ernest, In press). Oppgaven dreier seg om hvorvidt studentene har forståelse av hva som er et *gyldig bevis* (vi kan også kalle det en gyldig argumentasjon) i matematikk. Etter vår vurdering tester oppgaven studentenes kunnskaper i *matematikk* (altså MCK), ikke i *matematikkdiraktikk* (MPCK). Det er rimelig å anta at enhver matematiker uten noe utdanning i matematikkdiraktikk vil svare riktig på oppgaven, mens mange lærere som har utdanning i matematikkdiraktikk, ikke vil svare riktig på den på grunn av manglende kunnskaper i matematikk. I den første oppgaven som ble presentert i dette kapittelet, startet man med spørsmål som tester studentene i matematikk, for så å følge opp med et matematikkdiraktisk spørsmål. Også i denne oppgaven ligger det til rette for å teste lærerstudentene både i matematikk og i matematikkdiraktikk ved en enkel utvidelse. Oppgaven kunne starte slik den gjør, for så å ha ett eller flere spørsmål om hvilken type tilbakemelding lærerstudentene ville gi til elevene som ga de svarene som er gjengitt i oppgaven. Disse tilleggsspørsmålene synes det rimelig å klassifisere som matematikkdiraktikk. Oppgaven ville da testet om lærerstudentene i tillegg til å beherske matematikken også kan gi svar som hjelper elevene videre i deres matematiske forståelse. Under drøfting av den første oppgaven i dette kapittelet brukte vi også betegnelsen «ekstramatematisk kunnskap» på dette fordi det er en type dybdeforståelse som er både matematisk og didaktisk. Det er kunnskap som er svært viktig for lærere, men ikke nødvendigvis for alle andre, selv om de trenger generelle matematikkunnskaper.

Mange og store utfordringer

Tabell 6.6 Oppgave 4 – første del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feilsvar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	76	85	17	4	7	11
Singapore	92	90	8	8	0	1
Tyskland	84	95	10	1	6	4
USA	71	86	29	11	1	3
Norge ALU	52		28		19	
Norge ALU+	61		25		14	
Norge PPU og master		63		16		22
Internasjonalt gjennomsnitt	74	77	19	13	7	9



Figur 6.6 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 4 – første del.

Karis argumentasjon er et holdbart bevis for at 6 alltid er en faktor i et produkt av tre påfølgende naturlige tall. Lærerstudentene på alle de tre norske lærerutdanningsprogrammene presterer svakt på denne oppgaven – lavere enn lærerstudentene i alle referanselandene, og klart lavere enn internasjonalt gjennomsnitt. ALU-studentene var de som presterte aller svakest, bare

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet

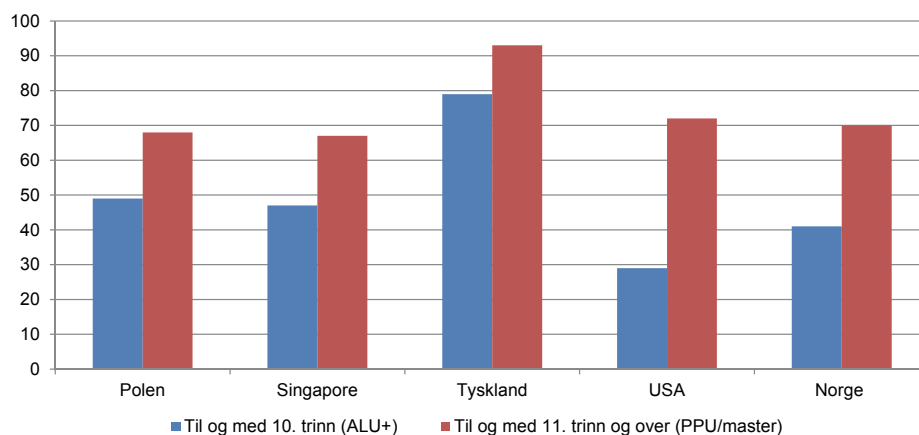
rundt halvparten gjenkjente dette som en holdbar argumentasjon. Også for studentene i ALU+ og PPU/master var resultatet likevel svakt sammenliknet med andre land. Bare vel 60 % av PPU/master-studentene i Norge greide å vurdere dette svaret som et gyldig matematisk bevis. Det er langt svakere enn for lærerstudentene som kan undervise på videregående nivå i de andre landene vi sammenlikner med i TEDS. Svakest resultat etter Norge var USA, men også deres resultat er klart bedre enn de norske. Noen forskere (Ball & Bass, 2000) snakker om matematisk kunnskap som er spesielt viktig for lærere. Det å gjenkjenne hva som er holdbare matematiske argumenter i en oppgave som denne, kan kanskje være eksempel på en slik type matematisk kunnskap. Som lærer møter man hele tiden argumenter fra elever som man skal forholde seg til og kunne vurdere riktigheten av. Selv om, som allerede nevnt, dette er kunnskap man kan anta at alle matematikere har, er den kanskje spesielt viktig for de som skal undervise i faget og som derfor jevnlig må kunne forstå, vurdere og eventuelt imøtegå elevers argumenter og tenkemåter.

I neste del av oppgave 4 skulle lærerstudentene avgjøre om Leifs svar på oppgaven er et matematisk holdbart bevis eller ikke. Leif gir fire eksempler på at den framsatte påstanden stemmer, men rene eksempler er ikke holdbart bevis eller argumentasjon for at noe gjelder generelt i matematikk.

Tabell 6.7 Oppgave 4 – andre del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	49	68	45	21	6	11
Singapore	47	67	52	31	1	2
Tyskland	79	93	16	3	5	4
USA	29	72	70	25	1	3
Norge ALU	27		57		16	
Norge ALU+	41		47		12	
Norge PPU og master		70		13		18
Internasjonalt gjennomsnitt	39	54	54	38	7	9

Mange og store utfordringer



Figur 6.7 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 4 – andre del.

Nesten 60 % av de norske ALU-studentene mener at det å gi noen eksempler er et tilstrekkelig matematisk bevis. Heller ikke ALU+ presterer særlig godt, med bare rundt 40 % som svarer riktig, nemlig at det er utilstrekkelig som bevis. Det er bare de norske PPU/master-studentene som viser seg å ha en viss kunnskap om dette, med 70 % som svarer at dette *ikke* er et holdbart bevis. Det er på nivå med de fleste landene vi sammenlikner med, hvor det også var rundt 70 % som svarer riktig på videregående nivå. Unntaket er lærerstudentene i Tyskland, som presterer best av samtlige land vi har valgt å sammenlikne med på denne deloppgaven. Rundt 80 % av lærerstudentene som kan undervise på ungdomstrinnet, svarer riktig, mens over 90 % av de som kan undervise i videregående skole i Tyskland, gjør det. Lærerstudentene i Singapore skårer relativt svakt på oppgaven, særlig gjelder det de som bare kan undervise opp til og med 10. trinn. Det er en klar nedgang fra forrige deloppgave, hvor rundt 90 % av lærerstudentene både for ungdomstrinn og videregående skole i Singapore ga en korrekt vurdering av Karis svar som riktig. Også på oppgave 1 i dette kapittelet så vi indikasjoner på at Tyskland legger relativt stor vekt på en del av det noen har kalt ekstramatematisk kunnskap, det vil si matematisk kunnskap som er spesielt viktig for lærere. Singapore synes i noe større grad å fokusere på det å kunne løse matematiske oppgaver. Nå er det mer enn tvilsomt om kunnskap om bevis kan betegnes som ekstramatematisk. Det er en så sentral del av matematikken at det vel er riktigere å snakke om selve basisen i faget. Likevel trenger ikke alle som

lærer matematikk med sikte på å anvende det, like mye kunnskap om fagets teoretiske basis, men for lærere vil det ha stor betydning å ha slik kunnskap slik at de kan vurdere argumentasjon fra elevene.

Siden bevis ikke er et sentralt emne i norske læreplaner, verken på ungdomstrinn eller i videregående skole, kan man kanskje argumentere for at denne oppgaven går ut over det lærere her i Norge har behov for å kunne. På den andre siden oppmuntres elever i dag i mange land, inklusive Norge, til å komme med sine egne forslag til hvordan man kan foreta utregninger i matematikk. Allerede på barnetrinnet oppmuntres elever til å komme med forslag til hvordan man kan addere, subtrahere, multiplisere eller dividere naturlige tall. Hvis læreren feilaktig mener at det å gi et visst antall eksempler på at noe er rett, er et tilstrekkelig bevis i matematikk, vil det kunne få uheldige konsekvenser. Læreren vil da kunne komme til å akseptere måter å regne på som ikke er holdbare hvis man prøver å generalisere dem. At lærere tror at noen eksempler holder for å trekke en generell slutning i matematikk, vil derfor være problematisk langt ned i klassetrinnene.

Når vi framhever det å kunne avgjøre hva som er holdbare bevis eller argumentasjon i matematikk, som viktig kunnskap for lærere – kunnskap som dreier seg om selve basisen i faget – kan man også henvise til det læreplanen i matematikk sier:

Matematikk ligg til grunn for viktige delar av kulturhistoria vår og for utviklinga av logisk tenking. På den måten spelar faget ei sentral rolle i den allmenne danninga ved å påverke identitet, tenkjemåte og sjølvforståing.

(KD, 2006, s. 57)

Selv om formelle bevis ikke har stor plass i norsk skole, er matematikk det faget som i særskilt grad vektlegger logisk tenking og resonnement, og på denne måten har faget et spesielt allmenndannende ansvar. Noen hevder at en elev som går gjennom skolen uten å møte den deduktive, logiske siden ved matematikken, ikke får vite hva matematikk egentlig er (Beck, 1997). Det må da i enda større grad være viktig kunnskap for lærere i faget. Vi kan drøfte hvor stor plass slike perspektiver skal ha i norsk skole, men skal de i det hele tatt være med, må vi ha lærere som skjønner hva dette dreier seg om. Dette argumentet kan gjøres gyldig for lærere på alle trinn i skolen. Dermed

Mange og store utfordringer

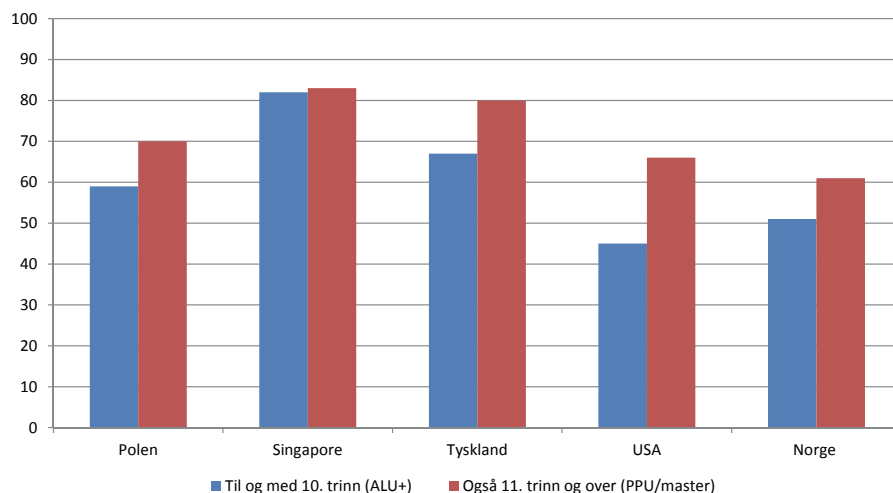
vil også denne oppgaven forsvare sin plass i vurderingen av lærerstudenters kompetanse.

I siste del av oppgave 4 skulle lærerstudentene avgjøre om Marias svar er et holdbart bevis for den gitte påstanden. Marias svar «ser matematisk ut» i betydningen at hun bruker algebra. Starten, hvor Maria skriver tre påfølgende tall på algebraisk form, er korrekt; det samme er de to første utregningene av hva hun får når hun multipliserer sammen de tre tallene. Når hun deretter påstår at hun forkorter med n , går det likevel galt. Lærerstudenter som angir at dette er et gyldig bevis, viser med all tydelighet at de ikke behersker algebra særlig godt. Fra annen forskning vet man at elever som er faglig svake, i noen tilfeller velger det som «ser mest matematisk ut» som riktig svar. Vi må derfor ta med i betraktningen at det er mulig at også noen lærerstudenter som sliter faglig, kan komme til å svare at Marias svar er korrekt av en slik grunn.

Tabell 6.8 Oppgave 4 – tredje del. Prosentvis fordeling av prestasjoner til lærerstudenter for ungdomstrinn.

Land	Riktig svar		Feil svar		Ikke svart	
	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående	Kan høyst undervise ungdomstrinn	Kan undervise ungdomstrinn og videregående
Polen	59	70	34	17	8	13
Singapore	82	83	18	16	1	2
Tyskland	67	80	27	16	6	5
USA	45	66	54	31	1	4
Norge ALU	42		40		19	
Norge ALU+	51		37		13	
Norge PPU og master		61		17		22
Internasjonalt gjennomsnitt	58	66	33	25	8	10

6 Lærerstudenters resultater på enkeltoppgaver for ungdomstrinnet



Figur 6.8 Resultater (prosentvis korrekt) for prestasjoner i Norge og referanselandene på oppgave 4 – tredje del.

Lærerstudentenes vurdering av de to første deloppgavene i oppgave 4, holdbarheten i Kari og Leif sine svar, tester først og fremst om studentene vet hva som er et gyldig argument eller bevis i matematikk. Den siste deloppgaven, Marias svar, vil i like stor grad avsløre om studentene behersker algebra. For å avgjøre holdbarheten av dette beviset kreves noe innsikt i enkel algebra. Over 80 % av studentene fra Singapore svarer rett på denne oppgaven. Det er langt bedre enn for de andre landene, selv om det er litt svakere enn det de presterte på likningene de skulle løse i oppgave 1. De norske lærerstudentene presterer også her lavt sammenliknet med andre land. Elevene har to svarmuligheter, og rundt 40 % av ALU-studentene mener dette er et holdbart argument, mens omtrent like mange svarer at det ikke er holdbart. Fordelingen på riktig / ikke riktig for disse studentene er på nivå med det man kan forvente hvis studentene bare gjetter. Studentene på ALU+ presterer noe bedre, men også de lavt i et internasjonalt perspektiv. Det er bare lærerstudentene på PPU/master som viser en viss kompetanse i relativt enkel algebra. Disse studentene presterer bare litt under det internasjonale snittet, men også de svakere enn de fleste landene vi har valgt å sammenlikne med. Av de vi sammenlikner med, er det bare lærerstudentene i USA som ikke presterer klart bedre enn de norske lærerstudentene.

Mange og store utfordringer

Nedtoningen av algebra i norsk skole, som tidligere har blitt påvist i grunnskolen og i videregående skole (Grønmo, 2010; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010), synes å framtre som et problematisk område også i norsk lærerutdanning. Den nylig vedtatte endringen av norsk lærerutdanning med krav til fordypning for å undervise på ungdomstrinnet, synes ikke å løse dette problemet. Også ALU+ viser svært manglende kunnskaper på et så sentralt område i matematikk som algebra.

6.6 Oppsummering av resultater for framtidige ungdomstrinns lærere

Resultatene i dette kapitlet viser at norske lærerstudenter som er testet med sikte på å undervise i matematikk på ungdomstrinnet, presterer generelt svakt sammenliknet med studenter i andre land. I motsetning til på barnetrinnet synes det å gjelde oppgaver som i TEDS er kategorisert både som matematikkdiraktiske (MPCK) og som rent matematiske (MCK). Det stemmer overens med det generelle resultatet for TEDS, som ble presentert i kapittel 2. Noe av årsaken til denne forskjellen mellom lærerstudenter testet for ungdomstrinnet og lærerstudenter testet for barnetrinnet, hvor norske lærerstudenter testet for barnetrinnet presterte bedre på de didaktiske oppgavene enn på de matematiske, kan ligge i det matematiske innholdet, også i de oppgavene som er kategorisert som matematikkdiraktiske. Det vil som regel inngå noe matematikk i de matematikkdiraktiske oppgavene. Mens det matematiske var svært elementært for studenter med sikte på barnetrinnet, stiller oppgavene til lærerstudenter med sikte på ungdomstrinnet langt større krav til kunnskaper også i matematikk. Norske lærerstudenter presterer generelt svakt på oppgavene i matematikk; det gjelder på alle nivåer.

Det store tankekorset blir at norske lærerstudenter, både de som er utdannet som allmennlærere med eller uten ekstra fordypning i matematikk og PPU/master-studenter, presterer svakt på oppgaver som tester dem i matematikk. Det er foruroligende av mange grunner. Våre allmennlærere kan i motsetning til i alle andre land i TEDS undervise helt opp til og med 10. trinn. Våre PPU/master-studenter, som i stor grad vil komme til å undervise i videregående skole, viser svake resultater i matematikk sammenliknet med studenter for dette nivået i andre land. Generelt synes det i Norge å være for

lite vekt på kunnskaper i matematikk i utdanningen av lærere for alle trinn i skolen.

Algebra er et viktig område av matematikken, hvor norske lærerstudenter for ungdomstrinn og videregående skole synes å prestere spesielt svakt. Nedtoningen av den formelle matematikken som har vært påpekt i bøker fra tidligere studier og i artikler, synes derfor også å gjelde for norsk lærerutdanning. Algebra er, sammen med aritmetikk, hva noen vil kalle «motoren» i matematikken. Den generelle nedtoningen i Norge av disse områdene, som mange studier har pekt på, gir derfor all grunn til bekymring. Det gjelder for rekruttering til studier i matematikk, men kanskje i enda større grad for rekruttering til yrker som bruker matematikk som et redskap. Frafall fra mange yrkesutdanninger kan antas å ha sammenheng med studenters manglende kunnskaper på disse områdene i matematikk, ikke minst vil det gjelde innen teknologi-, økonomi- og ingeniørutdanninger.

I kapittel 5 presenteres resultatet for lærerstudenter som er testet med sikte på at de skal undervise i matematikk på barnetrinnet. I kapittel 7 oppsummeres hovedresultater for lærerstudenter med sikte på undervisning i matematikk på barnetrinn, ungdomstrinn og videregående skole. Siden mange lærerutdanninger gir kompetanse for både ungdomstrinn og videregående skole, relaterer oppsummeringene seg til alle disse nivåene i skolen. Disse hovedresultatene fra TEDS blir i kapittel 7 drøftet i en mer helhetlig kontekst, både faglig og skolepolitisk.

7 Matematikk i norsk skole og lærerutdanning

Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo
Torgeir Onstad, Universitetet i Oslo

Sammen med TIMSS og PISA gir TEDS-undersøkelsen bred kunnskap om matematikkfagets situasjon i det norske utdanningssystemet og dermed grunnlag for å reflektere over matematikkens stilling i skole og lærerutdanning.

I dette kapitlet konsentrerer vi oss om noen områder som framstår som sentrale å drøfte på bakgrunn av de norske lærerstudentenes prestasjoner i matematikk og matematikkdiraktikk i TEDS. Resultatene sammenliknes med tilsvarende resultater i de valgte referanselandene. Sentrale temaer som tas opp er:

- lærerstudentenes faglige kompetanse på de skolenivåer de erklæres kompetente til å undervise på
- matematisk og fagdidaktisk kunnskap i lærerutdanningen
- ren og anvendt matematikk
- matematikkfagets særpreg og relevans
- behov for rekruttering av matematikklærere

Basert på resultatene fra TEDS – delvis sett i lys av resultater fra TIMSS og PISA – ønsker vi å reise en debatt om noen sider av norsk lærerutdanning som framstår som problematiske. Slike studier kan tegne et informativt bilde av deler av det norske utdanningssystemet og tydeliggjøre problemer, men de kan ikke foreskrive løsninger på problemene. Derfor kan denne boka ikke fortelle hvilke tiltak som bør iverksettes. Hensikten er å stimulere til debatt. Det har riktignok nylig vært en del debatt om lærerutdanningen i Norge, særlig knyttet til innføringen av en ny grunnskolelærerutdanning. Det kan imidlertid synes som debatten om faglig innhold ikke har fått like mye oppmerksomhet som debatten om generell organisering knyttet til studiets varighet og hvilke grader som gis. Varighet og grader er viktig nok, men vi trenger også en grundig debatt knyttet til det faglige innholdet. Skolen har som en hovedoppgave å formidle fagkunnskap og tilrettelegge for faglig læring hos elevene. Da er det også naturlig å se kritisk på hvilken faglig forståelse lærerstudentene utvikler gjennom studiet.

7.1 Norske lærerstudenters faglige kompetanse

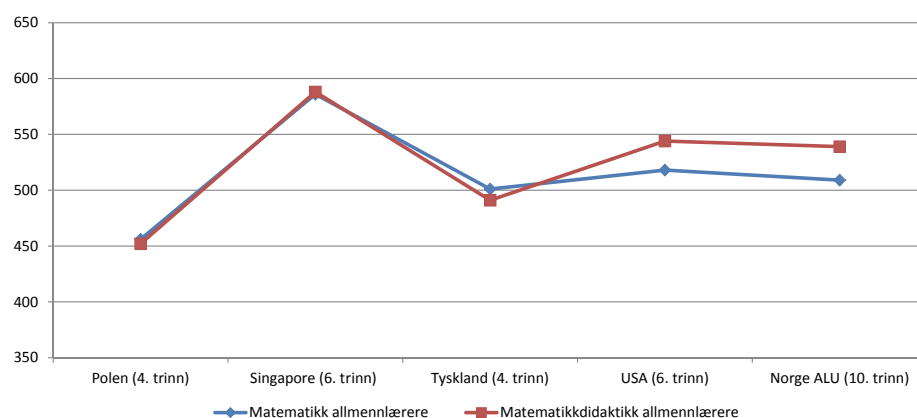
I kapittel 2 presenterte vi resultatene for alle deltakerlandene i matematikk og matematikkdiraktikk fordelt på ulike lærerutdanningsprogram for undervisning på barnetrinn, ungdomstrinn og til dels også videregående skole. I dette delkapittelet oppsummerer vi disse resultatene for Norge for en nærmere drøfting av hvor god kvaliteten på utdanningen av matematikklærere er. Vår vurdering er basert på hvor godt de norske lærerstudentene presterer i matematikk og matematikkdiraktikk sammenliknet med lærerstudenter i de valgte referanselandene (se kapittel 2). Først drøfter vi hvor god norsk lærerutdanning er når det gjelder å utdanne matematikklærere til barnetrinnet. Norsk allmennlærerutdanning (ALU) vurderes opp mot utdanningen av allmennlærere i de andre landene. Deretter ser vi på hvor god utdanningen av allmennlærere som har valgt ekstra matematikk (ALU+), er sammenliknet med utdanningen av eksperter i matematikk for barnetrinnet i de valgte referanselandene. Selv om de norske studentene i ALU+ ikke er eksperter i den betydningen som brukes i TEDS – nemlig lærere som skal undervise i bare ett eller to fag – er de det nærmeste vi i Norge kommer det å utdanne eksperter i matematikk for barnetrinnet.

Norsk matematikklærerutdanning for ungdomstrinn og videregående skole sammenlikner vi også med tilsvarende lærerutdanninger i de valgte referanselandene. TEDS undersøker i utgangspunktet ikke utdanning av lærere til videregående skole, men gjennom deltakelsen i studien får vi likevel en del informasjon også om utdanningen av matematikklærere til dette trinnet. Det skyldes at mange land, som Norge, har lærerutdanninger hvor studentene kvalifiseres for å undervise både på ungdomstrinnet og i videregående skole. Vi ser på hvor godt norske lærerstudenter som anses kvalifisert til å undervise på ungdomstrinnet (i ikke høyere), presterer, sammenliknet med studenter som blir utdannet for dette trinnet i referanselandene. Alle norske lærerstudenter utdannet i 2008 og tidligere er tilkjent kompetanse for undervisning på ungdomstrinnet, både allmennlærerstudenter uten ekstra matematikkfordypning (ALU), allmennlærerstudenter med ekstra matematikkfordypning (ALU+) og PPU/master-studenter. Til slutt sammenlikner vi hvor godt de norske PPU/master-studentene presterer sammenliknet med lærerstudenter i referanselandene som får undervisningskompetanse for både ungdomstrinn og videregående skole.

7.1.1 Lærerutdanning for barnetrinnet

Figur 7.1 viser hvor godt norske allmennlærerstudenter uten ekstra fordypning i matematikk presterer sammenliknet med allmennlærerstudenter i de valgte referanselandene.

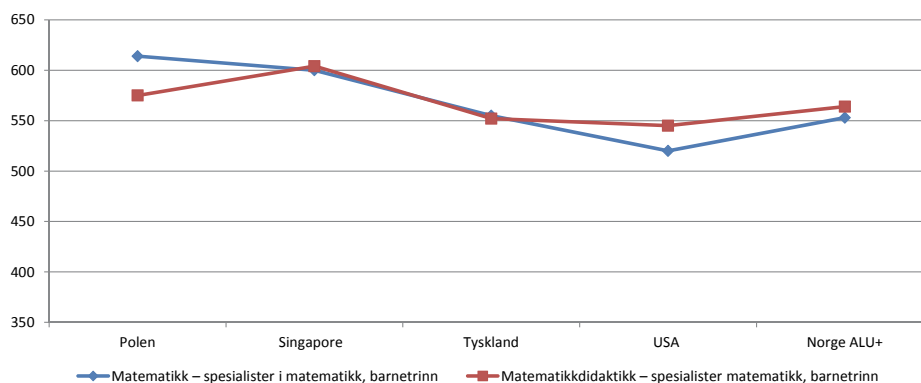
Norske allmennlærerstudenter uten ekstra fordypning i matematikk (ALU) presterer på nivå med lærerstudentene i USA både i matematikk og i matematikkdiraktikk, klart svakere i begge fagene enn lærerstudentene i Singapore og klart bedre i begge fagene enn lærerstudentene i Polen. De presterer bedre enn Tyskland i matematikkdiraktikk, men omtrent likt i matematikk. Når vi vurderer disse prestasjonene, må vi imidlertid ta med i betraktningen at de norske studentene kan undervise til og med 10. trinn, mens studentene i USA og i Singapore bare kan undervise i matematikk til og med 6. trinn, og i Polen og Tyskland bare til og med 4. trinn.



Figur 7.1 Prestasjoner i matematikk og matematikkdiraktikk for allmennlærerstudenter som kvalifiserer seg for undervisning på barnetrinnet.

Figur 7.2 viser tilsvarende resultater for norske allmennlærerstudenter med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) sammenliknet med spesialister i matematikk for barnetrinnet i referanselandene.

Mange og store utfordringer



Figur 7.2 Prestasjoner i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter som spesialiserte seg for matematikkundervisning på barnetrinnet.

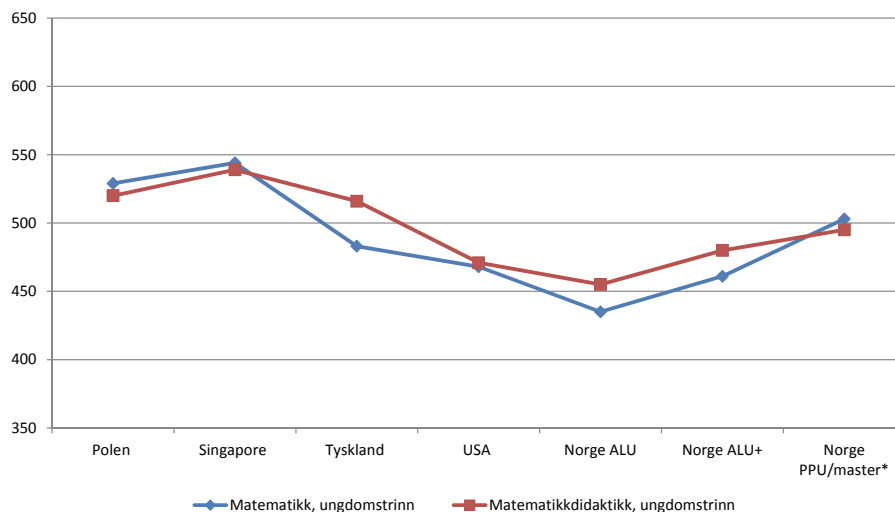
De norske lærerstudentene med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) presterer på nivå med matematikkspecialistene i Tyskland både i matematikk og i matematikdidaktikk og gjør det noe bedre i matematikk enn matematikkspecialistene i USA. ALU+ presterer svakere, særlig i matematikk, enn matematikkspecialistene for barnetrinnet i Polen og Singapore.

Hvis Norge skal ha lærere med like god kompetanse i matematikk og matematikdidaktikk som de landene vi sammenlikner med, synes allmennlærere uten ekstra matematikk (ALU) å være kvalifisert for å undervise til og med 6. trinn, samtidig som allmennlærere med ekstra fordypning i faget (ALU+) er våre matematikkspecialister på barnetrinnet.

7.1.2 Lærerutdanning for ungdomstrinnet

Figur 7.3 viser hvor godt norske allmennlærerstudenter med og uten ekstra matematikk og PPU/master-studenter presterer sammenliknet med matematikklærerstudenter for ungdomstrinnet i andre land. Lærerstudentene i de andre landene er alle fagspecialister; ingen av disse landene har allmennlærere på så høye skoletrinn.

7 Matematikk i norsk skole og lærerutdanning



Figur 7.3 Prestasjoner i matematikk og matematikkdiraktikk for lærerstudenter som kvalifiserer seg for matematikkundervisning på ungdomstrinnet. Merk at PPU/master er fra en annen kategori i TEDS enn de kursene vi sammenlikner med i de andre landene i denne figuren, siden PPU/master kan undervise både på ungdomstrinn og i videregående skole.

Norske allmennlærerstudenter uten ekstra matematikk (ALU) presterer svakest av alle disse både i matematikk og i matematikkdiraktikk. Norske allmennlærerstudenter med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) presterer også svakt sammenliknet med lærerstudentene i de andre landene, unntatt USA. Våre best utdannede lærerstudenter (PPU/master) presterer svakere enn lærerstudenter for ungdomstrinnet i Polen og Singapore, bedre enn lærerstudentene i USA og på nivå med lærerstudentene i Tyskland.

Kort oppsummert framstår prestasjonene for de norske lærerstudentene som svake i et internasjonalt perspektiv. Hvis det er et mål at våre lærere skal ha like god kompetanse i matematikk og matematikkdiraktikk som lærere i referanselandene, er det bare våre PPU/master-studenter som kommer rimelig godt ut av en sammenlikning med lærerstudenter fra kurs som kvalifiserer for undervisning på ungdomstrinnet i de andre landene.

I kapittel 5 og 6, som presenterte lærerstudentenes svar på enkelte oppgaver, så vi at Norge og USA har en del fellestrekk når det gjelder svake prestasjoner på oppgaver i formell matematikk som aritmetikk og algebra. Det samsvarer også med hva tidligere analyser basert på data fra internasjonale

komparative studier som TIMSS og PISA har pekt på, nemlig at engelskspråklige og nordiske land synes å legge relativt lite vekt på rene matematikkunnskaper på områder som aritmetikk og algebra (Grønmo & Olsen, 2006; Olsen & Grønmo, 2006). Det er derfor ikke overraskende at det er Norge og USA som har de svakeste prestasjonene for lærerstudenter til ungdomstrinnet.

Allmennlærere uten faglig fordypning synes å ha for svake faglige og fagdidaktiske kunnskaper til å undervise i matematikk på ungdomstrinnet. Den nye grunnskolelærerutdanningen (GLU) er delt i to: en allmennlærerutdanning for 1.–7. trinn og en utdanning med fagspesialisering for 5.–10. trinn. Et problem er likevel at størstedelen av de lærerne som allerede er i skolen, er utdannet etter det gamle systemet og vil være i skolen i mange tiår framover. De er derfor utdannet med sikte på at de også kan undervise på ungdomstrinnet. Basert på resultatene i TEDS synes det å være gode grunner til å unngå å sette flertallet av disse allmennlærerne til å undervise i matematikk på ungdomstrinnet.

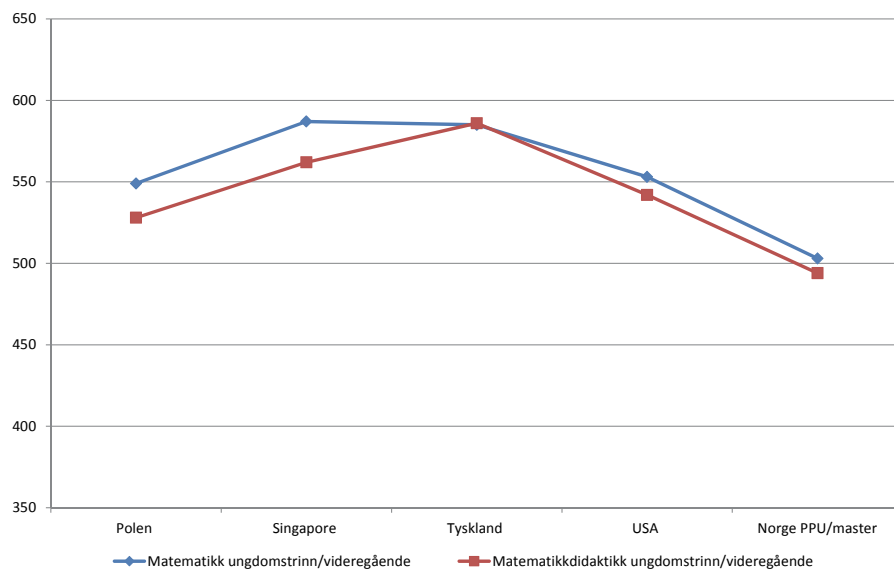
Det er også et tankekors at de norske allmennlærerne med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) presterer nokså svakt sammenliknet med matematikklærerne i de fleste landene vi sammenlikner med.

I den nye grunnskolelærerutdanningen er det bare lærere med ekstra fordypning i matematikk som blir kvalifisert til å undervise på ungdomstrinnet. I den grad den faglige fordypningen i matematikk i GLU 5–10 viser seg å likne på den som har vært gitt i fordypningskursene for ALU+, er det tvilsomt om disse får god nok kompetanse til å undervise på ungdomstrinnet. På bakgrunn av resultatene i TEDS kan det se ut som om det å kreve fordypning i matematikk for allmennlærerstudenter ikke er tilstrekkelig for undervisning på ungdomstrinnet, i alle fall ikke hvis målet er å ha like godt kvalifiserte matematikklærere i Norge som i andre land.

Andre steder i boka har vi pekt på behovet for en kritisk gjennomgang av det faglige innholdet i de matematikkursene som gis i lærerutdanningen, på samme måte som vi i tidligere bøker har sagt tilsvarende om innholdet i matematikk på alle trinn i skolen (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Grønmo & Onstad, 2009). Det har særlig vært pekt på at det er et problem at man i norsk skole legger lite vekt på kunnskaper i ren matematikk, som aritmetikk og algebra. Mer om dette i delkapittel 7.3.

7.1.3 Lærerutdanning for videregående skole

Figur 7.4 viser hvor godt de norske PPU/master-studentene presterer sammenliknet med lærerstudenter i de andre landene som kvalifiseres til å undervise i matematikk både på ungdomstrinnet og i videregående skole.



Figur 7.4 Prestasjoner i matematikk og matematikdidaktikk for lærerstudenter som kvalifiserer seg for matematikkundervisning i videregående skole.

De norske PPU/master-studentene presterer svakt sammenliknet med tilsvarende studenter i referanselandene. De norske prestasjonene i både matematikk og matematikdidaktikk er klart svakere enn i alle disse landene. Vi så i figur 7.3 at de norske PPU/master-studentene i et internasjonalt perspektiv presterte middels godt for undervisning på ungdomstrinnet. Det kan derfor se ut til at norske PPU/master-studenter har kompetanse tilsvarende lærerstudenter i andre land for undervisning på ungdomstrinnet, men at deres kompetanse for videregående skole er langt svakere enn i de landene vi sammenlikner med.

Det store problemet i Norge er da hvem som skal undervise i matematikk på videregående skole. Dette problemet tas opp igjen i delkapittel 7.5 om lærerrekuttering.

Mange og store utfordringer

7.1.4 Oppsummering

Spissformulert kan vi sammenfatte det foregående slik:

- Norske allmennlærere er i hovedsak kvalifisert til å undervise i matematikk på barnetrinnet.
- Norske matematikkspecialister fra universitetene er i hovedsak kvalifisert til å undervise på ungdomstrinnet.
- For tiden har Norge ingen lærerutdanning som i hovedsak kvalifiserer studentene til å undervise i matematikk i videregående skole.

Dette er selvsagt en forenkling. For det første baserer argumentasjonen seg på sammenlikning med de valgte referanselandene. Vi kunne isteden ha sammenliknet med lavtpresterende land og fått et lysere bilde for Norge. Vi kunne også ha valgt bare høytpresterende land, og bildet ville ha vært enda mørkere. Vi tror at sammenlikningene med de landene vi har valgt, gir et nyttig og fornuftig bilde av vår situasjon. For det andre er det selvsagt store variasjoner innenfor hver studentgruppe vi har tatt for oss i TEDS (og innenfor tilsvarende lærergrupper i skolen). Noen studenter er mye høyere kvalifisert enn gjennomsnittet i sin gruppe, mens andre er lavere kvalifisert. Det er utvilsomt en del studenter fra ALU+ som med hell kan undervise på ungdomstrinnet og en del PPU- eller masterstudenter som med hell kan undervise i videregående skole, men vi drøfter ikke enkeltpersoner og unntak her. Resultatene fra TIMSS, PISA og TEDS tyder på at vi har et *systemproblem* når det gjelder matematikkens stilling i norsk utdanning. Da må vi ta utgangspunkt i de store hovedlinjene.

7.2 Matematisk og fagdidaktisk kunnskap i lærerutdanningen

Et viktig tema å diskutere er prioriteringene av og forholdet mellom matematisk og matematikkdiraktisk kunnskap i lærerutdanningene i Norge.

På bakgrunn av resultatene fra TEDS kan vi oppsummere at et stort problem i norsk lærerutdanning er at studentene er faglig svake i matematikk. Det gjelder studenter som tok allmennlærerutdanning – både de med og de uten ekstra fordypning i matematikk. Det gjelder også lærerstudenter ved universitetene – de som tar en integrert masterutdanning og de som tar fagutdanningen først og PPU som tillegg. Alle utdanningene av matematikklærere

i Norge framstår som svake når det gjelder å gi studentene tilstrekkelige kunnskaper i det faget de skal undervise i.

Dette er bekymringsfullt for matematikkundervisningen i skolen. Skal nasjonale mål om god matematikkundervisning og bedre faglige resultater i skolen nås, er det behov for å *styrke opplæringen i matematikk i alle lærerutdanningene i Norge*. En nødvendig forutsetning for god undervisning i matematikk er at læreren har en solid faglig basis; det hjelper lite å være en god formidler hvis fagkunnskapen er utilstrekkelig.

TEDS-resultatene er også bekymringsfulle med tanke på nasjonale mål om å øke rekrutteringen til realfag. Skal elevene i skole og høyere utdanning bedre sin kompetanse i matematikk, og skal de bli mer interesserte i å ta utdanninger som krever matematikk, så er det nødvendig å se dette i sammenheng med lærernes kompetanse i faget. Hvis man ikke har lærere med tilstrekkelig faglig kompetanse, synes det svært vanskelig å bedre situasjonen for realfag i Norge. I norske læreplaner legges det vekt på at matematikkundervisningen skal stimulere flere til å velge realfaglige studier og profesjoner, blant annet gjennom spennende og varierte måter å undervise på. I *Føremål* i matematikkplanen i LK06 står det at «Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening» (KD, 2006, s. 57). Det å variere undervisningen og gi spennende faglige utfordringer stiller vel så store krav til lærernes faglige kompetanse som en mer tradisjonell undervisning som i stor grad følger læreboka.

Det er mange utdanninger og profesjoner hvor en har behov for gode kunnskaper i matematikk. Problemer knyttet til rekruttering gjelder derfor ikke bare de som skal studere faget matematikk, men kanskje i vel så høy grad alle de som ønsker seg en utdanning hvor matematikk brukes som et viktig redskap. I LK06 står det at matematikk «grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet» (ibid.). Det er derfor ikke bare i rent realfaglige studier at elevene trenger solide kunnskaper i matematikk; det gjelder også mange andre utdanninger. Matematikk er ikke bare et fag i seg selv, det er også et svært viktig redskapsfag i andre fag og utdanninger. Konklusjonen i en studie av det store frafallet i ingeniørutdanningen var at det i hovedsak skyldtes studentenes manglende kunnskaper i matematikk (NOKUT, 2008); særlig gjaldt det elementære kunnskaper på områder som

aritmetikk og algebra (se neste delkapittel om ren og anvendt matematikk for mer om dette).

Årsaken til lærerstudentenes manglende kunnskaper i matematikk er det rimelig å anta har sammenheng med nedtoningen av ren, formell matematikk i norsk skole som har vært drøftet i flere TIMSS-bøker og i artikler basert på analyser av TIMSS- og PISA-data (Grønmo, 2010; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Olsen & Grønmo, 2006). I disse studiene har det særlig vært pekt på at norske elever mangler grunnleggende ferdigheter i tall og tallregning på barnetrinnet og ferdigheter i algebra på ungdomstrinnet og i videregående skole. De samme områdene framstår i TEDS som problematiske i norsk lærerutdanning. Dette drøftes mer i neste delkapittel.

Norske allmennlærerstudenter som testes med sikte på undervisning på barnetrinnet, presterer bedre på oppgaver i matematikkdiraktikk enn på oppgaver i matematikk (se figur 7.1). Oppgavene i matematikkdiraktikk forutsetter som regel at man har kunnskaper i den matematikken som inngår. I oppgavene i matematikkdiraktikk for barnetrinnet i TEDS er det matematiske innholdet svært elementært; i mange tilfeller er det bare matematikk for småskoletrinnet man trenger som basis. For lærerstudenter som undersøkes med sikte på undervisning på ungdomstrinnet, er situasjonen en annen. Her presterer de norske lærerstudentene svakt også på de matematikkdiraktiske oppgavene, på samme måte som de gjør på oppgavene i matematikk. En mulig årsak til at vi finner denne forskjellen mellom lærerstudenter som testes for undervisning på barnetrinn og på ungdomstrinn, er at de didaktiske oppgavene for ungdomstrinnet krever langt mer forståelse av det rent matematiske enn oppgavene for barnetrinnet. Dette understreker igjen at det som ser ut til å være det største problemet i norsk lærerutdanning, er knyttet til studentenes svake kunnskaper i matematikk. En hovedkonklusjon basert på resultatene i TEDS-studien blir derfor, som allerede fastslått, at *det matematikkfaglige må styrkes i alle norske lærerutdanninger*.

Det er trolig lite fruktbart å legge hovedvekten på det matematikkdiraktiske i utdanningen av lærere hvis det er slik at lærerstudentene mangler den nødvendige faglige basisen i matematikk. En mulig årsak til de svake resultatene vi ser i TEDS, er at man i for stor grad har tatt det for gitt at studentene har en tilstrekkelig kunnskapsbase i matematikk, og at man for ensidig har lagt vekt på fagdidaktiske aspekter i allmennlærerutdanningen. Det er også mulig at integreringen mellom matematikkunnskaper og

matematikkdidaktiske eller pedagogiske kunnskaper ikke er god nok. Resultatene fra spørreundersøkelsen til lærerutdannerne tyder på at det også kan være et problem at lærerutdannere i pedagogikk og matematikk har ulike syn på mange ting som angår utdanning, matematikkfaget og matematikkundervisning (se kapittel 4).

Det kan tenkes mange måter å styrke lærerstudentenes faglige kunnskaper på. Det kan for eksempel være:

- opptakskrav til lærerstudiene
- krav til å få undervise i matematikk på ulike nivåer i skolen
- omfang av matematikkundervisning i lærerutdanningen
- innhold og metoder i denne undervisningen
- forholdet mellom matematikk, matematikkdidaktikk og pedagogikk
- grad av spesialisering av lærerne på fag og/eller nivåer i skolen
- krav til lærerutdannernes kompetanse

Det er ingen enkle og umiddelbare løsninger på de problemene vi står overfor. Årsakene til problemene er mange og komplekse. Det er behov for en gjennomgående drøfting av matematikkfagets situasjon i skolen, av samfunnets behov for matematisk kompetanse og av de forskjellige utdanningene av matematikklærere i Norge.

Det er riktig at den siste TIMSS-studien og den siste PISA-studien viste en svak forbedring i matematikkprestasjonene i grunnskolen (Grønmo & Onstad, 2009; Kjærnsli & Roe, 2010). Det er også nylig gjennomført en reform av allmennlærerutdanningen, som er blitt erstattet av grunnskolelærerutdanningene 1–7 og 5–10. I den forbindelse er det blant annet tatt noen grep i retning av spesialisering. Likevel er det samlede inntrykket vi får av TIMSS, PISA og TEDS så alvorlig at vi vil advare mot å tro at problemene er løst. Det er behov for en grundig drøfting som inkluderer de nye lærerutdanningene. Som vi har sett, er det også all grunn til å se kritisk på de andre lærerutdanningene, på PPU og på integrert master. Dette arbeidet haster, siden det blir et stort behov for nye lærere i de kommende årene og rekrutteringsproblemet snart kan bli akutt.

Vi argumenterer altså for en styrking av det matematikkfaglige i lærerutdanningene. Men vi argumenterer ikke for en tilsvarende svekkelse av matematikkdidaktikken. Fagdidaktikken er viktig, men den forutsetter en faglig kunnskapsbase. Det kan spørres som fagdidaktikken befinner seg i en skvis

mellom fag og pedagogikk. Det er avgjørende viktig med matematikk, og matematikkdiridaktikken kan ikke erstatte matematikken. Samtidig er pedagogikkfaget utvidet i den nye grunnskolelærerutdanningen. I dag er matematikkdiridaktikk, sammen med andre fagdidaktiske fag, vel etablert som akademisk fag, både nasjonalt og internasjonalt. Det bør spørres om vi har en optimal arbeidsdeling mellom fagdidaktikk og pedagogikk. Fagdidaktikk er et relativt nytt forskningsområde sammenliknet med pedagogikk. Ser man på innholdet i lærerutdanningskurs for matematikklærere, vil man se at mange av de temaene som tas opp i pedagogikk, også tas opp i fagdidaktikken. Ofte gis studentene en generell innføring i pedagogikk beregnet for alle lærerstudenter uavhengig av fag. Deretter tas en del av de samme temaene opp i fagdidaktikken, nå knyttet opp mot et av skolefagene. Vi spør om dette er en hensiktsmessig organisering av lærestoffet for lærerstudentene, særlig tatt i betraktning knapphet på tid og mengde stoff som skal læres. En annen måte å organisere dette på kunne være at noen temaer som er nært knyttet til et fag, bare tas opp og behandles under fagdidaktikken. På den måten ville man kunne frigjøre tid. En mulighet kan være at noen temaer som er definert som en del av pedagogikken, nå gis av fagdidaktikere som knytter dette til et av hovedfagene i skolen. Ved å knytte en del temaer nærmere opp mot fag vil lærerutdanningen også kunne bli mer praksisnær, noe som ofte etterlyses både fra studenter, skoleforskere og myndigheter.

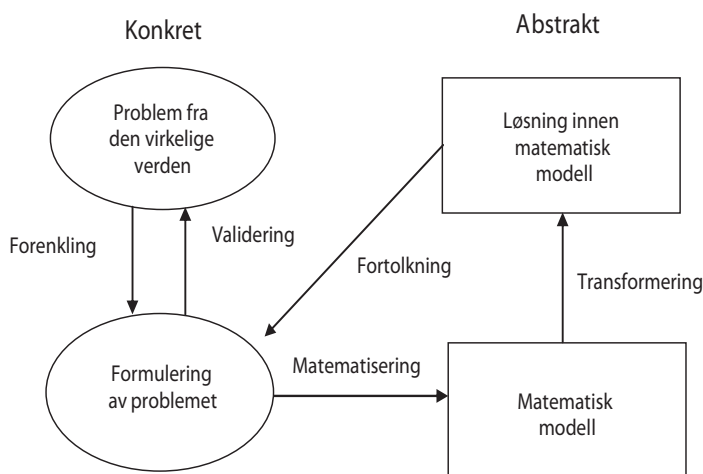
Samtidig som vi vurderer hvordan vi kan gjøre lærerutdanningene bedre, er det også et stort behov for å diskutere hva som kan gjøres for å øke den faglige kompetansen til de som allerede er matematikklærere i skolen. Det har vært økende tilbud av etter- og videreutdanning for lærere de siste årene, men en kan stille spørsmål til innholdet i mange av disse kursene. Mange kurs er allmennpedagogiske og/eller metodiske. En undersøkelse av norske grunnskolelæreres deltakelse i etter- og videreutdanning viste at den totale deltakelsen var mindre enn i mange andre land, og at kursene ofte handlet om undervisningsmetoder, læreplan eller IKT (Grønmo & Onstad, 2009). Dermed det aller største behovet er for en oppgradering av lærernes matematiske kunnskaper, bør en vurdere om det er grunn til å styre kursinnholdet mer i denne retningen.

7.3 Ren og anvendt matematikk

I forrige delkapittel ble forholdet mellom matematisk og matematikkdiraktisk kunnskap i lærerutdanningen drøftet. Hovedkonklusjonen var at det er nødvendig å styrke opplæringen i matematikk for lærerstudenter på alle lærerutdanninger i Norge og å bedre integreringen mellom matematiske og matematikkdiraktiske kunnskaper. Det er også grunn til å anta at norske lærerstudenters svake kunnskaper i matematikk har sammenheng med den nedtoningen av ren, formell matematikk i norsk skole som har vært drøftet i flere tidligere TIMSS-bøker og i ulike artikler basert på TIMSS- og PISA-data (Grønmo, 2010; Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Olsen & Grønmo, 2006). Det har i disse bøkene og artiklene vært pekt på at norske elever særlig mangler grunnleggende ferdigheter i tall og tallregning på barnetrinnet og ferdigheter i algebra på ungdomstrinnet og i videregående skole. De samme områdene framstår i TEDS som problematiske for norsk lærerutdanning. I dette delkapittelet tar vi opp forholdet mellom ren og anvendt matematikk. Vi viser til presentasjonene i kapitlene 5 og 6 av prestasjoner på noen oppgaver i TEDS og drøfter hvilken type matematikk det er viktigst å legge vekt på i norsk lærerutdanning.

En modell som viser forholdet mellom ren og anvendt matematikk, er vist i figur 7.5. Matematikk er både et eget, abstrakt univers – det vi kaller *ren matematikk* (se høyre side i figur 7.5) – og et redskap i ulike prosesser for å løse problemer i den virkelige verden – *anvendt matematikk* – som omfatter både høyre og venstre side i figur 7.5. Matematikkundervisningen i skolen har tradisjonelt lagt hovedvekten på å lære elevene ren matematikk. I de senere årene har imidlertid vektleggingen blitt forskjøvet mot anvendelser av matematikk, særlig i nordiske og engelskspråklige land (Gardiner, 2004; Grønmo, 2005b; Grønmo & Olsen, 2006).

Mange og store utfordringer



Figur 7.5 Forholdet mellom virkelig verden og matematisk verden (etter Standards, NCTM, 1989).

Mens høyresiden av figuren representerer den matematiske, abstrakte verden med veldefinerte symboler og regler, forestiller venstresiden den virkelige, konkrete verden som omgir oss. Ren matematikk, som arbeid med tall og symboler, foregår på høyresiden. Man bruker da gjerne betegnelser som *matematisk uttrykk* om det man arbeider med. I anvendt matematikk tar man utgangspunkt i et problem fra den virkelige verden. Man må da først gjøre en *forenkling* og formulere problemet presist, så skal dette *matematiseres* og uttrykkes i en *matematisk modell*. Deretter arbeider man innen den rene matematiske verden med en *transformasjon* av den matematiske modellen. Det kan for eksempel handle om å foreta utregninger, manipulere symboluttrykk og løse likninger. Løsningen man kommer fram til innenfor det matematiske universet, må være riktig ut fra de regler som gjelder i den matematiske verden. Videre skal denne løsningen relateres tilbake til den virkelige verden gjennom en *fortolkning* av hva dette innebærer for det presiserte problemet. Til slutt skal rimeligheten av svaret *valideres* i forhold til det opprinnelige problemet.

Anvendt matematikk er i sin natur kompleks. Den forutsetter *både* at man behersker den nødvendige rene matematikken og at man med utgangspunkt i en virkelig problemstilling kan matematisere og sette opp en modell

som man arbeider med, for til slutt å relatere svaret tilbake til problemet i den virkelige verden. Med økt vekt på anvendelse kan det synes som om denne dobbeltheten har blitt nedtonet i stor grad (Grønmo & Olsen, 2006; Olsen & Grønmo, 2006).

Det er uproblematisk å akseptere at et viktig mål for undervisningen i skolen skal være at alle utvikler en type kompetanse vi kan betegne som *mathematical literacy*, det vil si at elevene skal få nødvendige kunnskaper til å anvende matematikk på problemstillinger de møter i dagligliv og samfunns- liv. Det problematiske er hvis dette oppfattes som et alternativ til tradisjonell matematikkunnskap, som Gardiner (2004, s. 2) har påpekt: «Mathematical literacy and numeracy are often presented as though they were alternatives to traditional school mathematics, rather than by-products of effective instruction.» Stiller vi spørsmål om hva som skal være innholdet i en undervisning for å fremme anvendelse av matematikk på problemer i dagliglivet, er det ikke sikkert at vi ender opp med så mye nytt. Gardiner (2004, s. 2) hevder at:

Mathematics teaching may be less effective than most of us would like; but we should hesitate before embracing the idea that school mathematics would automatically be more effective on a large scale if the curriculum focused first on «useful mathematics for all» (numeracy), with more formal, more abstract mathematics to follow for the few. Experience in England (and elsewhere) suggests that such a program may be possible if one is willing to restrict the initial focus to truly basic material (integers, fractions, decimals, proportion, word problems, algebra and geometry), and to teach it in a way which prepares the ground for subsequent developments; but one should not be surprised if such a program turns out to look strangely like what good mathematics teaching has always been.

At anvendt matematikk forutsetter nødvendige kunnskaper i ren matema- tikk, er like relevant for lærerutdanning som det er for elever i skolen. For å kunne anvende matematikk må man ha en kompetanse i grunnleggende faglige fakta, ferdigheter og begreper. Uten dette grunnlaget har man lite å anvende! På samme måte som *mathematical literacy* i dag framheves, var det *problemløsning* som ble framhevet for noen år siden. Også når det gjelder problemløsning, har mange studier pekt på at for å være en god problemløser i matematikk, er det viktig å ha gode, elementære faglige kunnskaper og

Mange og store utfordringer

ferdigheter (Björkqvist, 2003; Schoenfeld, 1992). Verken *mathematical literacy* eller problemløsning gjør behovet for grunnleggende faglige kunnskaper i ren matematikk mindre. Den faglige basisen kommer man ikke utenom.

Den delen av ren matematikk som er aktuell for alle i skolen, og som danner en nødvendig basis for anvendelser i dagligliv og samfunnsliv, består for en stor del av fakta, ferdigheter og begrepsforståelse innen tall og tallregning. For alle de som trenger matematikk som redskap i studier og yrker, er det algebra som i tillegg peker seg ut som spesielt viktig. Matematikken blir dessverre ikke lettere tilgjengelig hvis vi bare knytter den til anvendelse; det er heller slik at anvendelse forutsetter at man også kan orientere seg med stor grad av sikkerhet i en ren matematisk verden med abstrakte symboler av tall, bokstaver og operasjoner.

Det er slående at norske lærerstudenter presterer svakt på de viktigste områdene av ren matematikk, nemlig aritmetikk og algebra. Det samsvarer med tidligere resultater fra TIMSS- og PISA-undersøkelser av elever i skolen. Både fra et *mathematical literacy*-perspektiv og når det gjelder ren matematikk blir dette problematisk. For lærere på barnetrinnet er det særlig aritmetikken som har stor betydning for det de skal undervise i; for ungdomstrinnet og videregående skole kommer i tillegg algebra inn som et viktig område. I forrige delkapittel ble det konkludert med at det er behov for mer vekt på matematikkunnskaper i alle norske lærerutdanninger.

På bakgrunn av resultatene i TEDS er det særlig ren matematikk på områdene aritmetikk og algebra som peker seg ut som problematiske og som bør prioriteres høyere i norsk lærerutdanning. En nøye og kritisk gjennomgang av innholdet i den matematikken som undervises i norske lærerutdanninger, synes nødvendig hvis man skal kunne forbedre situasjonen i matematikk i Norge. Aritmetikk og algebra er de områdene som har spesielt stor betydning både for anvendelser i dagliglivet, for anvendelser i ulike studier og yrker, og for de som skal gå videre med rene fagstudier i matematikk.

7.4 Matematikkfagets særpreg og relevans

I forrige delkapittel ble forholdet mellom ren og anvendt matematikk drøftet. Det ble konkludert med at ren matematikk på områdene aritmetikk og algebra peker seg ut som problematisk i norsk lærerutdanning, og vi anbefalte en kritisk gjennomgang av innholdet i undervisningen i lærerutdanningene med

sikte på å styrke disse områdene. En viktig side ved matematikk, som skiller matematikkfaget fra alle andre fag, er den sterke graden av presisjon, entydighet og logisk struktur. Innenfor det matematiske universet er matematikk en sikker, presis og eksakt vitenskap, hvor de fleste teorier og teser kan bevises eller motbevises. Det er når vi forbinder matematikk med virkeligheten, når vi anvender matematikk for å løse problemer i den virkelige verden, at matematikk blir forbundet med en mye større grad av usikkerhet. Om denne forskjellen mellom ren og anvendt matematikk uttalte Albert Einstein: «As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain, as far as they are certain, they do not refer to reality» (Harris, 1995). Med økt vekt på anvendelse av matematikk kan det synes som om betydningen av å forstå matematikk som en eksakt og sikker vitenskap i noen grad har forsvunnet fra skolematematikken (Gardiner, 2004; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

I norsk skole har det vært fokusert på at elevene skal oppleve at det er mange ulike måter å løse en oppgave på, blant annet ved at de utvikler sine egne måter eller prosedyrer for oppgaveløsning. Dette er positivt og viktig, men det kan også utvikle en metaoppfatning om at «anything goes» (alt går an) i matematikk. Det kan være flere mulige svar på en oppgave, spesielt når man anvender matematikk for å løse problemer i den virkelige verden. Dette er en nyttig innsikt, men den må ikke gå på bekostning av forståelsen av hva som kjennetegner matematikk som fag. Det er viktig at elevene, og ikke minst lærere som underviser i faget, er klar over at et typisk trekk ved ren matematikk er at man som oftest kan snakke om ett (eller noen) riktig(e) svar, og at påstander og teorier vanligvis kan bevises eller motbevises.

Ingen lærere i norsk grunnskole, verken på barnetrinn eller ungdomstrinn, skal undervise elevene i stringent formulerte matematiske bevis. Det er ikke her det store problemet ligger. Det betenkelige er at lærerstudentene ikke synes å ha tilstrekkelig kunnskap til selv å kunne avgjøre hva som er holdbar argumentasjon i matematikk (se delkapittel 6.5). Særlig i en skole hvor det legges opp til at elever selv skal finne egne metoder for å løse problemer, må lærerne kunne avgjøre hvorvidt de forslagene som elevene kommer med, er faglig korrekte eller ikke. På samme måte er det problematisk hvis læreren ikke har nok kunnskap i matematikk til å gjenkjenne en riktig argumentasjon for at en metode eller løsning som elever kommer med, faktisk stemmer.

Det er ikke vanskelig å forstå at det kan få uheldige konsekvenser for elevenes læring hvis lærere godtar metoder som elevene utvikler, men som

Mange og store utfordringer

ikke er holdbare. Det kan være metoder som kanskje gjelder på et begrenset tallområde eller i visse situasjoner, men ikke generelt. Elevene kan da befestre troen på metoder som er feilaktige eller har begrenset gyldighet. Det kan føre til at de får problemer med videre læring i matematikk.

På bakgrunn av resultatene fra TEDS synes det å være behov for at lærerstudenter i Norge får mer kunnskap om hva som kjennetegner faget matematikk, for eksempel at man i matematikk har stringente logiske bevis, og at eksempler, uansett hvor mange, ikke er tilstrekkelig for å si at noe gjelder generelt. Med de målene vi har for norsk skole, med vekt på at elevene skal utvikle egne metoder, er det helt essensielt at læreren kan avgjøre hva som er holdbare resonnementer og hva som ikke er det. Hvis man er enig i at dette er viktige mål for undervisningen, må man også ta på alvor de kravene til matematikkkompetanse en utforskende undervisningsstil stiller. Det er da av avgjørende betydning at læreren har forståelse for forskjellen mellom ren og anvendt matematikk og har kompetanse til å avgjøre om en metode elevene foreslår, er holdbar eller ikke.

7.5 Rekruttering av matematikklærere til skolen

Resultatene fra TEDS gir grunn til å reflektere rundt situasjonen i Norge når det gjelder rekruttering av matematikklærere til skolen. Mange lærere vil pensjonere seg de nærmeste årene.

Norge har høyt utdannete lærere i grunnskolen i den betydning at de har like lang utdanning som lærere i andre land. Når det kommer til faglig fordypning, utmerker imidlertid Norge seg med at matematikklærerne i langt større grad enn i andre land har fordypning i andre emner enn matematikk (Grønmo & Onstad, 2009; Lagerstrøm, 2007).

I matematikkurs i det siste året på videregående skole i Norge utmerker lærerne seg med å ha vel så høy fagkompetanse som lærere i mange andre land. Problemet er bare at disse norske lærerne er godt oppe i årene. 73 % av dem var over 50 år i 2008, halvparten av disse igjen over 60 år (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010). Det betyr at vi kan regne med at svært mange av disse lærerne vil være ute av skolen i løpet av ganske få år. Ser vi på resultatene i TEDS for nyutdannete lærere, så er problemet at de på alle nivåer presterer relativt svakt sammenlignet med tilsvarende lærerstudenter i andre land. Det betyr at Norge kan gå fra å ha et lærerkorps på videregående skole

med høy kompetanse i matematikk, til et lærerkorps med betydelig svakere faglige kunnskaper.

Problemer som avdekkes her, må tas på største alvor; gode intensjoner om satsing på og forbedring av matematikkresultater i skolen kan ikke realiseres uten faglig dyktige lærere. Det betyr lærere med høy kompetanse både i matematikk og i matematikkdiraktikk. Den nye lektorutdanningen tar sikte på å imøtekomme dette ved å legge opp til et integrert løp hvor studentene lærer matematikk og matematikkdiraktikk parallelt. Denne utdanningen er foreløpig liten i omfang; bare vel 20 lærerstudenter var i denne gruppen i 2008. Universitetene har også slitt med å skape reell integrering i disse programmene.

TEDS-data peker også på problemet med at de fleste nyutdannete lærerne i matematikk har kommet fra allmennlærerutdanningen uten ekstra fordypning i matematikk (ALU). Når dette nå er endret til to nye grunnskolelærerutdanninger, GLU 1–7 og GLU 5–10, er det blant annet med sikte på å løse problemet med lærere med svak kompetanse på ungdomstrinnet. Det beklagelige er bare at også allmennlærerstudentene med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) viste svake kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk sammenliknet med lærere for ungdomstrinnet i andre land – og det spørs om ikke GLU 5–10 har mye til felles med ALU+. Vi kan derfor ikke være trygge på at de nye grunnskolelærerutdanningene vil bety en vesentlig forbedring sammenliknet med allmennlærerutdanningen.

Når det gjelder ungdomstrinnet, synes studentene med PPU/master å være best egnet. For videregående skole ser det bare ut til å være de beste av disse studentene som har like høy kompetanse som lærerstudenter for dette trinnet i andre land.

Man kan selvsagt håpe at sviktende fagkunnskaper hos norske matematikklærere kan bøtes på gjennom etter- og videreutdanningskurs. Det krever derimot mye, både av økonomiske og menneskelige ressurser, samt en klar profil på hva man skal vektlegge i disse kursene.

Uansett er det et presserende behov for en faglig sterk lærerutdanning i Norge – i tillegg til en holdningsendring som gjør læreryrket attraktivt for faglig sterke studenter. Dette er betydelige utfordringer for norske utdanningsmyndigheter!

7.6 Oppsummering og konklusjoner

Ved deltakelse i TEDS – i tillegg til TIMSS og PISA – har vi fått et konsistent bilde av situasjonen for matematikkfaget i Norge. Omfattende og gjentatte studier på barnetrinn, ungdomstrinn og i videregående skole har vist at det er et gjennomgående trekk at norske skoleelever presterer svakt i matematikk, og at det har vært en tilbakegang i prestasjoner fra midten av 1990-tallet, men med visse tegn til bedring i grunnskolen fra 2007 (Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010; Kjærnsli & Roe, 2010). Problemene gjelder på alle trinn i skolen, og nå har vi fått dokumentert at det også gjelder for nyutdannede lærere i matematikk. Spesielt problematisk er det at prestasjonene er aller svakest på grunnleggende områder som aritmetikk og algebra.

Dette kan sees på som en ond sirkel: Svake matematikkunnskaper hos lærerne bidrar til at elevene ikke lærer nok og ikke lærer godt, slik at de presterer svakt på testene. Sviktende kunnskaper svekker elevenes motivasjon for å jobbe med faget og å velge studier og yrker som krever matematikk. Dette bidrar til det rekrutteringsproblemet samfunnet har i realfag. Det betyr også at de som velger lærerutdanning, har en dårlig faglig basis for å bli kunnskapsrike matematikklærere. Dermed er ringen sluttet.

Dette stiller Norge overfor store utfordringer i årene framover. Det krever at man tar på største alvor den vanskelige situasjonen vi er i når det gjelder matematikkutdanning i Norge, og at det tas et skikkelig grep om det. Dette er et systemproblem med potensielt store konsekvenser for samfunnet på sikt. Det bør gjennomdrøftes i full bredde og på alle nivåer i utdanningssystemet. Det er neppe lett å finne gode svar og løsninger. Prosessen kan avdekke behov for ytterligere forskning for å styrke beslutningsgrunnlaget.

Det er viktig å understreke at vi har et todelt problem i forbindelse med norske matematikklærere: På den ene siden er det altså viktig å forbedre utdanningen av nye lærere. På den andre siden må man vurdere hvordan man best kan oppgradere kunnskapene til mange av de lærerne som allerede er i jobb.

At det nettopp er Norge og USA som framstår med en faglig svak basis i ren matematikk som aritmetikk og algebra, er interessant når man ser på resultatene av analyser av profiler for matematikk i skolen og gjør sammenlikninger mellom land i de ulike profilene (gruppene). De landene som i slike analyser framstår med mange likhetstrekk, er nettopp de nordiske og de engelskspråklige landene. I begge disse gruppene av land ser man en

klar nedtoning av den formelle matematikken og stor vekt på matematikk i dagliglivet. Anvendt matematikk på hverdagsnære problemer framstår som en viktig drivkraft i utviklingen av nye læreplaner i disse landene (Gardiner, 2004; Olsen & Grønmo, 2006). Østeuropeiske og østasiatiske land har tilsvarende likhetstrekk ved at de legger vekt på formell matematikk som aritmetikk, algebra og geometri. Som det har vært påpekt tidligere i dette kapitlet, er ikke anvendt matematikk noe som kan komme istedenfor ren matematikk. Skal man ha noe å anvende, forutsetter det at man har en god faglig basis i matematikk. At Norge som representant for de nordiske landene og USA som representant for de engelskspråklige har store problemer med lærestudentenes faglige basis i matematikk, gir derfor grunn til refleksjon. Tilsvarende viser TEDS at lærerutdanningene i østeuropeiske land, her representert ved Polen, og østasiatiske land, representert ved Singapore, legger langt mer vekt på formelle faglige kunnskaper. Dette samsvarer med tidligere studier fra grunnskole og videregående skole og framstår dermed som svært konsistent (Grønmo & Onstad, 2009; Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

I et internasjonalt perspektiv er det også tankevekkende at våre allmennlærerstudenter har formell kompetanse til å undervise i matematikk på høyere trinn i skolen enn i omtrent alle andre land i TEDS. Spørsmålet om hvilke trinn ulike lærerstudenter skal ha kompetanse til å undervise på, peker seg derfor også ut som noe man bør diskutere basert på resultatene fra TEDS.

Vi avslutter med kort oppsummering av noen hovedpunkter fra TEDS-studien med særlig relevans for Norge.

Punktvis oppsummering

- Lærerstudenter i alle typer utdanningsprogram i Norge presterer svakt på oppgaver i matematikk i TEDS sammenliknet med studenter i andre land. Det peker mot et klart behov for å styrke norske lærerstudenters kunnskaper i matematikk.
- Kunnskap som framstår som spesielt viktig å forbedre for lærerstudentene, er rene matematikkunnskaper i aritmetikk og algebra.
- Matematikkdidaktisk kunnskap framstår i TEDS som tett sammenvevd med matematisk kunnskap på den måten at kunnskap i matematikkdidaktikk forutsetter en tilstrekkelig faglig basis i matematikk.

Mange og store utfordringer

- Resultatene i TEDS peker mot et behov for en bedre integrering mellom matematisk kunnskap og fagdidaktisk kunnskap i lærerutdanningen. Det kan synes som om norsk lærerutdanning, særlig allmennlærerutdanningen, til en viss grad har tatt for gitt at elevene har en tilstrekkelig faglig basis i matematikk og noe ensidig har lagt vekt på det didaktiske.
- Lærerstudentene trenger kunnskaper om hva som skiller ren matematikk og anvendt matematikk, og om hva som karakteriserer matematikk som fag. Dette er spesielt viktig i en skole som legger vekt på at elevene skal oppmuntres til utforsking og utvikling av egne metoder og strategier.
- Å legge mer vekt på utforskende og aktive elever stiller større faglige krav til lærerens basiskunnskaper i matematikk og om matematikk.
- Resultatene i TEDS peker mot et behov for en grundig gjennomgang og debatt av innholdet i lærerutdanningene i Norge – om prioritering av matematikkunnskap, fagdidaktisk kunnskap og pedagogisk kunnskap.
- Konklusjonene over om lærerutdanning kan med stor sannsynlighet antas også å ha relevans for etter- og videreutdanning av lærere som er i skolen.
- Det er et tankekors at våre allmennlærerstudenter på tross av svake faglige resultater har formell kompetanse for undervisning på høyere trinn enn studenter i de landene vi sammenlikner med.

8 Rammeverk og metoder

Torgeir Onstad, Universitetet i Oslo
Liv Sissel Grønmo, Universitetet i Oslo

Dette kapittelet gir en kortfattet beskrivelse av bakgrunnen for TEDS-M og en gjennomgang av hvordan studien ble planlagt og gjennomført. Framstillingen bygger på det internasjonale rammeverket til TEDS-M (Tatto et al., 2008), som gir mange flere detaljer om studien.

8.1 Hva er TEDS-M?

8.1.1 Bakgrunn

TEDS-M er en forkortelse for *Teacher Education and Development Study in Mathematics*. Dette er en internasjonal studie av utdanningen av grunnskolelærere i matematikk i 17 land, som ble gjennomført i 2008. TEDS-M beskriver og sammenlikner lærerutdanningssystemene i disse landene, så vel nasjonalt som internasjonalt. Studien beskriver de ulike utdanningsprogrammene som tilbys for å utdanne matematikklærere til grunnskolen, samt de lærerutdannerne som gir denne utdanningen. I særlig grad konsentrerer studien seg om studenter som holder på med slik utdanning. Dette er gjort ved å teste deres kunnskaper i matematikk og matematikkdiraktikk og ved å stille dem en rekke spørsmål om studiet og om holdninger til faget og yrket.

I resten av dette kapittelet nøyer vi oss – slik som i de øvrige kapitlene i denne boka – med å skrive TEDS istedenfor TEDS-M.

TEDS administreres av den internasjonale organisasjonen IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*). IEA er et internasjonalt nettverk for utdanningsforskning som ble etablert i 1959. De har gjennomført en rekke internasjonale komparative studier om utdanning. I dag er de kanskje mest kjent for TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), som undersøker elevers kunnskaper i og holdninger

Mange og store utfordringer

til matematikk og naturfag på 4. og 8. trinn. Dette er en *trendstudie*; det betyr at i tillegg til å kunne sammenlikne mellom grupper i et land og mellom land, så legges det også til rette for å sammenlikne utvikling over tid. Tilsvarende undersøker TIMSS Advanced elever som har valgt matematikk eller fysikk til topps i videregående skole. I tillegg er det her naturlig å nevne PIRLS (*Progress in International Reading Literacy Study*), som undersøker leseferdighetene til elever på 4. trinn, og ICCS (*International Civic and Citizenship Education Study*), som undersøker demokratiske kunnskaper og ferdigheter til elever på 8. trinn.

Dette er første gang IEA gjennomfører en studie på universitets- og høgskolenivå. Noen tilsvarende komparativ analyse av lærerutdanning i mange land er heller ikke foretatt av andre. Slik er TEDS banebrytende.

8.1.2 Organisering

Det er altså IEA, med hovedkontor i Nederland, som har det overordnede ansvaret for utviklingen og gjennomføringen av TEDS-studien. Det internasjonale prosjektsenteret er lagt til Michigan State University i USA. De samarbeider med Australian Council for Educational Research (ACER). Ansvar knyttet til statistisk design og databehandling er delegert til Data Processing and Research Center i Hamburg, mens Statistics Canada i Ottawa har assistert med utvalg (sampling).

I Norge er det Utdanningsdirektoratet som på vegne av Kunnskapsdepartementet har ansvaret for norsk deltakelse og bevilgning av midler. Ansvaret for gjennomføringen av studien og forskning knyttet til den er delegert til Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Universitetet i Oslo, i samarbeid med representanter fra Universitetet i Agder, Høgskolen i Bergen og Høgskolen i Sør-Trøndelag.

Informasjon om ulike hovedaktører finnes på følgende nettsider:

- IEA: <http://www.iea.nl/>
- Prosjektsenteret i Michigan: <http://teds.educ.msu.edu/>
- ACER: <http://www.acer.edu.au/>
- ILS: <http://www.ils.uio.no/>
- TEDS i Norge: <http://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/teds-m-2008/index.html>
- Utdanningsdirektoratet: <http://www.udir.no/Tilstand/Internasjonale-studier-/TEDS-M-Teacher-Education-and-Development-Study/>

8.1.3 Deltakerland

TEDS undersøkte utdanning av matematikklærere både til barnetrinnet og til ungdomstrinnet. I tabellen nedenfor vises samtlige land som var med i TEDS i 2008, og om de deltok med lærerutdanning til barnetrinnet og/eller til ungdomstrinnet.

Tabell 8.1 Deltakerland i TEDS i 2008.

Land	Utdanning av matematikklærere til barnetrinnet	Utdanning av matematikklærere til ungdomstrinnet
Botswana	x	x
Canada 1)	x	x
Chile	x	x
Filippinene	x	x
Georgia	x	x
Malaysia	x	x
Norge	x	x
Oman 2)		x
Polen	x	x
Russland	x	x
Singapore	x	x
Spania 3)	x	
Sveits 4)	x	x
Taiwan	x	x
Thailand	x	x
Tyskland	x	x
USA 5)	x	x

1) Fire kanadiske provinser deltok.

2) I Oman ble det ikke gitt lærerutdanning for barnetrinnet i 2008, fordi det ikke var behov for nye lærere da.

3) Spania deltok bare i undersøkelsen av lærerutdanning for barnetrinnet.

4) I Sveits deltok bare de tyskspråklige kantonene.

5) I USA ble bare offentlige lærerutdanningsinstitusjoner undersøkt.

Det var altså 17 deltakerland totalt, hvorav 16 deltok i studien av lærerutdanningen til barnetrinnet og også 16 deltok i studien av lærerutdanningen til ungdomstrinnet.

Mange og store utfordringer

8.1.4 Norsk deltakelse

Norge fikk på et tidlig tidspunkt tilbud om å delta i TEDS. De norske myndighetene nølte imidlertid med å bestemme seg. Da de omsider svarte bekrefte-nde, hadde allerede forberedelsesprosessen kommet godt i gang. Det hadde den konsekvensen at Norge fikk færre muligheter til å påvirke prosessen fra starten av.

I denne typen internasjonale studier utvikles forskningsinstrumentene – det vil si oppgaver og spørreskjemaer – i et samspill mellom prosjektledelsen og deltakerlandene. På noen av de tidlige prosjektmøtene kan forskere fra deltakerlandene fremme synspunkter på foreslåtte oppgaver og spørsmål. Gjennom denne prosessen kan deltakerlandene ha reell innflytelse på hvilke oppgaver som gis, hvordan de formuleres, hva det spørres om i spørreskje-maene og på hvilken måte det spørres. I TIMSS, TIMSS Advanced og PISA har de norske forskergruppene vært aktive på dette viset og dermed påvirket utformingen på måter som vi har ansett som positive. På grunn av Norges seine inntreden i TEDS, har derimot den norske innflytelsen vært betydelig mindre på denne studien.

Når vi nå ser tilbake på TEDS-studien, ser vi at vi burde hatt anledning til å bidra til visse forbedringer. Spørreskjemaene kunne med hell ha vært kortere og hatt enklere og mer presise spørsmål. Enkelte matematikkopp-gaver falt utenfor det vi naturlig vil forvente som kunnskap hos norske matema-tikkklærere i grunnskolen. Det burde vært noen flere matematikkdiraktiske oppgaver, og noen av dem kunne ha hatt en klarere fagdidaktisk profil.

Dette er ikke det samme som å si at TEDS har vært en dårlig studie. Vi sier bare at de norske forskerne kunne ha bidratt til å gjøre den enda bedre.

8.1.5 Rapportering

TEDS er en meget kompleks studie. I utgangspunktet tenkte initiativtakerne seg en undersøkelse av lærerutdanning generelt, men det ble tidlig klart at undersøkelsen måtte knytte seg til fag som det undervises i på skolen. Spesi-elt var dette påkrevd i testen til lærerstudentene. Et fag som blir undervist i grunnskolen i nær sagt et hvilket som helst skolesystem globalt, og som antas å ha relativt stor stabilitet innholdsmessig fra land til land, er matematikk. Det bød seg derfor naturlig fram som et fag med eksemplarisk funksjon i TEDS-studien.

Vi har sett i TIMSS (Grønmo & Onstad, 2009) at innholdet i matematikkfaget på barnetrinnet er svært likt fra land til land. Det samme gjelder på ungdomstrinnet, selv om det er litt større avvik der. TIMSS Advanced viste imidlertid betydelig større forskjeller mellom landene (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010). Forskjellene viste seg på tre områder: Hvordan videregående skole er organisert, hvor stor andel av elevene som tar matematikk til topps i videregående skole, og hvilket innhold denne matematikken har.

Slike divergenser er enda flere og enda større på tertiærnivået i utdanning, det vil si på universiteter og høyskoler. TEDS viser dette med all tydelighet når det gjelder lærerutdanning. Blant de 17 deltakerlandene er det store variasjoner, ikke minst når det gjelder:

- utdanningenes organisering
- utdanningenes innhold
- utdanningenes varighet
- hvilke skoletrinn utdanningene gir lærerstudentene kompetanse til å undervise på
- hvor mange fag utdanningene gir lærerstudentene kompetanse til å undervise i

Slike variasjoner finner vi ikke bare *mellom* land, men også *innen* land. Som eksempel er det nok å nevne de to lærerutdanningene vi lenge har hatt i Norge: Høgskolenes utdanning av allmennlærere og universitetenes utdanning av lærerspesialister i enkeltfag.

Når det gjelder utdanningens innhold, er det i et TEDS-perspektiv naturlig å framheve følgende momenter:

- omfanget av matematikk i utdanningen
- omfanget av matematikkdiraktikk
- omfanget av generell pedagogikk
- omfanget av praksis i skolen under utdanningen
- innholdet (pensum) i matematikkdelen av studiet
- innholdet i den matematikkdiraktiske delen av studiet

I denne boka berører vi først og fremst de to siste av disse punktene.

De store variasjonene var ikke overraskende, men den internasjonale prosjektledelsen undervurderte hvilke konsekvenser variasjonene ville få for rapporteringen. Opprinnelig forelå det en optimistisk plan for publisering av

Mange og store utfordringer

resultatene i tråd med en framdrift som er vanlig for andre slike studier – som for eksempel TIMSS og PISA. Imidlertid oppsto det lange, prinsipielle debatter blant eksperter om hvordan dataene fra studien skulle behandles og presenteres. Enkle tabeller eller diagrammer som sammenstiller data fra så ulikeartede utdanninger med så forskjellige rammefaktorer, blir lett misvisende.

Disse debattene med stadig nye utkast til rapporteringsmåter har ført til betydelige utsettelse av den internasjonale TEDS-rapporten. Det dreier seg om en forsinkelse på over to år sammenlignet med de opprinnelige planene.

Dette har ført til problemer for mange av de nasjonale forskergruppene. De har hatt avtaler og bevilgninger som var innrettet etter de opprinnelige planene. Dette førte til at USA og Tyskland publiserte nasjonale rapporter lenge før den internasjonale var ferdigstilt (Babcock et al., 2010; Blömeke, 2010). Dette brøt med vanlig rutine ved slike internasjonale studier, der nasjonale rapporter ikke skal offentliggjøres før den internasjonale offentliggjøringen. En uheldig konsekvens av dette var også at siden de internasjonale avklaringene, presiseringene og tolkningene av dataene ikke var ferdige, inneholdt de misvisende framstillinger av internasjonale data.

Den norske forskergruppa har bidratt med en rekke spørsmål, oppklaringer og korreksjoner til forskjellige utkast av internasjonal rapport.

8.2 Design av studien

8.2.1 Populasjoner

TEDS er en undersøkelse av utdanningene av matematikklærere til grunnskolen i de 17 deltakerlandene. Hovedmålgruppen for studien var derfor lærerstudenter som ved fullført utdanning ville bli ansett kompetente til å undervise i matematikk i hele eller deler av grunnskolen. Dette ble presisert på to måter:

- Populasjonen ble delt i to, der de studentene som ville få kompetanse for undervisning på barnetrinnet (*primary level*) utgjorde den ene gruppen, og de som ville få kompetanse for ungdomstrinnet (*lower secondary level*) utgjorde den andre.
- Studentene i begge disse populasjonene skulle være i det siste året av sin lærerutdanning.

Oppdelingen som ble gjort i det første punktet er ikke entydig. Noen lærerutdanninger gir kompetanse for både barnetrinnet og ungdomstrinnet – slik som den norske allmennlærerutdanningen. Studenter som fulgte slike utdanninger (i siste studieår), hørte dermed til begge populasjonene. En viss andel av de studentene som ble testet i slike utdanninger, fikk oppgaver beregnet på barnetrinns lærere, mens resten fikk oppgaver beregnet på ungdomstrinns lærere.

Fire populasjoner ble identifisert i Norge:

- ALU
Denne populasjonen besto av studenter i norsk allmennlærerutdanning som ikke hadde spesialisert seg i matematikk. De hadde altså bare tatt de matematikkursene som var obligatoriske i utdanningen.
- ALU+
Denne populasjonen besto av allmennlærerstudenter som tok mer matematikk enn de obligatoriske kursene i sin allmennlærerutdanning.
- PPU
Denne populasjonen besto av studenter med matematikk i fagkretsen som tok praktisk-pedagogisk utdanning som en påbygning til sitt fagstudium, og som var i siste semester av PPU.
- Master
Denne populasjonen besto av studenter som var i siste år av et masterprogram i matematikk fagdidaktikk. De aller fleste av disse studentene tok integrerte masterprogram ved et universitet.

Et spesielt problem oppsto i Norge. Den norske forskergruppa i TEDS innså at det ville være flere problemer forbundet med å teste ALU-populasjonen i sitt siste studieår, slik den internasjonale definisjonen krevde. For det første ville det bli svært vanskelig å finne alle studentene. I den norske allmennlærerutdanningen gjorde studentene seg ferdig med de obligatoriske komponentene i de to første studieårene. Da var de organisert i store grupper med felles undervisning. Deretter ble de spredt på mange kurs og fag. De logistiske problemene med å etablere kontakt med samtlige studenter og å avtale testtidspunkter som ikke kolliderte for noen, ville bli nærmest uoverkommelige. For det andre måtte vi regne med at mange av disse studentene ville være minimalt motiverte for å delta i undersøkelsen dersom det skulle skje i slutten av fjerde studieår. Da ville det være to år siden de valgte å slutte med matematikk, og deretter hadde de konsentrert seg om andre fag. Norske studenter

Mange og store utfordringer

kan oppfordres til delta i slike undersøkelser, men ikke pålegges det. For det tredje måtte vi regne med at de studentene som likevel hadde stilt opp, ville underprestere betydelig. Etter to års studier uten matematikk, ville de sikkert ha en del passiv kunnskap som de ikke ville greie å vise i testen, men som de likevel ville kunne aktivere når de forberedte seg til undervisning etter å ha kommet i jobb.

På denne bakgrunnen tok den norske gruppa opp problemet med den internasjonale prosjektledelsen. Vi foreslo at norske allmennlærerstudenter burde testes i slutten av sitt andre studieår, altså ved slutten av den obligatoriske delen av studiet. Dette fikk vi gjennomslag for.

Denne beslutningen løste de akutte problemene som nettopp er nevnt. Derimot ble andre problemer skapt. Ved testtidspunktet i slutten av annet studieår var det ennå ikke klart hvilke av studentene som ville slutte med matematikk etter dette, og hvilke studenter som ville ta påbygningskurs i matematikk. Det ble derfor bestemt å inkludere *samtlig*e allmennlærerstudenter i andre studieår i denne populasjonen. Det var en ryddig definisjon som det var lett å forholde seg til, men det betydde også at en viss andel av disse studentene ville komme til å spesialisere seg i matematikk i det videre studiet og derfor ville fylle kriteriene til populasjonen ALU+ på et seinere tidspunkt. I denne forstand kan vi si at populasjonene ALU og ALU+ er «overlappende». Dette er grunnen til at den internasjonale rapporten bruker følgende annotasjon til norske data: *Program types ALU and ALU+ are reported separately because the two populations partly overlap; data from these program types cannot be aggregated.*

Denne situasjonen innfører også en usikkerhet i de norske dataene. Det er grunn til å tro at de ALU-studentene som valgte å fortsette med matematikk etter annet studieår, i stor grad var blant de som presterte relativt godt på TEDS-testene. Det kan også tenkes at disse studentene var mer motiverte til å delta i TEDS enn en del av medstudentene, og at de derfor kanskje var overrepresentert i den gruppa som møtte opp til test. Dersom vi ønsker å kjenne nivået til de studentene som blir lærere uten noen spesialisering i matematikk, burde vi altså ha visst hvem i ALU-populasjonen som fortsatte med mer matematikk i tredje og/eller fjerde studieår, og ha fjernet deres data fra materialet. Det er trolig at prestasjonene til ALU-gruppa da ville ha blitt enda svakere.

Tabell 8.2 Antall studenter i de norske TEDS-populasjonene. Tallene er samlet inn fra lærerutdanningsinstitusjonene.

Populasjon	Antall studenter
ALU	1282
ALU+	383
PPU	77
Master	23

8.2.2 Analysenivåer

Studentene som deltok i TEDS, løste oppgaver i en test om matematikk og matematikkdiraktikk. I tillegg fylte de ut et omfattende spørreskjema. Ytterligere data om norsk lærerutdanning ble samlet inn fra lærerutdannere og lærerutdanningsinstitusjoner samt fra den norske forskergruppa.

De lærerutdanningsinstitusjonene som hadde studenter som deltok i TEDS, ble bedt om å fylle ut et spørreskjema om lærerutdanningsprogrammene på deres institusjon: om organisering og innhold, om bemanning, om gjennomføring og omfang av praksis, om vurderingsformer, osv.

På disse institusjonene ble matematikere, matematikkdiraktikere og pedagoger som underviste på kurs for TEDS-studentene, bedt om å fylle ut et omfattende spørreskjema om alder, utdanning, yrkeserfaring, undervisning, oppfatninger om matematikk, osv. (se eksempler på spørsmål i kapittel 4).

Forskergruppa – med ekstern støtte – formulerte en redegjørelse med et samlet perspektiv på norsk lærerutdanning. Der dreier det seg om sentral styring og politiske synspunkter som ligger til grunn for disse utdanningene (kapittel 3 bygger på den norske redegjørelsen).

Dataene fra disse kildene ligger til grunn for at TEDS internasjonalt rapporterer på tre nivåer. Disse svarer i stor grad til de tre læreplannivåene som benyttes i TIMSS (se for eksempel Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010, s. 28).

Komponent 1: Lærerutdanningssystemet

Denne komponenten tar for seg det *intenderte* nivået. Det dreier seg om offentlig utdanningspolitikk, læreplaner for lærerutdanningene, offentlig styring, bevilgninger, opptakskrav, kompetansekrav for tilsetting som lærer, osv.

I Norge har Per Arne Birkeland og Trygve Breiteig ved Universitetet i Agder hatt et hovedansvar for komponent 1.

Mange og store utfordringer

Komponent 2: Lærerutdanningstilbudet

Denne komponenten tar for seg det *implementerte* nivået. Det dreier seg om hvordan de sentrale intensjonene er utformet i praksis på lærerutdanningsinstitusjonene: Hvordan studieprogrammene er organisert, hvilken undervisning som gis, hvilke kvalifikasjoner lærerutdannerne har, hvilke krav som stilles til lærerstudentene, hvordan studentene vurderes, hvordan praksis organiseres, osv.

I Norge har Kristin Ran Choi Hinna ved Høgskolen i Bergen og Knut Ole Lysø ved Høgskolen i Sør-Trøndelag hatt et hovedansvar for komponent 2.

Komponent 3: Lærerstudentenes kunnskap

Denne komponenten tar for seg det *resulterte* nivået. Det dreier seg særlig om lærerstudentenes kunnskaper og ferdigheter i matematikk og matematikkdiraktikk, men også om bakgrunnsvariabler, som studentenes syn på fag og undervisning.

I Norge har Liv Sissel Grønmo og Torgeir Onstad ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning på Universitetet i Oslo hatt et hovedansvar for komponent 3.

Denne boka legger mest vekt på de norske lærerstudentenes kunnskaper og ferdigheter i matematikk og matematikkdiraktikk, altså komponent 3. Komponent 1 er fortrinnsvis behandlet i kapittel 3, og komponent 2 i kapittel 4.

8.2.3 Programtyper

Det er et stort mangfold av utdanninger som gir kompetanse til å bli matematikklærer i grunnskolen. Dette gjelder mellom land, men også i høy grad innenfor mange land. For å beskrive, sammenlikne og kategorisere alle disse utdanningene, har TEDS innført følgende begrepshierarki:

- program
- programtype
- programgruppe

Vi forklarer disse begrepene ved hjelp av eksemplifisering fra norsk lærerutdanning.

Program

Et universitet tilbyr PPU som påbygning til fagstudier. De tilbyr dette både som et heltidsstudium over to semestre og som et deltidsstudium over tre

semestre. Selv om disse studiene har samme innhold, er de organisert forskjellig. Hvert av dem kalles et *program*. Et PPU-tilbud på en annen institusjon kalles igjen et program. Et integrert masterstudium med PPU inkludert er nok et program.

Programtype

PPU heltid og PPU deltid har svært mye felles; det har også PPU i Trondheim og PPU i Bergen. Fellesskapet er så sterkt at det i stor grad er meningsfullt å snakke om PPU i Norge under ett. Alle PPU-programmene utgjør til sammen en *programtype*. På tilsvarende måte hører ALU i Volda og ALU på Notodden til samme programtype. Men PPU og ALU er ulike programtyper; de har en rekke distinkte forskjeller.

Programgruppe

Hvert land har flere programtyper, noen har mange. Å sammenlikne programtype for programtype blir nesten uoverkommelig. Derfor er programtyper med en viss grad av fellestrekk kategorisert sammen i en *programgruppe*. Dette skjer på tvers av land for å gjøre internasjonale sammenlikninger enkle. I Norge har ALU og ALU+ så mye felles at de er plassert i samme gruppe. Tilsvarende har PPU og integrerte masterprogrammer så mye felles at de er plassert i samme programgruppe.

Blant kriteriene som er brukt til å karakterisere programtyper og dermed også til å definere programgrupper, er følgende:

- Om lærerutdanningen er et *integrert studium* (engelsk: *concurrent*) eller et *følgestudium* (engelsk: *consecutive*). I allmennlærerutdanningen (ALU) studerte man fag, fagdidaktikk og pedagogikk parallelt og hadde praksis i skolen innimellom. Dette var et typisk integrert studium, slik også den nye grunnskolelærerutdanningen (GLU) er. Når PPU tas som et påbygningsstudium etter fullført fagstudium – og ikke som en del av et integrert masterprogram – er dette et typisk følgestudium.
- Hvor lenge lærerutdanningen *varer*.
- Hvilke *skoletrinn* utdanningen gir kompetanse til å undervise på.
- Grad av faglig *spesialisering*. TEDS skiller mellom *spesialister*, det vil si studenter som blir kvalifisert til å undervise i ett eller to fag, og *generalister*, det vil si studenter som blir kvalifisert til å undervise i flere fag.

Mange og store utfordringer

På dette grunnlaget har TEDS internasjonalt definert fire programgrupper for utdanninger som leder til undervisning på barnetrinnet:

1. Programmer som utdanner generalister til å undervise i småskolen (opp til 4. trinn).
2. Programmer som utdanner generalister til å undervise på barnetrinnet (opp til 6. trinn).
3. Programmer som utdanner generalister til å undervise på både barne- og ungdomstrinnet (opp til 10. trinn).
4. Programmer som utdanner spesialister til å undervise matematikk på barnetrinnet.

Tilsvarende er det definert to programgrupper i TEDS for utdanninger som leder til undervisning på ungdomstrinnet:

5. Programmer som utdanner lærere til å undervise på ungdomstrinnet (opp til 10. trinn). Nesten alle er spesialister.
6. Programmer som utdanner spesialister til å undervise matematikk på ungdomstrinnet og i videregående skole (minst opp til 11. trinn).

Tabellene i kapittel 2, 5 og 6 som viser lærerstudentenes prestasjoner i matematikk og matematikkdiraktikk, er organisert etter programgrupper.

Når det gjelder de norske lærerutdanningene, er ALU og ALU+ plassert både i programgruppe 3 og i programgruppe 5. I programgruppe 5 er de et unntak, idet de utdanner generalister til undervisning på ungdomstrinnet. PPU og master er plassert i programgruppe 6. Resultatene fra de to populasjonene PPU og master rapporteres samlet. Dette gjøres av tre grunner: For det første er masterpopulasjonen så liten (se tabell 8.2) at man ikke kan trekke generaliserbare konklusjoner fra den alene. For det andre viser analyser at prestasjonene i de to populasjonene er så like at de statistisk kan analyseres sammen. Og for det tredje har de to utdanningsveiene så mye felles at det ikke er unaturlig å se dem under ett.

8.2.4 Trendanalyser?

Flere av de store internasjonale komparative studiene – som for eksempel TIMSS og PISA – er designet slik at de gjør det mulig å foreta *trendanalyser*, det vil si å studere hvordan prestasjoner forandrer seg over tid. Dette baserer seg på kompliserte statistiske metoder som tar utgangspunkt i at en del av

oppgavene i én runde av studien blir hemmeligholdt og brukt på nytt i neste runde. En litt grundigere forklaring på dette kan leses i kapittel 12 i den norske boka fra TIMSS Advanced 2008 (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010).

TEDS ble gjennomført for første gang i 2008. Da er det ikke mulig å studere noen trender. Men omtrent halvparten av de oppgavene som ble brukt da, er unntatt offentliggjøring. Dersom det blir en ny TEDS-undersøkelse, kan disse brukes på nytt, og da vil det ligge til rette for trendanalyser.

8.3 Rammeverk og instrumenter

TEDS baserer seg på et rammeverk som ble utformet i forkant av undersøkelsen (Tatto et al., 2008). Rammeverket beskriver studiens organisering, design, innhold og forskningsinstrumenter. Rammeverket ble utviklet gjennom en drøftingsprosess med deltakerlandene. Vi understreker igjen at Norge kom seint inn i denne prosessen og derfor ikke fikk anledning til å påvirke rammeverket så mye som kunne vært mulig og ønskelig.

8.3.1 Testoppgaver

Rammeverket definerer hvilke kunnskaper og ferdigheter lærerstudentene skulle testes i. Siden lærerutdanningsprogrammene er svært ulike, har det vært vanskelig å bli enige om hvilke oppgaver som ville være egnet i disse testene. Alle deltakerlandene måtte akseptere at noen av oppgavene ville passe dårlig hos dem, men man har etterstrebet «rettferdighet» i den forstand at «urimelighetene» skulle være nokså likelig fordelt mellom landene og mellom programmene.

Oppgavene skulle være innenfor to hovedkategorier:

- matematikk (*Mathematics Content Knowledge*, MCK)
- matematikkdiraktikk (*Mathematics Pedagogical Content Knowledge*, MPCK)

(Vi bemerker at mens *matematikkdiraktikk* er et godt innarbeidet begrep i en del språk – særlig tysk, fransk og de skandinaviske språkene – har engelsk tradisjonelt brukt *Mathematics Education*. Der har imidlertid også *Mathematics Pedagogical Content Knowledge* blitt en vanlig betegnelse de senere årene, selv om *Didactics of Mathematics* også blir brukt av noen. I planverket for de nye grunnskolelærerutdanningene brukes begrepet *undervisningskunnskap*.)

Mange og store utfordringer

Innen hver av disse kategoriene skulle det lages oppgaver på to nivåer:

- oppgaver for studenter som kvalifiseres til å undervise matematikk på barnetrinnet
- oppgaver for studenter som kvalifiseres til å undervise matematikk på ungdomstrinnet

Oppgaver i matematikk

For matematikkoppgavene brukte TEDS i hovedsak samme kategorisering som TIMSS; se Onstad og Grønmo (2009). Noen av oppgavene var faktisk brukt i TIMSS. Oppgavene ble kategorisert både ut fra faglig innhold og ut fra hvilke kognitive krav de stiller til studenten.

Innholdskategoriene er:

- Tall
- Geometri
- Algebra
- Statistikk

Den siste kategorien er på engelsk kalt *Data*, men *Statistikk* er vanligere i norske læreplaner. Denne kategorien inneholder relativt få oppgaver, og det blir derfor ikke rapportert om lands prestasjoner i statistikk.

Følgende tabell viser hvordan matematikkoppgavene fordeler seg på de ulike innholdskategoriene. For barnetrinnet er kategoriene *Tall* og *Statistikk* slått sammen. Antall oppgaver gir ikke et fullt bilde av fordelingen, siden noen oppgaver gir ett poeng, mens andre gir to eller tre poeng. (Se mer om poeng nedenfor.)

Tabell 8.3 Antall oppgaver innenfor hver av innholdskategoriene i testen for studenter som kvalifiseres for undervisning på barnetrinnet.

Innholdskategori	Antall oppgaver
Algebra	15
Geometri	12
Tall og Statistikk	18

Totalt var det altså 45 matematikkoppgaver for barnetrinns lærere. Det var imidlertid ikke slik at hver student fikk alle disse oppgavene; det blir det redegjort for litt seinere i dette kapittelet.

For lærerstudentene til ungdomstrinnet fordelte oppgavene seg slik:

Tabell 8.4 Antall oppgaver innenfor hver av innholdskategoriene i testen for studenter som kvalifiseres for undervisning på ungdomstrinnet.

Innholdskategori	Antall oppgaver
Algebra	12
Geometri	12
Tall	9
Statistikk	4

Totalt var det altså 37 matematikkoppgaver for ungdomstrinns lærere.

De *kognitive kategoriene* er:

- Kunne
- Anvende
- Resonnere

Å *kunne* betyr blant annet å huske fakta, å gjenkjenne objekter og uttrykk, å regne, å omforme algebraiske uttrykk, å hente informasjon fra grafer og tabeller, å måle og gjøre overslag og å ordne og klassifisere. Å *anvende* betyr å bruke kunnskapene og ferdighetene sine til å velge metoder og strategier, å representere matematisk informasjon på ulike måter, å modellere situasjoner, og å løse rutineoppgaver. Å *resonnere* betyr å tenke logisk, å analysere informasjon og trekke gyldige konklusjoner, å generalisere resultater, å kombinere matematiske ideer, kunnskaper og ferdigheter, å begrunne påstander ut fra matematiske resultater og egenskaper og å løse komplekse problemer som ikke er rutinepreget, både i ren-matematiske og anvendte sammenhenger.

Følgende tabell viser hvordan matematikkoppgavene fordeler seg på de ulike kognitive kategoriene.

Tabell 8.5 Antall oppgaver innenfor hver av de kognitive kategoriene i de to testene.

Kognitiv kategori	Antall oppgaver	
	Lærere til barnetrinnet	Lærere til ungdomstrinnet
Kunne	25	9
Anvende	14	17
Resonnere	6	11

Mange og store utfordringer

Vi ser at oppgavene er skjevfordelt mellom kategoriene, spesielt for studentene som skal undervise matematikk på barnetrinnet. Det er vanskeligere å oppnå internasjonal enighet om den kognitive kategoriseringen enn om den innholdsmessige. En oppgave som er klart rutinepreget i ett land – ut fra deres læreplaner og undervisningstradisjoner – kan vurderes som en krevende problemløsningsoppgave med store utfordringer til resonnement i et annet land. Av den grunn har vi i denne boka valgt å legge liten vekt på å analysere resultatene i TEDS basert på den internasjonale kategoriseringen av oppgavenes kognitive nivå.

Oppgaver i matematikkdiraktikk

Det er lange tradisjoner for å kategorisere matematikkoppgaver i innholdskategorier. Det er svakere tradisjoner for å benytte kognitive kategorier, og her er det mer uenighet og diskusjon. Når det gjelder kategorisering av matematikkdiraktiske oppgaver, er situasjonen enda mer uavklart. Forskning om hvilke typer kunnskap en lærer trenger for å undervise, har først skutt fart de par siste årtiene, og det fins flere ulike modeller for dette (se for eksempel Ball, Thames & Phelps, 2008; Baumert et al., 2010; Fan & Cheong, 2002; Manizade & Mason, 2011).

TEDS har valgt en relativt enkel modell for *fagdiraktiske kunnskapskategorier*:

- Læreplankunnskap
- Kunnskap om planlegging av undervisning og for læring
- Kunnskap om å gjennomføre undervisning og tilrettelegge for læring

Disse kunnskapskategoriene inneholder også sterke ferdighetskomponenter, som for eksempel å formulere læringsmål, å velge læringsaktiviteter og å diagnostisere elevsvar. Det viste seg så vanskelig å lage gode oppgaver om læreplankunnskap at de to første kategoriene ble slått sammen i rapporteringen i TEDS. For studentene til ungdomstrinnet ble alle tre kategoriene slått sammen fordi det var så få oppgaver totalt. De matematikkdiraktiske oppgavene i de to testene fordelte seg slik:

Tabell 8.6 Antall oppgaver innenfor hver av de matematikkdiraktiske kategoriene i de to testene.

Matematikkdiraktisk kategori	Antall oppgaver	
	Lærere til barnetrinnet	Lærere til ungdomstrinnet
Læreplan og Planlegging	13	12
Gjennomføring	12	

Ved å sammenlikne med tabellene ovenfor ser vi at det var betydelig færre matematikkdiraktiske oppgaver enn matematiske. Det var også tvil om hvorvidt noen av disse oppgavene burde karakteriseres som matematiske heller enn matematikkdiraktiske. En fagdidaktisk oppgave vil naturlig måtte knytte seg til et faglig innhold. Noen ganger er det faglige innholdet så framtreddende og det didaktiske så underordnet at det godt kan argumenteres for en rekategorisering.

Oppgavene i TEDS ble også kategorisert etter *vanskegrad*, men det går vi ikke inn på her.

Det ble foreslått mange oppgaver til bruk i TEDS. En rekke av disse ble prøvd ut i en pilotstudie i 2007. Deretter ble det gjort et endelig utvalg til bruk i hovedstudien. Da var det flere kriterier å ta hensyn til. Blant annet burde det bli en rimelig fordeling mellom de ulike oppgavekategoriene som vi har nevnt ovenfor. Det skulle også være en balansert blanding av flervalgsoppgaver og åpne oppgaver (mer om det nedenfor). I tillegg skulle oppgavene fungere «teknisk godt» i statistisk forstand. Det betyr blant annet at en oppgave skal *diskriminere* godt, det vil si at den skal skille mellom sterke og svake elever. For å kunne få høy reliabilitet på testen som helhet er det dessuten viktig å ha oppgaver med ulik vanskegrad.

8.3.2 Koder

Mange av oppgavene i TEDS er *flervalgsoppgaver*. I en slik oppgave får studenten noen ferdigformulerte svaralternativer å velge mellom og skal markere hvilket svar hun eller han mener eller tror er det riktige.

Det ligger et grundig arbeid bak konstruksjon av flervalgsoppgaver. Det er viktig at ett av svaralternativene er riktig, og at ingen av de andre er det. De gale alternativene kalles *distraktorer*. Gode distraktorer bør avspeile typiske misoppfatninger, regnefeil eller liknende. En distraktor som ikke velges av noen av studentene, er ikke ønskelig. Det er heller ikke ønskelig at en distraktor skal «lokke» eller «lure» elevene til å gi galt svar. For å finne

Mange og store utfordringer

gode distraktorer prøver man ofte ut oppgavene som åpne oppgaver først. De studentsvarene man da får, danner utgangspunkt for konstruksjon av distraktorer.

En flervalgsoppgave er enkel å kode etterpå. Det er én tallkode for hvert av svarene (som ofte er merket A, B, C og D). Det er også spesielle koder for elever som har svart på en gal måte – for eksempel markert to svar – eller ikke svart i det hele tatt. Disse kodene registreres i en database som deretter kan behandles med statistisk programvare.

For de åpne oppgavene er kodingen mye mer krevende. Åpne oppgaver kalles *constructed response items* på engelsk. Det er altså oppgaver hvor studenten ikke skal velge mellom ferdigformulerte svarforslag, men må formulere svaret selv. Svaret som kreves, kan være av ulikt format. Det kan for eksempel dreie seg om å skrive ned bare et tall eller et ord, eller oppgaven kan kreve at studenten viser utregningen, redegjør for framgangsmåten, gir en begrunnelse eller forklarer et resonnement.

Gjennom utprøving av oppgavene danner man seg et inntrykk av hvordan de blir besvart. Dersom det viser seg at det er noen karakteristiske forskjeller mellom svarene, kan det ha diagnostisk interesse å gi visse svarkategorier særskilte koder. Det kan gi mulighet til å analysere både *hva* og *hvordan* studentene har svart på oppgaven. I TIMSS har man utviklet et tosifret kodesystem for å ta vare på slik informasjon. Norske forskere sto sentralt i denne utviklingen (se Lie, Angell & Rohatgi, 2010, s. 42). Dette systemet er også brukt i TEDS.

Hvis en oppgave (eller et delspørsmål i en oppgave) bare har ett riktig svar, gis det kode 10 for dette svaret. Dersom det er flere svar som anses som korrekte, eller dersom det er ulike måter å komme fram til svaret på, er det mulig å kode med for eksempel 10, 11 og 12. Hver kode er definert gjennom en beskrivelse (og eventuelt eksemplifisering) av hvilke typer studentsvar som skal falle inn under denne koden. Feilsvar kodes konsekvent på 70-tallet. Dersom det er interessant å skille mellom ulike feilsvar, kan de gis kode 70, 71 osv. Alle andre feilsvar får kode 79. Helt blanke oppgaver får kode 99. Riktig svar på en slik oppgave gir *ett poeng*.

Noen oppgaver er mer komplekse, og det er naturlig å kunne skille mellom helt eller delvis riktig svar. Da vil kodene 20, 21, 22 osv. betegne ulike typer korrekte svar, mens 10, 11, 12 osv. betegner ulike typer delvis korrekte

svar. Feilsvar og blanke oppgaver kodes som ovenfor. Helt riktig svar på en slik oppgave gir *to poeng*, mens delvis riktig svar gir *ett poeng*.

Poengene gir grunnlag for å beregne prestasjonene, mens kodene for øvrig muliggjør nærmere studier av elevenes kunnskaper og strategivalg.

8.3.3 Oversetting

Det internasjonale arbeids- og samarbeidsspråket i TEDS er engelsk. Alle offisielle dokumenter, instruksjoner, oppgaver og spørreskjemaer foreligger på engelsk. Når undersøkelsen gjennomføres, må oppgavene og spørreskjemaene derimot foreligge på de språkene som brukes i de respektive landene. Studentene, lærerutdannerne og institusjonene skal møte oppgavene og spørsmålene på et språk de er vant til, ellers vil internasjonale sammenlikninger gi liten mening.

Oversetting er imidlertid vanskelig. For det første må det sikres at det spørres om nøyaktig det samme på alle språk. Videre bør oppgavene være like vanskelige, noe som ikke er opplagt når de reformuleres på et nytt språk. Et par eksempler kan belyse dette. *Multiply* inngår i engelsk hverdagsspråk og kan bety «mangfoldiggjøre» eller «formere seg», mens *multiplisere* knapt brukes utenfor matematikken på norsk. En regulær trekant vil på enkelte språk kalles *likesidet* og på andre språk *likevinklet*. Å være likesidet eller likevinklet er ekvivalent for trekanten (men ikke for firkanter!). Det er like fullt to ulike opplysninger om trekanten som formidles gjennom disse betegnelsene, og i noen oppgaver kan det spille en rolle for løsningen.

I tillegg vil skifte av språk mange ganger gå sammen med skifte av kultur, tradisjoner, miljø og erfaringsverden. Slike ting kan også spille en rolle for hvordan situasjoner og spørsmål oppfattes. Sammen med oversettingen bør man derfor være oppmerksom på om dette kan skape ulikheter mellom studenter i forskjellige land. En matematisk modell for isbjørnpopulasjoner kan virke mer fremmedartet i Afrika enn i Norge.

IEA har omfattende rutiner for oversetting. I Norge oversetter den norske prosjektgruppa oppgavene, spørreskjemaene og instruksjonene fra engelsk til norsk. Dette blir gjort av to personer som arbeider uavhengig av hverandre. Etterpå blir de to oversettelsene sammenholdt, grundig diskutert og satt sammen til ett utkast. Etter dette sendes oversettelsesforslagene til IEA, som sender dem videre til en norskekspert som er uavhengig av prosjektgruppa i Norge. Kommentarene og forslagene fra denne eksperten sendes via IEA til

Mange og store utfordringer

Norge, der prosjektgruppa gjennomgår dem, vurderer dem fra en faglig og språklig synsvinkel og foretar nødvendige forbedringer av tekstene.

I TIMSS er dette arbeidet enda mer komplisert. Der blir alt materiellet oversatt til både bokmål og nynorsk, og vi må i tillegg passe ekstra godt på at disse oversettelsene er likeverdige. I TEDS gjorde vi det enklere. En del av oppgavene oversatte vi bare til bokmål og resten bare til nynorsk. Dette skapte forundring i IEA, men vi fikk tilslutning av både Utdanningsdirektoratet og norske språkmyndigheter, og ingen studenter reagerte på det.

Det er også viktig at layout på oppgaver og hefter er lik i alle land. Alle oppgaveheftene og spørsmålsheftene sendes derfor til internasjonal godkjenning av layout før de trykkes.

8.3.4 Hefter

De 45 oppgavene i matematikk og de 25 i matematikkdiraktikk som var valgt ut til testen for barnetrinns lærerstudentene, ble fordelt på fem *blokker* av omtrent samme arbeidsmengde og vanskegrad. Hver blokk hadde i gjennomsnitt 9 oppgaver i matematikk og 5 i matematikkdiraktikk. Disse blokkene ble kalt B1PM, B2PM, ..., B5PM. (Her står B for *block* og PM for *primary mathematics*.) I oppgaveheftene til studentene ble disse oppgavene «rotet» på følgende måte:

Tabell 8.7 Fordeling av oppgaveblokker i heftene til testen for studenter som kvalifiseres for undervisning på barnetrinnet.

Hefter	Blokker
Hefte 1	B1PM , B2PM
Hefte 2	B2PM , B3PM
Hefte 3	B3PM , B4PM
Hefte 4	B4PM , B5PM
Hefte 5	B5PM , B1PM

Det var altså fem hefter. Hvert hefte inneholdt to oppgaveblokker. Hver blokk forekom i to hefter, en gang først og en gang sist. Dette gjøres fordi studentens prestasjoner kan påvirkes av om en oppgave ligger tidlig eller sent i heftet. Mot slutten av en test kan studentene være slitne og mindre konsentrerte.

Dette er en type design som er mye brukt i store kunnskapstester, som for eksempel TIMSS. Den totale arbeidsmengden for alle oppgavene i testen ville bli altfor stor for en enkelt student. Det er behov for å bruke mange oppgaver

for å gi en bred dekning av innholdskategoriene i rammeverket. Den enkelte student får imidlertid bare et utvalg av oppgavene, to av fem blokker, altså 40 %. Hver student får dermed prøve seg på mindre enn halvparten av oppgavene i studien. TEDS er derfor dårlig egnet til å si noe om den enkelte student; studien er designet for å kunne trekke relativt sikre konklusjoner om den nasjonale populasjonen eller deler av denne.

De 37 oppgavene i matematikk og de 12 i matematikkdiraktikk som var valgt ut til testen for ungdomstrinns lærerstudentene, ble fordelt på tre *blokker* av omtrent samme arbeidsmengde og vanskegrad. Hver blokk hadde i gjennomsnitt 12 oppgaver i matematikk og 4 i matematikkdiraktikk. Disse blokkene ble kalt B1SM, B2SM, B3SM. (Her står B for *block* og SM for *secondary mathematics*.) I oppgaveheftene til studentene ble disse oppgavene «rotert» på følgende måte:

Tabell 8.8 Fordeling av oppgaveblokker i heftene til testen for studenter som kvalifiseres for undervisning på ungdomstrinnet.

Hefter	Blokker
Hefte 1	B1SM , B2SM
Hefte 2	B2SM , B3SM
Hefte 3	B3SM , B1SM

Det var altså tre hefter. Ellers var organiseringen som for barnetrinns lærerne.

Hvert oppgavehefte inneholdt også et langt spørreskjema som studenten ble bedt om å fylle ut.

8.3.5 Spørreskjemaer

Hver student som deltok i TEDS, svarte på et *studentspørreskjema* som inngikk i oppgaveheftet. Lærerutdannerne til disse studentene (i matematikk, matematikkdiraktikk og pedagogikk) fikk et eget *lærerutdannerspørreskjema*. Ledelsen på lærerutdanningsenheten på den institusjonen som studentene studerte ved, fikk et *institusjonsspørreskjema*. Gjennom spørreskjemaene ble det samlet inn en rekke opplysninger om institusjonenes organisering av lærerutdanningsprogrammene, ressursbruk, innhold, undervisning, utdanning og erfaring til lærerutdannerne, holdninger til fag og undervisning blant lærerstudentene og lærerutdannerne, osv.

Spørreskjemaene i TEDS gikk gjennom en ekspertvurdering og en grundig internasjonal debatt før de ble ferdigstilt. Alle deltakerlandene hadde en

Mange og store utfordringer

demokratisk mulighet til å foreslå endringer. Spørreskjemaene ble oversatt i tråd med de rutine som er beskrevet ovenfor.

For å gjøre det enklere for lærerutdannerne å svare ble deres spørreskjema i Norge distribuert elektronisk, og mottakerne ble bedt om å svare på nett. Dessverre var det en annen nettbasert undersøkelse til lærerutdannere som ble distribuert på samme tid. Denne kan ha bidratt til å senke deltakelsen til lærerutdannerne i TEDS-undersøkelsen.

8.4 Gjennomføring

IEA setter strenge krav til prosedyrer for å sikre en ensartet gjennomføring av slike undersøkelser i alle deltakerlandene. Prosedyrene blir nøye beskrevet i manualer for gjennomføringen av ulike deler av studien. Den internasjonale prosjektledelsen vil utgi en teknisk rapport for TEDS som blant annet beskriver disse prosedyrene.

8.4.1 Tidspunkt

TEDS-undersøkelsen skulle gjennomføres i slutten av studieåret. Det betydde høsten 2007 for land på den sørlige halvkule og våren 2008 for land på den nordlige halvkule. I Norge fant undersøkelsen sted i perioden februar–april 2008.

8.4.2 Utvalg

I kvantitative undersøkelser med store populasjoner nøyer man seg vanligvis med å teste et *utvalg* fra populasjonen. For å kunne generalisere resultater fra utvalget til hele populasjonen med stor sikkerhet må utvalget være *representativt*. Det vil si at det avspeiler situasjonen i hele populasjonen på alle de områdene vi undersøker i studien. For å sikre representativitet med en stor grad av sannsynlighet – det vil si med små feilmarginer – stilles det to krav: For det første må utvalget være trukket tilfeldig. For det andre må utvalget ha en viss størrelse. Denne størrelsen beregnes på forhånd og er den samme for alle land.

I land der populasjonen var mindre enn dette kravet til utvalgsstørrelse, måtte man isteden gjennomføre en *census*, det vil si en undersøkelse av hele populasjonen. Dette var tilfellet i Norge.

Den norske prosjektgruppa kontaktet samtlige lærerutdanningsinstitusjoner i Norge. Etter generell informasjon om TEDS ble hver institusjon bedt

om å delta – som institusjon, med sine lærerstudenter i de aktuelle populasjonene, og med de aktuelle av disse studentenes lærerutdannere. Ingen kan pålegges å delta i slike undersøkelser i Norge (i motsetning til i en del andre land); studenter, lærerutdannere og institusjoner står fritt til å velge selv. Studien ble imidlertid anbefalt av Utdanningsdirektoratet, Utdanningsforbundet, Forskerforbundet og Norsk matematikkråd med en oppfordring om deltagelse. Institusjonene ble samtidig bedt om informasjon om studenttall på ulike lærerutdanningsprogram.

Tabellen nedenfor viser antall lærerutdanningsinstitusjoner i Norge og hvor mange av disse som deltok i TEDS.

Tabell 8.9 Antall lærerutdanningsinstitusjoner i Norge og hvor mange av disse som deltok i TEDS.

Lærerutdanningsinstitusjoner	Antall totalt	Antall som deltok
Universiteter	7	6
Høgskoler	17	16

De studenttallene som institusjonene rapporterte, adderte vi opp for hver programtype og fikk dermed beregnet størrelsen av hver studentpopulasjon. Vi var klar over at oppslutningen kunne variere fra sted til sted, så vi tilbød en gjesteforelesning for studentene i tilknytning til testen. Vi tror det hjalp en del, men oppslutningen varierte likevel. Tabellen nedenfor viser størrelsen på hver populasjon og hvor mange studenter som deltok.

Tabell 8.10 De norske programtypene i TEDS: programstørrelse, antall lærerstudenter som deltok, og antall som leverte testen.

Programtype	Antall studenter i populasjonen	Antall studenter som deltok på testen	Deltakelse i prosent
ALU	1282	748	58
ALU+	383	310	81
PPU	77	43	56
Master	23	22	96

Oppslutningen var ikke så stor som ønsket. Derfor står det en merknad om dette for Norge og en del andre land i de internasjonale tabellene. De studentene som deltok, utgjorde et utvalg av populasjonen. Dette utvalget er likevel ikke trukket tilfeldig, og vi kan ikke gå ut fra at det er representativt. Det kan være

Mange og store utfordringer

naturlig å anta at det blant de studentene som ikke stilte opp, var flere som var svake i matematikk enn sterke. Hvis denne antakelsen stemmer, ville populasjonen som helhet ha presteret dårligere enn det utvalget som faktisk deltok.

Lærerutdannere som underviste studentene i TEDS-populasjonen i matematikk, matematikkdiraktikk eller pedagogikk, ble bedt om å fylle ut et eget spørreskjema. Skjemaet ble distribuert elektronisk. Tabellen nedenfor viser hvor mange lærerutdannere som fikk skjemaet. Siden mange underviste i både matematikk og matematikkdiraktikk – i ALU og ALU+ var dette samme fag – har vi slått sammen disse gruppene under betegnelsen *matematikk*. Tabellen viser også hvor mange som returnerte utfylt skjema.

Tabell 8.11 Norske lærerutdannere som fikk tilsendt spørreskjema og som svarte.

Lærerutdannere	Institusjonstype	Populasjonsstørrelse	Antall som svarte
Pedagoger	Høgskole	46	27
	Universitet	19	5
Matematikere	Høgskole	70	59
	Universitet	22	22
Sum		157	113

Totalt var denne oppslutningen (72 %) for lav til at disse resultatene kunne rapporteres internasjonalt. Kravet var 80 %. For matematikerne isolert var responsraten tilstrekkelig, nemlig 88 %, men internasjonalt rapporteres det ikke på delgrupper av lærerutdannerne.

Tre mulige forklaringer på den svake oppslutningen byr seg fram: For det første fikk lærerutdannere en annen spørreundersøkelse tilsendt omtrent samtidig. Den ble også distribuert elektronisk, og noen kan ha blandet sammen disse. For det andre er det tenkelig at enkelte lærerutdannere ikke ønsket å delta i denne typen undersøkelse. For det tredje kan det tenkes at noen pedagoger anså en studie relatert til matematikkfaget som irrelevant for dem. Vi ser jo at oppslutningen var spesielt svak blant pedagogene, framfor alt på universitetene.

Merk at lærerutdannerne i TEDS i prinsippet ikke kan betraktes som et representativt utvalg av samtlige lærerutdannere i et land – selv om alle svarer. De er ikke trukket tilfeldig blant samtlige lærerutdannere. Ingen lærerutdannere med andre fag enn matematikk (matematikkdiraktikk) eller pedagogikk

var med i TEDS-populasjonen, og selv blant matematikere og pedagoger var det bare de som underviste dette studentkullet, som var med.

8.4.3 Gjennomføring på lærerutdanningsinstitusjonene

TEDS hadde sentralt utarbeidet detaljerte instruksjoner for hvordan testen skulle gjennomføres i klasserommet. Det var gjort for å sikre like testvilkår for alle studenter, både nasjonalt og internasjonalt.

På institusjoner som tok imot tilbudet om gjesteforelesning, var det en av forskergruppas medlemmer som sto for gjennomføringen av testen etter forelesningen. På disse stedene ble det også tilbudt litt veiledning om utfyllingen av institusjonsspørreskjemaet.

De andre institusjonene fikk alt materiellet tilsendt litt før undersøkelsen skulle gjennomføres. Materiellet besto av oppgavehefter med spørreskjemaer til studentene, institusjonsspørreskjema samt instruksjoner for gjennomføringen. En av de tilsatte på skolen var ansvarlig for å sette seg inn i instruksene på forhånd og å påse at de ble fulgt nøye.

På testdagen – eventuelt etter gjesteforelesningen – ble studentene samlet i et egnet rom. Studentene fikk hvert sitt hefte. Hvem som skulle ha hvilket hefte, var angitt med en kodet klistrelapp foran på heftet. Dersom en student ikke møtte, ble vedkommendes hefte inndratt. Dersom en frammøtt student burde ha tilhørt utvalget, men ikke var registrert, ble vedkommende registrert og fikk et ekstrahefte som var klargjort for slik bruk. Studentene fikk ikke lov til å åpne heftene før de fikk beskjed om å gjøre det.

Siden allmennlærerutdanningen ga studentene kompetanse til å undervise på både barnetrinnet og ungdomstrinnet, ble populasjonene ALU og ALU+ delt i to grupper ved loddrekning. Studentene i den ene halvdel fikk ved loddrekning tildelt ett av de fem heftene beregnet på framtidige barnetrinnsledere, mens studentene i den andre halvdel ved loddrekning fikk tildelt et av de tre heftene beregnet på framtidige ungdomstrinnsledere. All loddrekning var foretatt på forhånd ved hjelp av et statistikkprogram og anonymiserte studentlister fra institusjonene. Studenter i populasjonene PPU og Master fikk bare tildelt hefter beregnet på framtidige ungdomstrinnsledere.

Hvert hefte var inndelt i fire deler:

- A. Denne delen besto av et kort spørreskjema om bakgrunnsvariabler (alder, kjønn, utdanningsnivå til foreldre, osv.). Studentene fikk 5 minutter til del A.

Mange og store utfordringer

- B. Denne delen besto av et lengre spørreskjema om lærerutdanningen (særlig om innhold i utdanningen). Studentene fikk 15 minutter til del B.
- C. Denne delen inneholdt oppgavene i matematikk og matematikkdiraktikk. Studentene fikk 60 minutter til del C. Det var ikke anledning til å bruke kalkulator.
- D. Denne delen besto av et spørreskjema om oppfatninger av matematikk og undervisning. Studentene fikk 10 minutter til del D.

Før hver del fikk studentene opplest presis informasjon om delens innhold og om hvordan den skulle besvares. Deretter fikk de nøyaktig avmålt tid til å besvare spørsmålene i denne delen. Totalt arbeidet altså studentene i halvanne time.

IEA hadde knyttet til seg én person i hvert land som kontrollerte gjennomføringen på en del tilfeldig valgte institusjoner. Vedkommende var uavhengig av den nasjonale prosjektgruppa og rapporterte direkte til den internasjonale ledelsen ved hjelp av et grundig rapporteringsskjema.

Den ansvarlige personen for gjennomføringen på den enkelte institusjon sørget for at alt materiell ble sendt tilbake til den nasjonale prosjektgruppa. Det ble kontrollert at ingen hefter forsvant i prosessen.

8.4.4 Koding

All informasjon fra testene og de ulike spørreskjemaene ble registrert i en databank. I prinsippet er det enkelt å kode svarene på flervalgsoppgaver og på spørsmål i spørreskjemaene. Da skal det bare registreres hvilket svaralternativ vedkommende har valgt. På den andre siden er det selvsagt mulig å gjøre taste-feil ved innskrivingen. Det ble tatt en rekke stikkprøver for å kontrollere dette.

Når det gjelder de åpne oppgavene, er situasjonen mer krevende, noe som går fram av redegjørelsen for kodesystemet i delkapittel 8.3.2 ovenfor. Koden settes altså etter en subjektiv vurdering av elevens svar. Skal analyser av elevprestasjonene være pålitelige (*reliable*), må denne kodingen av åpne oppgaver utføres så likt som mulig av alle kodere i samtlige deltakerland. Det nedlegges et stort arbeid for å sikre dette best mulig. De tillatte kodene på en oppgave er utførlig beskrevet i den internasjonale kodeveiledningen (*scoring guide*). Denne veiledningen var grundig gjennomgått på en internasjonal samling. I det enkelte land ble kodedefinisjonene nøye gjennomgått i fellesskap før kodingen startet. Eventuelle uklarheter ble drøftet og avklart. For

mange av oppgavene var det utarbeidet et eksempelmateriell som illustrerte hvordan kodene skulle brukes. Dette ble gjennomgått og kommentert i fellesskap. I tillegg var det ofte øvingsoppgaver som alle koderne skulle vurdere hver for seg. Etterpå sammenliknet man de kodene man hadde valgt, drøftet vurderingene og holdt disse opp mot en internasjonal «fasit» som fastslo hvordan kodene skulle brukes på øvingsoppgavene.

Som en ytterligere kontroll ble det gjort en type ekstra koding: Omtrent en tredel av heftene var trukket ut til å bli kodet av to forskjellige personer, uavhengig av hverandre. På denne måten kunne man statistisk måle den nasjonale *sensorreliabiliteten*, det vil si graden av samsvar mellom koderne (sensorene) i et land.

8.4.5 Databehandling

De innlagte dataene ble kontrollert i flere omganger, først i Norge og deretter i det internasjonale datasenteret til IEA. Dataene ble «vasket», det vil si at man lette etter manglende, inkonsistente og overraskende data. Disse ble så kontrollert mot oppgaveheftene og spørreskjemaene. Prosedyrene skal sikre høy grad av samsvar mellom det studentene, lærerutdannerne og institusjonslederne faktisk hadde svart, og de dataene som ble lagret elektronisk.

Da datavaskingen var avsluttet, ble alle forbindelser mellom de elektroniske dataene og deltakerne i studien slettet. Dermed lar det seg ikke gjøre å spore enkeltresultater tilbake til lærerstudenter eller lærerutdanningsinstitusjoner.

8.4.6 Skalering

Avanserte statistiske metoder er brukt for å behandle dataene på en måte som muliggjør sammenlikninger. Dette vil bli grundig beskrevet i den tekniske rapporten til TEDS.

Som nevnt i delkapittel 8.3.4 svarte hver enkelt student bare på en del av det samlede oppgavetilfanget på testen (2 av 5 blokker for barnetrinnet, 2 av 3 blokker for ungdomstrinnet). Prestasjonene til to studenter som hadde samme hefte, kan sammenliknes. To studenter som fikk forskjellige hefter, fikk derimot helt eller delvis forskjellige oppgaver, og da kan ikke prestasjonene uten videre sammenliknes.

Dette problemet løses ved hjelp av oppgaver som er felles mellom hefter. Disse oppgavene fungerer som «broer» som knytter de ulike oppgaveutvalgene sammen.

La oss eksempelvis se på en student – vi kaller henne Anna – som fikk hefte 2 for barnetrinnslærere. Hefte 2 inneholdt blokkene B2PM og B3PM (se tabell 8.7). Blokk B3PM fantes også i hefte 3. Med kunnskap om hvordan Anna presterte på blokk B3PM, og ut fra det statistiske materialet om hvordan studentene som fikk hefte 3 presterte, kan vi med stor sannsynlighet anslå hvordan Anna ville ha gjort det på blokken B4PM dersom hun isteden hadde fått hefte 3. På tilsvarende måter kan vi statistisk anslå hvordan hun ville prestert på blokkene B1PM og B5PM. Dermed får vi et anslag over hvordan Anna ville ha gjort det på en stor test med samtlige oppgaver.

Et slikt resonnement er ganske usikkert for én enkelt student, men tilknytningen til de virkelige studentene er kuttet – det finnes ingen «Anna». Dataene kan ikke brukes til å si noe om enkeltstudenter. De blir bare anonyme representanter som kan hjelpe oss til å si noe om den nasjonale populasjonen eller deler av denne. Når en slik metode brukes på en stor gruppe studenter, blir usikkerheten liten for gruppa som helhet.

Når samtlige elever på denne måten har fått en totalskår for hele testen, kan vi regne ut gjennomsnittsskår og standardavvik for utvalget og bruke det til å generalisere til hele populasjonen eller til deler av denne. For alle slike verdier er det beregnet *standardfeil*, som brukes til å avgjøre om forskjeller er *signifikante*.

Alle enkeltskårene ligger spredt omkring gjennomsnittet langs en skåringsakse. Da er det mulig å justere selve måleaksen. På samme vis som vi kan regne om temperaturer mellom celsiusverdier og fahrenheitverdier, kan vi regne om skårene til nye verdier langs en ny skala. Vi får andre tall og et annet nullpunkt, men det er fortsatt den samme statistiske fordelingen.

En slik *skalering* ble gjort med dataene i TEDS. Studentskårene i alle deltakerlandene ble regnet om til en ny skala, slik at det internasjonale gjennomsnittet ble 500 «poeng» og standardavviket ble 100 «poeng». Disse tallene er ikke poeng oppnådd på selve testen, men de er likevel mål for hvor godt elevene presterte. En slik skalering ble utført hver for seg for matematikkdelen av barnetrinnstesten, for matematikkdiraktikkdelen av barnetrinnstesten, for matematikkdelen av ungdomstrinnstesten og for matematikkdiraktikkdelen av ungdomstrinnstesten.

Teknikkene som brukes for slik «brobygging» mellom undersøkelser, baserer seg på *Item Response Theory* og er statistisk avanserte – atskillig mer avanserte enn beskrivelsen ovenfor kan gi inntrykk av.

Denne prosessen kan også muliggjøre trendanalyser. Blokker med oppgaver som er brukt i TEDS 2008 og som brukes om igjen i en eventuell ny runde av TEDS, kan fungere på tilsvarende måte som «broer» som vil gjøre det mulig å måle prestasjoner i den nye studien langs samme målestokk som den skalerte skalaen som er definert ut fra 2008-studien. Mer om dette kan leses i kapittel 12 i Grønmo, Onstad og Pedersen (2010).

8.4.7 Analyser og rapportering

Det internasjonale prosjektsenteret for TEDS har ansvaret for en første grundig gjennomgang og analyse av dataene fra samtlige deltakerland. Det er de som blant annet foretar den internasjonale skaleringen av skårene. De skal utgi en teknisk rapport om gjennomføringen av studien og om hvordan dataene er behandlet. De skal videre utgi en rapport om de internasjonale resultatene.

For den som er interessert i statistiske resonnementer og metoder som brukes i slike store studier, finnes det mye teori man kan sette seg inn i. Eksempler er bøkene *Introduction to classical and modern test theory* (Crocker & Algina, 1986) og *Statistics for social data analysis* (Knoke, Bohrnstedt & Mee, 2002).

Arbeidet med den internasjonale rapporten er blitt forsinket i betydelig grad. En hovedgrunn er kompleksiteten i datamaterialet og mangfoldigheten i lærerutdanningene. Det har vært mange forslag til datapresentasjoner og tolkninger. Disse har blitt kontrollert og vurdert av internasjonale eksperter i flere runder, og de har blitt diskutert på flere prosjektmøter med deltakerlandene. Et av de tilbakevendende spørsmålene har vært hvordan og i hvilken grad man kan sammenlikne lærerutdanninger som er svært forskjellige.

Det enkelte deltakerland utarbeider nasjonale bøker eller rapporter om TEDS-studien. Disse har ulike omfang og innfallsvinkler. Noen er bare deskriptive, mens andre land skriver bøker hvor de presenterer resultatene i et forskningsperspektiv. Denne norske boka presenterer resultater fra de internasjonale analysene samt resultater fra egne analyser av TEDS-data. Resultatene er satt inn i og drøftet i et utdanningspolitisk og fagdidaktisk perspektiv og blir sett i forhold til andre studier av matematikkfagets stilling i norsk utdanning. Vi anser dette som viktige bidrag til matematikkdiraktisk forskning i Norge.

Litteratur

- Babcock, J., Babcock, P., Buhler, J., Cady, J., Cogan, L., Houang, R., Kher, N., Patrick, J., Rosolova, K., Schmidt, W.H. & Wight, K. (2010). *Breaking the Cycle: An International Comparison of U.S. Mathematics Teacher Preparation*. East Lansing: Michigan State University Center for Research in Mathematics and Science Education. Nedlastet 07.11.2011 fra <http://www.educ.msu.edu/content/sites/usteds/documents/Breaking-the-Cycle.pdf>
- Ball, D. & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. I J. Boaler (red.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (83–104). Westport CT: Ablex.
- Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W.H. Freeman.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S. & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180.
- Baune, T. A. (2001). Mellom profesjon og akademi: Norsk allmennlærerutdanning i historisk perspektiv. I T. Kvernbekk (red.), *Pedagogikk og lærerprofesjonalitet*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Beck, H.J. (1997). At føre et matematisk bevis. I G. Fosgerau & F. H. Kristiansen (red.), *Midt i matematikken* (57–76). Århus: KvaN.

Mange og store utfordringer

- Bergsten, C., Grevholm, B. & Favilli, F. (2009). Learning to Teach Mathematics: Expanding the Role of Practicum as an Integrated Part of a Teacher Education Programme. I R. Even & D.L. Ball (red.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study* (57–70). New York: Springer.
- Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm (red.), *Matematikk for skolen* (51–70). Bergen: Fagbokforlaget.
- Blömeke, S. (2010). *German Teacher Education in the international context: Summary of core results in TEDS-M*. Berlin: Humboldt University. Nedlastet 07.11.2011 fra <http://tedsm.hu-berlin.de/publik/Downloads/teds-m-summary.pdf>
- Brekke, G. (1995a). *KIM (Kvalitet i matematikkundervisningen): Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Brekke, G. (1995b). *Veiledning til tall og tallregning*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Brekke, G., Grønmo, L.S. & Rosén, B. (2000). *KIM (Kvalitet i matematikkundervisningen): Veiledning til algebra*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Chapman, O. (2005). *Stories of practice: A tool in pre-service secondary mathematics teacher education*. Paper presented at ICMI Study 15, Brazil.
- Crocker, L. & Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*. New York, NY: Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Even, R. & Ball, D.L. (2009). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer.
- Fan, L. & Cheong, N.P.C. (2002). Investigating the sources of Singaporean mathematics teachers' pedagogical knowledge. I D. Edge & B.H. Yap (red.), *Mathematics education for a knowledge-based era* (Vol. 2, 224–231). Singapore: AME.
- Forskerforbundet (2011). *Studieplasser på marginalen*. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.forskerforbundet.no/upload/skriftserien/Skriftserien_2011-02_marginalen.pdf

- Gardiner, A. (2004). *What is Mathematical Literacy?* Foredrag ved konferansen ICME-10, København, Danmark, juli 2004.
- Garmannslund, K. (1984). Kan ikke jenter regne? *Nämnnaren* 10 (4), 32–34.
- Gjone, G. & Nortvedt, G.A. (2001). *Veiledning til geometri*. Oslo: Læringssenteret.
- Graham, K.J., Portney, N. & Grundmeier, T. (2002). Making mathematical connections in programs for prospective teachers. *Proceedings of the twenty-fourth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4(1930–1932).
- Grevholm, B. (2007). *Why is mathematics teacher education problematic?* Paper presented at conference in Riga, May 11–12, 2007. To be published in the proceedings.
- Grønmo, L.S. (2005a). Matematikkprestasjoner i TIMSS og PISA. *Nämnnaren* 32(3), 5–11.
- Grønmo, L.S. (2005b). Ferdighetenes plass i matematikkundervisningen. *Nämnnaren* 32(4), 38–44.
- Grønmo, L.S. (2010). Low Achievement in Mathematics in Compulsory School as Evidenced by TIMSS and PISA. I B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Pálsdóttir, B. Dahl & L. Haapasalo (red.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (49–69). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Grønmo, L.S., Bergem, O.K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.
- Grønmo, L.S., Kaarstein, H. & Ernest, P. (In press). *The role of proof in the education of teachers in mathematics*.
- Grønmo, L.S. & Olsen, R.V. (2006). Matematikkprestasjoner i TIMSS og PISA: ren og anvendt matematikk. I B. Brock-Utne & L. Bøyesen (red.), *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør* (160–173). Bergen: Fagbokforlaget.
- Grønmo, L.S. & Onstad, T. (red.) (2009). *Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.

Mange og store utfordringer

Grønmo, L.S., Onstad, T. & Pedersen, I.F. (2010). *Matematikk i motvind. TIMSS Advanced 2008 i videregående skole*. Oslo: Unipub.

Harris, K. (1995). *Collected quotes from Albert Einstein*. Nedlastet 21.12.2011 fra <http://rescomp.stanford.edu/~cheshire/EinsteinQuotes.html>

Hersh, R. (1998). *What is mathematics, really?* London: Vintage.

Hill, H.C., Sleep, L., Lewis, J.M. & Ball, D.L. (2007). Assessing Teachers' Mathematical Knowledge: What Knowledge Matters and What Evidence Counts? I F.K. Lester (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (111–156). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Hyllseth, B. (2001). *Forskningsbasert undervisning*. Oslo: Norgesnettrådet.

Høines, M.J. (1998). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Bergen: Caspar forlag.

Imsen, G. (2009). *Lærerens verden*. Oslo: Universitetsforlaget.

Jacobsen, D.Y. (2004). Forskningsbasert undervisning i ny tapning. *Forskningspolitikk*, 4, 18–19.

Jordell, K.Ø. (2003). Allmennlærerutdanning i trauste tall mot tabloid bakgrunn. I G.E. Karlsen & I.A. Kvalbein (red.), *Norsk lærerutdanning: Søkelys på allmennlærerutdanningen i et reformperspektiv* (117–141). Oslo: Universitetsforlaget.

KD (2005). *Lov om universiteter og høyskoler*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://www.lovdatab.no/all/hl-20050401-015.html>

KD (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Midlertidig utgave. Oslo: Kunnskapsdepartementet.

KD (2008–2009). *Stortingsmelding nr. 11. Læreren – rollen og utdanningen*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://www.regjeringen.no/pages/2150711/PDFS/STM200820090011000DDDPDFS.pdf>

KD (2010a). *Nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 1.–7. trinn*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Rundskriv/2010/Retningslinjer_grunnskolelaererutdanningen_1_7_trinn.pdf

- KD (2010b). *Nasjonale retningslinjer for grunnskolelærerutdanningen 5.–10. trinn*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Rundskriv/2010/Retningslinjer_grunnskolelaererutdanningen_5_10_trinn.pdf
- KD (2011a). *Frå allmennlærer til grunnskulelærer*. Rapport nr. 1/2011 frå Følgjegruppa for lærarutdanningsreforma. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/UH/Gnist/Folgegruppen_rapport_1.pdf
- KD (2011b). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://www.lovdatab.no/all/hl-19980717-061.html>
- KD (2011c). *Gnist. Har du det i deg?* Oslo: Kunnskapsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://www.hardudetideg.no/nb>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kjærnsli, M. & Roe, A. (red.) (2010). *På rett spor: Norske elevers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag i PISA 2009*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Knoke, D., Bohrnstedt, G.W. & Mee, A.P. (2002). *Statistics for Social Data Analysis*. Itasca, Ill.: F.E. Peacock Publishers.
- KUF (1996). *Lærerutdanning. Mellom krav og ideal*. NOU 1996: 22. Oslo: Statens forvaltningstjeneste. Nedlastet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/nouer/1996/nou-1996-22.html?id=140669>
- KUF (1996–1997). *Stortingsmelding nr. 48. Om lærarutdanning*. Oslo: Kyrkje-, utdannings- og forskingsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/19961997/st-meld-nr-48_1996-97.html?id=191285
- Kvalbein, I.A. (2004). Lærerutdannere og profesjonsorientering. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, 88(1), 19–36.
- Lagerstrøm, B.O. (2007). *Kompetanse i grunnskolen. Hovedresultater 2005/2006*. Rapport 2007/21. Oslo–Kongsvinger: Statistisk sentralbyrå. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.ssb.no/emner/04/02/20/rapp_200721/rapp_200721.pdf

Mange og store utfordringer

- Larsen, I.M. & Kyvik, S. (2006). *Tolv år etter høyskolereformen – en statusrapport om FOU i statlige høyskoler*. Rapport 7/2006. Oslo: NIFU STEP.
- Lie, S., Angell, C. & Rohatgi, A. (2010). *Fysikk i fritt fall? TIMSS Advanced 2008 i videregående skole*. Oslo: Unipub.
- Manizade, A. & Mason, M. (2011). Using Delphi methodology to design assessments of teachers' pedagogical content knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 183–207.
- Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet*. Oslo: NKI-forlaget.
- Mendick, H. (2005). A beautiful myth? The gendering of being/doing 'good at maths'. *Gender and Education*, 17(2), 203–219.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report. Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J. & Chrostowski, S.J. (2004). *TIMSS 2003 International Mathematics Report. Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Ruddock, G.J., O'Sullivan, C.Y., Arora, A. & Erberber, E. (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NOKUT (2006). *Evaluering av allmennlærerutdanningen i Norge – Del 1: Hovedrapport*. Oslo: NOKUT. Nedlastet fra <http://www.nokut.no/no/NOKUTs-Kunnskapsbase/NOKUTs-publikasjoner/Programevaluering/Allmennlærerutdanning---Del-1-Hovedrapport/>
- NOKUT (2008). *Evaluering av ingeniørutdanningen i Norge 2008. Sammendrag av viktige konklusjoner og anbefalinger*. Oslo: NOKUT. Nedlastet fra <http://www.nokut.no/no/NOKUTs-Kunnskapsbase/NOKUTs-publikasjoner/Programevaluering/Ingeniørutdanning---Sammendrag/>

- Norsk matematikkråd (2007). *Høringsuttalelse om «Forslag til endringer i forskrift til opplæringsloven 23.06.2006 nr. 724»*. Nedlastet 20.12.2011 fra http://matematikkradet.no/dokumenter/2007-10-31_uttalelse-kompetansekrav.pdf
- Nortvedt, G.A., Elvebakk, G. & Lindstrøm, T. (2010). *Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2009*. Oslo/Tromsø: Norsk matematikkråd. Nedlastet fra <http://matematikkradet.no>
- NRK (2011). *Vil kopiere lærersuksess til førskolelærerne*. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://nrk.no/nyheter/norge/1.7609444>
- Olsen, R.V. & Grønmo, L.S. (2006). What are the Characteristics of the Nordic Profile in Mathematical Literacy? I J. Mejdning & A. Roe (red.), *Northern Lights on PISA 2003 – a reflection from the Nordic countries* (47–57). Oslo: Nordisk Ministerråd.
- Onstad, T. & Grønmo, L.S. (2009). Rammeverk og metoder. I L.S. Grønmo & T. Onstad (red.), *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.
- Ormrod, J.E. (1999). *Menneskelig læring* (3. utg.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Piaget, J. (1964). Development and learning. I R. Ripple & V. Rockcastle (red.), *Piaget rediscovered* (7–20), Ithaca, NY: Cornell University press.
- Rasch-Halvorsen, A. & Johnsbråten, H. (2001). *Norsk matematikkråds undersøkelse våren 2001. Lærerstudenter, første klasse*. Notodden: Høgskolen i Telemark. Nedlastet fra <http://matematikkradet.no/>
- Rasch-Halvorsen, A. & Johnsbråten, H. (2007). *Norsk matematikkråds undersøkelse høsten 2007*. Notodden: Høgskolen i Telemark. Nedlastet fra <http://matematikkradet.no/>
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense making in Mathematics. I D.A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1).
- SINTEF (2011). *Oppfatninger av studiekvalitet i lærerutdanningen blant studenter, lærerutdannere, øvingslærere og rektorer – GNIST studiekvalitetsrapport*. SINTEF A18011. Nedlastet fra http://www.sintef.no/uploadpages/22879/sintef_a18011.pdf

Mange og store utfordringer

- Skemp, R.R. (1976). Relational and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skemp, R.R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Harmondsworth: Penguin.
- Skovsmose, O. (1998). Undersøkelseslandskaper. I rapporten *Matematikk for alle*, Landslag for matematikk i skolen, 24–37.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøkelseslandskap. I O. Skovsmose og M. Blomhøj (red.): *Kan det virkelig passe?* (143–157). København: L&R Uddannelse.
- Solvang, R. (1992). *Matematikkdidaktikk*. Oslo: NKI-forlaget.
- Statistisk sentralbyrå (2006). *Statistisk årbok 2006*. Nedlastet fra http://www.ssb.no/aarbok/2006/saa_2006.pdf
- Statistisk sentralbyrå (2011). *Utdanning 2011 – veien til arbeidslivet*. Oslo–Kongsvinger. Nedlastet fra http://www.ssb.no/emner/04/sa_utdanning/sa124/sa124.pdf
- Støren, H. (2001). *Veiledning til måling og enheter*. Oslo: Læringssenteret.
- Sundli, L. (2003). Yrkeskvalifisering gjennom praksis. I G.E. Karlsen & I.A. Kvalbein (red.), *Norsk lærerutdanning. Søkelys på allmennlærerutdanningen i et reformperspektiv*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Tatto, M.T., Lerman, S. & Novotná, J. (2009). Overview of teacher education systems across the world. I R. Even & D.L. Ball, *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study* (15–23). New York: Springer.
- Tatto, M.T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. & Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University. Nedlastet 07.11.2011 fra <http://teds.educ.msu.edu/framework/>
- Tatto, M.T., Schwille, J., Senk, S.L., Bankov, K., Rodriguez, M., Reckase, M., Ingvarson, L., Rowley, G. & Peck, R. (In press). *The teacher education study in mathematics (TEDS-M). Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Findings from IEA study of mathematics preparation of future teachers*.

- TV2 (2011). *Erna vil ha bedre lærere og sykepleiere*. Nedlastet 20.12.2011 fra <http://www.tv2.no/nyheter/innenriks/erna-vil-ha-bedre-laerere-og-sykepleiere-3487965.html>
- UFD (2001–2002). *Stortingsmelding nr. 16. Kvalitetsreformen Om ny lærerutdanning. Mangfoldig – krevende – relevant*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet. Nedlastet fra <http://www.regjeringen.no/Rpub/STM/20012002/016/PDFA/STM200120020016000DDDPDFA.pdf>
- UFD (2003). *Rammeplan for Allmennlærerutdanningen*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet. Nedlastet fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/UH/Rammeplaner/L%C3%A6rer/Rammeplan_2003_allmennlaererutd.pdf
- UFD (2005). *Forskrift om opptak til universiteter og høyskoler*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet. Nedlastet 20.12.2011 fra http://www.regjeringen.no/upload/kilde/ufd/rus/2005/0008/ddd/pdfv/260578-rundskrivf10-05_ijc.pdf
- UHR (2011). *En helhetlig tilnærming til lærerutdanning. Rapport fra en arbeidgruppe nedsatt av Nasjonalt råd for lærerutdanning*. Oslo: Universitets- og høyskolerådet. Nedlastet fra http://www.uhr.no/aktuelt_fra_uhr/en_helhetlig_tilnerming_til_lererutdanning
- Utdanningsdirektoratet. *Veiledninger til Kunnskapsløftet*. Nedlastet 21.12.2011 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-LK06/Matematikk2/Matematikk/Eksempler-fra-hovedområdet-i-tall-og-algebra/Trinn-4/Flere-tallmonster/>
- Utdanningsforbundet (2005). *Grunnskolefakta skoleåret 2004/05*. Faktaark 2005: 1. Lastet ned 20.12.2011 fra http://www.utdanningsforbundet.no/upload/Pdf-filer/Publikasjoner/Faktaark/Faktaark_2005_01.pdf

Om forfatterne

Per Arne Birkeland er universitetslektor i matematikdidaktikk ved Universitetet i Agder. Han har arbeidet i flere år som lærer i grunnskolen, og har de siste 13 årene undervist i matematikk og matematikdidaktikk ved allmennlærerutdanningen og PPU. Birkeland er medforfatter av den nyeste utgaven av bøkene Matematikk for lærere som benyttes ved flere av landets lærerutdanningsinstitusjoner. Han har holdt flere etterutdanningskurs for lærere og er medansvarlig for oppgavesettene til den nasjonale KappAbel-konkurransen for ungdomsskoleklasser. I TEDS-studien har Birkeland, sammen med Trygve Breiteig, hatt spesielt ansvar for beskrivelsen av lærerutdanningene på systemnivå.

Liv Sissel Grønmo er førsteamanuensis i matematikdidaktikk ved Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS) ved Universitetet i Oslo. Hun har i flere år vært forskningsleder ved ILS, og er norsk prosjektleder for flere internasjonale komparative studier av matematikk og naturfag: TIMSS 2003, 2007 og 2011 om matematikk og naturfag i grunnskolen, TIMSS Advanced 2008 om matematikk og fysikk i det siste året av videregående skole, og TEDS-M 2008 om utdanning av matematikklærere. Før hun ble tilsatt ved ILS, hadde Grønmo mange års erfaring som lærer og kommunal veileder i matematikk og naturfag og i bruk av datateknologi i undervisningen. Hun har arbeidet med grunn- og videreutdanning av matematikklærere og har holdt en rekke kurs for lærere og skoleledere i Norge samt vitenskapelige foredrag i mange land som Sverige, USA, Japan, Malaysia, Singapore og Slovenia. Hennes forskningsinteresser er utvikling av matematisk kompetanse med vekt på aritmetikk og algebra, og med et spesielt fokus på forholdet mellom ren og anvendt matematikk. I TEDS-studien har Grønmo

Mange og store utfordringer

hatt spesielt ansvar for undersøkelsen av lærerstudentenes kunnskaper og ferdigheter i matematikk og matematikkdiraktikk.

Kristin Ran Choi Hinna er cand.scient. i matematikkdiraktikk, og siden 1996 høyskolelektor ved HiB, Avdeling for lærerutdanning. Hun har undervist i førskolelærerutdanningen og allmennlærerutdanningen og holdt en rekke etter- og videreutdanningskurs. Hun har erfaring som lærer i grunnskolen og videregående skole. I 2006 var hun med i en arbeidsgruppe for NOKUT som gjennomførte undersøkelsen «Stikkprøver av eksamensvurdering i forbindelse med evaluering av allmennlærerutdanningen». Hun har sittet i flere rammeplanutvalg for lærerutdanning. I 2003 var hun med å skrive rammeplanen for matematikk og for grunnleggende lese-, skrive- og matematikkopplæring. I 2009 var hun med å skrive retningslinjene for matematikk i grunnskolelærerutdanningen for 1.–7. trinn og for 5.–10. trinn. Hun har også skrevet ny pensumlitteratur for disse kursene (QED 1–7 og QED 5–10). I TEDS-studien har Hinna hatt spesielt ansvar for undersøkelsen av lærerutdannernes bakgrunn, undervisning og holdninger.

Knut Ole Lysø er cand.real. i matematisk statistikk fra Universitetet i Oslo, og førsteamanuensis ved HiST, Avdeling for lærer- og tolkeutdanning. Han har arbeidet som lærer i ungdomsskolen, som lærerutdanner i matematikk, og som timelærer i statistikk ved Handelshøyskolen BI og ved Universitetet i Trondheim. Han har skrevet flere lærebøker i sannsynlighetsregning og statistikk til bruk i lærerutdanningen, og har også deltatt i rammeplanarbeid for norsk lærerutdanning. I sitt virke ved HiST har han holdt en rekke etter- og videreutdanningskurs. I perioden 2000–2004 ledet han forskningsdelen av utviklingsprosjektet Desentralisert IKT-støttet lærerutdanning ved HiST, han publiserte artikler og var medansvarlig for en landsomfattende konferanse. I TEDS-studien har Lysø hatt spesielt ansvar for undersøkelsen av lærerutdannernes bakgrunn, undervisning og holdninger.

Torgeir Onstad er cand.real. i matematikk, og førstelektor i matematikkdiraktikk ved ILS. Han har arbeidet som lektor i videregående skole i en rekke år, både i Norge og i Tanzania. I perioden fra 1988 til 1993 var han tilsatt ved Matematisk institutt på UiO som et bindeledd mellom skole og fagmiljø. Fra 1993 arbeidet han som fagdiraktiker i universitetets lærerutdanning. Han

har fra 2006 hatt en sentral rolle i de internasjonale komparative studiene TIMSS, TIMSS Advanced og TEDS-M i Norge. Onstad har holdt en rekke etterutdanningskurs, gjesteforelesninger og populærvitenskapelige foredrag i Norge, kurs i Palestina og Tanzania, og gjesteforelesninger i Tsjekkoslovakia, India, Malaysia og Zambia. Han har deltatt i flere forskningsprosjekter i samarbeid med universiteter i Afrika, og har særlig arbeidet med matematikkens historie og med etnomatematikk. I Norge har han deltatt i nasjonalt læreplanarbeid for både skole og lærerutdanning. I TEDS-studien har Onstad hatt spesielt ansvar for undersøkelsen av lærerstudentenes kunnskaper og ferdigheter i matematikk og matematikdidaktikk.

