

# Ringanalyse for kulemølle

STATENS VEGVESENS RAPPORTER

Nr. 692



**Tittel**  
Ringanalyse for kulemølle

**Title**  
Round-robin test for Nordic Ball Mill

**Undertittel**

**Subtitle**

**Forfatter**  
Arnhild Ulvik

**Author**

**Avdeling**  
Laboratorier og grunnboring

**Department**

**Seksjon**  
Laboratorium midt

**Section**

**Prosjektnummer**  
C13512

**Project number**

**Rapportnummer**  
Nr. 692

**Report number**  
No. 692

**Prosjektleder**  
Nils Uthus

**Project manager**

**Godkjent av**  
Marit Fladvad

**Approved by**

**Emneord**  
Ringanalyse, kulemølle

**Key words**  
Round-robin test, Nordic ball mill

**Sammendrag**  
I 2017-2018 ble det utført ringanalyse for kulemølle med 12 deltagende laboratorier. I alt seks materialer med et spenn i kulemølleverdi fra 5 til 23 var med i undersøkelsen.

**Summary**

Ringanalyser er et ledd i kvalitetssikringsarbeid for laboratorier. Bakgrunnen for denne ringanalysen var i tillegg å kontrollere helt ny apparatur som er i henhold til standardkrav, mot kulemøller som ligger i utkanten av toleranseverdier på trommeldiameter og innvendig lengde.

Analyseresultatene er behandlet statistisk etter standardiserte metoder, hvor avvikende verdier er ekskludert. Jevnt over viser reproducertbarheten mellom laboratoriene seg å være god. Innen laboratoriene anses repeterbarheten å være svært god for fire av materialene.

## **INNHOLD**

<b>1</b>	<b>BAKGRUNN .....</b>	<b>5</b>
1.1	Generelt om ringanalyser .....	5
1.2	Større ringanalyser i Europa .....	5
1.3	Tidligere ringanalyser med kulemølle i Norge .....	7
1.4	Kulemøllemetoden.....	7
<b>2</b>	<b>MATERIALVALG .....</b>	<b>8</b>
2.1	Variasjon i egenskaper .....	8
2.2	Deltagende laboratorier .....	8
<b>3</b>	<b>UTFØRELSE .....</b>	<b>9</b>
3.1	Innsamling av prøvemateriale .....	9
3.2	Preparering av prøver .....	9
3.3	Gjennomføring av prøvingen .....	9
3.4	Usikkerheter og begrensninger .....	9
<b>4</b>	<b>RESULTATER .....</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>STATISTISKE BEREGNINGER.....</b>	<b>11</b>
5.1	«Outliere» og «straggler» .....	11
5.2	Cochrancs test .....	11
5.3	Mandels statistiske metode.....	11
5.4	Grubbs' test.....	11
5.5	Resultater fra statistiske beregninger.....	12
5.5.1	Cochrancs test .....	12
5.5.2	Mandels test – k-statistikk innad i laboratoriene .....	12
5.5.3	Mandels test – h-statistikk mellom laboratoriene .....	13
5.5.4	Grubbs' test.....	15
5.6	Ekskludering av «outliere».....	16
5.7	Repeterbarhet og reproducerbarhet .....	21
<b>6</b>	<b>VURDERING .....</b>	<b>24</b>
<b>7</b>	<b>KONKLUSJON/OPPSUMMERING .....</b>	<b>25</b>
<b>8</b>	<b>REFERANSER.....</b>	<b>26</b>

## **FIGURER**

1	Svensk ringanalyse fra 2015 med Sentrallaboratoriet Trondheim markert ...	6
2	Kulemølleverdier for materialene 1-6 basert på NGUs pukkdatabase.....	8
3	Analyseresultater for kulemølle for materialene i ringanalysen.....	10
4	Cochrans test for materialene i ringanalysen .....	12
5	Mandels k-statistikk for materiale 1-6 – innad i laboratoriene .....	13
6	Mandels h-statistikk for materiale 1-6 – mellom laboratoriene .....	14
7	Grubbs' test med høyeste og laveste verdi i serien .....	15
8	Cochrans test der «outlier» for materiale 5 er fjernet.....	18
9	Mandels k-statistikk der «outlier» for materiale 5 er fjernet .....	18
10	Mandels h-statistikk der «outlier» for materiale 5 er fjernet .....	19
11	Grubbs' test for hvert materiale der «outlier» for materiale 5 er fjernet .....	19
12	Presisjonsdata for repeterbarhet mot standard og tidligere ringanalyser ..	23
13	Presisjonsdata for reproducertbarhet mot standard og tidligere ringanalyser ..	23
14	Materiale 5 viser variasjon i farge og kan være inhomogen.....	25

## **TABELLER**

1	Resultater fra ringanalysen.....	16
2	Resultater fra ringanalysen der «outlier» er fjernet .....	17
3	Resultater fra ringanalysen der «outlier» er fjernet .....	20
4	Beregnet repeter- og reproducertbarhet i ringanalysen og etter standard .....	21
5	Beregnet repeter- og reproducertbarhet etter tidligere ringanalyser .....	22

## **VEDLEGG**

A-1	Originale analyseresultater
B-1	Cochrans test
B-2	Cochrans test med «outlier» fjernet
B-3	Cochrans test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet
B-4	Mandels test
B-5	Mandels test med «outlier» fjernet
B-6	Mandels test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet
B-7	Grubbs' test med en høyest/lavest verdi
B-8	Grubbs' test med «outlier» fjernet
B-9	Grubbs' test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet
S-1	Kritiske verdier Cochrans test
S-2	Kritiske verdier Mandels h- og k-statistikk, 1% signifikansnivå
S-3	Kritiske verdier Mandels h- og k-statistikk, 5% signifikansnivå
S-4	Kritiske verdier Grubbs' test

## **1 BAKGRUNN**

Statens vegvesen har sertifiserte laboratorier gjennom Kontrollrådet, og bruksutstyr i laboratoriet sjekkes jevnlig etter NS-EN 932-5 Vanlig utstyr og kalibrering. Sentrallaboratoriet Trondheim byttet kulemølletrommel i 2015 etter å ha målt verdier utenfor standard toleranseomål ved kontroll av utstyret. De innvendige ribbene var bl.a. 2 mm for korte, trommelens diameter 1,5 mm for vid og innvendig dybde var 2 mm for lang. Statens vegvesen kjøpte inn kulemølle for sine laboratorier fra samme leverandør første halvdel av 1990-tallet, så flere av laboratoriene har kulemølle med trommel med avvikende mål fra standarden.

Noe av intensjonen med ringanalysen er å avdekke om tommelens avvikende mål har innvirkning på analyseverdiene, sammenlignet med trommelmål som er i henhold til standardmål. Tre materialer som ble testet før og etter trommelbytte viste en forbedring av kulemølleverdi på 7-10 %.

Ringanalysen er først og fremst utført mellom interne laboratorier i Statens vegvesen. Tre eksterne laboratorier deltok i tillegg, hvorav det ene kun deltok for ett materiale pga. problemer med testutstyret.

Hvert enkelt laboratorium er tildelt et referansenummer i vilkårlig rekkefølge. Resultatene behandles derfor på så nøytralt grunnlag som mulig. Ringanalyser er et ledd i kvalitetssikring av laboratoriene.

### **1.1 Generelt om ringanalyser**

En ringanalyse kan vise hvor pålitelig en analysemetode er. Flere laboratorier deltar på likest mulige vilkår (likt måleapparat og samme prøvemateriale), og analysene utføres så likt som mulig (etter standard prosedyrer). Ulike operatører utfører nødvendigvis testene, men det er viktig at det er den som vanligvis utøver metoden(e), også gjør det i ringanalysen.

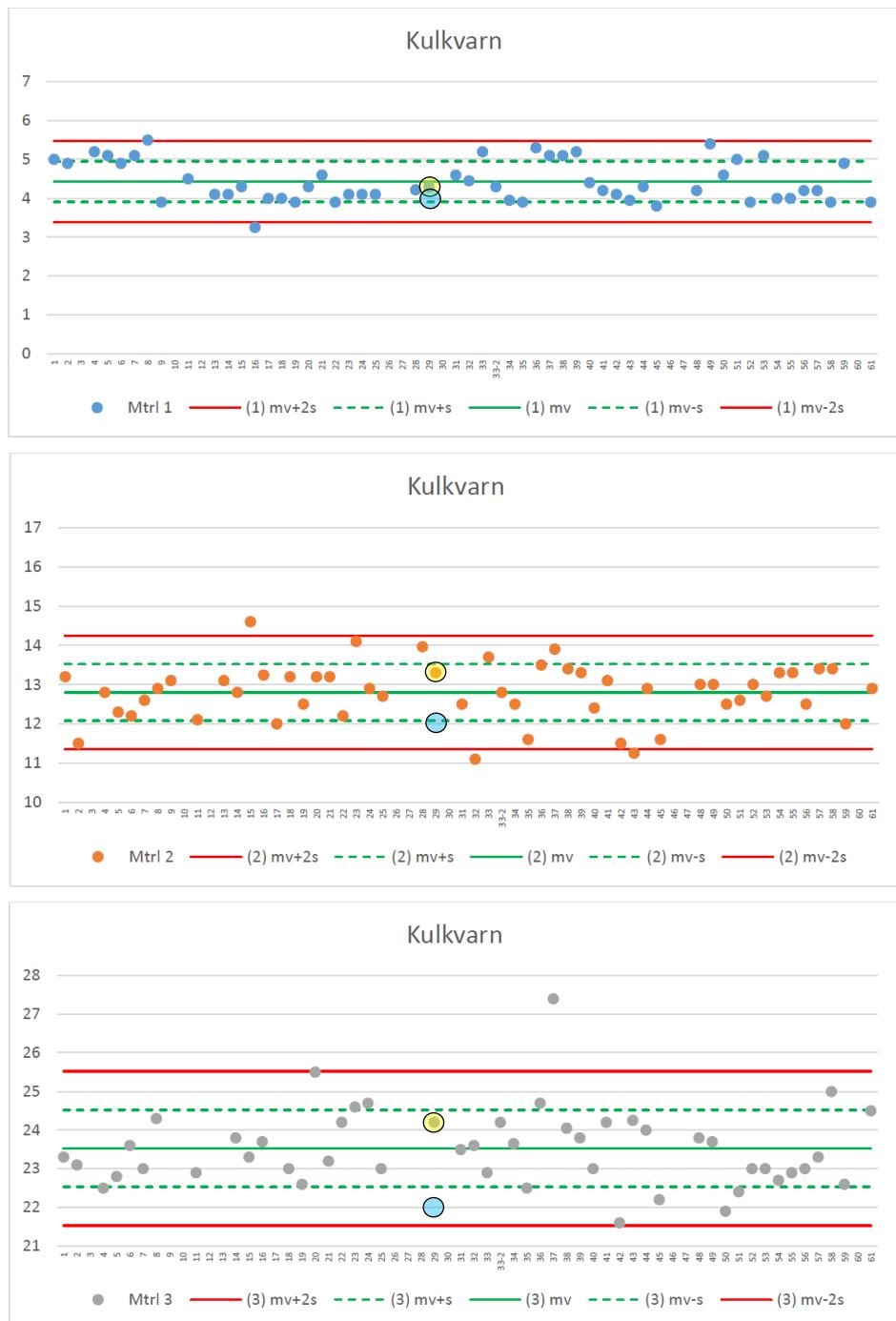
Store avvik i resultater skyldes enten feilkilder ved analysemetoden, eller ved laboratoriet, men kan også inntrefte med inhomogent testmateriale. Mindre avvik må alltid kunne forventes å forekomme.

### **1.2 Større ringanalyser i Europa**

I regi av den europeiske standardiseringskomitéen (CEN) ble det gjennomført en omfattende ringanalyse på tvers av landegrensene i Europa i tidsrommet 1993-1997. Totalt deltok 189 laboratorier fra 17 land. Mange analysemetoder ble testet, slik som petrografisk beskrivelse, densitet, poleringstest, flisighetsindeks, sikting, prøvetaking m.m. Los Angeles ble utført på tre materialer av 28 laboratorier fra 13 land. Micro-Deval ble testet av 18 laboratorier i 11 ulike land, også på tre materialer. Ringanalysen er gjengitt i *Statens vegvesens Intern rapport nr. 2181*.

I Sverige har man fått gode rutiner for ringanalyser for mekaniske tester. VTI notat 29 fra 2005 gjengir en ringanalyse fra 2004, hvor både kulemølle, micro-Deval og Los Angeles ble testet.

VTI notat nr. 7 fra 2017 sammenstiller resultater fra en ringanalyse utført i 2015 for kulemølle, flisighetsindeks og densitet. Rundt 50 laboratorier med kulemølle deltok, hvorav Statens vegvesens laboratorium i Trondheim. Laboratoriet deltok med den gamle trommelen, med avvikende mål fra standard, men plasserte seg godt i forhold til gjennomsnittsverdier og lå innenfor ett standardavvik for alle tre prøvematerialene, markert med gul sirkel i figur 1. Analyseresultatene for de samme prøvene er også utført med ny trommel, og er markert med blå sirkel i figuren. Resultatene for det ene materialet (1) ligger innenfor ett standardavvik, mens de andre to prøvene (2 og 3) plasseres mellom ett og to standardavvik.



Figur 1. Svensk ringanalyse fra 2015 med Sentrallaboratoriet Trondheims resultater markert ○. Verdier utført med ny kulemølltrommel er markert ○.

### **1.3 Tidligere ringanalyser med kulemølle i Norge**

I 1993 ble det gjennomført ringanalyse for kulemølle med 10 deltagende laboratorier i Norge, Statens vegvesens *Intern rapport nr. 1983* og i 2004 var 12 laboratorier med, *Teknologirapport nr. 2386*. Begge ringprøvningene ble administrert og rapportert av Statens vegvesen, og tre ulike materialer ble testet. I 2006 utførte NCC Roads ringanalyse med 22 deltagende laboratorier og ett testmateriale. I 2012 utførte Statens vegvesen en ringanalyse med 21 deltagende laboratorier med fire ulike testmaterialer, *Statens vegvesen rapport nr. 281*.

### **1.4 Kulemøllemetoden**

Kulemøllemetoden går ut på at steinmateriale i fraksjonen 11,2-16,0 mm tromles med 7 kg stålkuler og to liter vann i 5400 omdreininger (1 time). Vekttapet forteller om materialets motstandsevne mot abrasiv slitasje. Testen er ment å simulere slitasjen som steinmaterialer utsettes for i et asfaltdekke som trafikkeres med piggdekk. Metoden er felles for de nordiske landene. Testen kan også utføres på 8,0-11,2 materiale, men kulene som benyttes der har mindre diameter enn de som benyttes for fraksjonen 11,2-16,0 mm.

Metoden er beskrevet i NS-EN 1097-9. *Bestemmelse av motstand mot piggdekkslitasje – nordisk metode (kulemølle)*. Det kreves ca. 2 kg preparert testmateriale, som fordeles på to paralleller. Midlet verdi fra de to parallellene utgjør kulemølleverdien. Materialets densitet innvirker på prøvemengdebehovet, og må bestemmes for hver prøve.

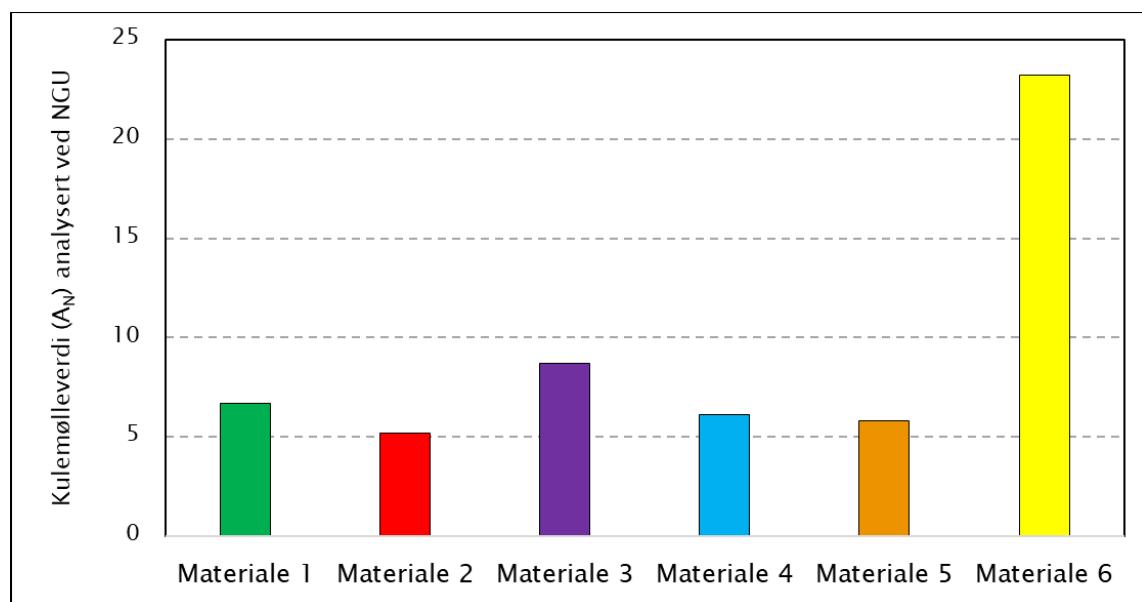
## 2 MATERIALVALG

Det er benyttet materiale fra verk i produksjon. Testfraksjonen ligger i størrelsesområdet 11,2-16,0 mm, så produsenter med 8/11 og 11/16 i sitt sortiment ble foretrukket (alternativt 8/16). Et annet kriterium som lå til grunn, var at det skulle være variasjon i analyseresultatene.

Det er delvis benyttet restmateriale fra en tidligere ringanalyse, samt noe fra et annet prosjekt hvor variasjon i kulemølleverdi ikke var av betydning. Man har derfor ikke oppnådd fullgod spredning mellom materialtypene.

### 2.1 Variasjon i egenskaper

I tillegg til spredning i analyseverdi for materialene, er det en fordel å benytte materialer som er så homogene som mulig. Bergartene som ble benyttet var anortositt (materiale 1), to mylonitter (materiale 2 og 4), porfyr (materiale 3), hornfels (materiale 5) og larvikitt (materiale 6). Området materialene spenner over er kulemølleverdier fra 5 til 23. Figur 2 viser materialene med analyseverdi basert på NGUs pukkdatabase.



Figur 2. Kulemølleverdier for materialene 1-6 basert på NGUs pukkdatabase.

### 2.2 Deltagende laboratorier

Ni laboratorier fra Statens vegvesen deltok i ringanalysen. Det ene laboratoriet har to kulemøller, og deltok med begge. I tillegg deltok laboratorier ved NBTL, Franzefoss Pukk A/S og Feiring Bruk A/S. Totalt ble 13 kulemøller med i ringanalysen. De fleste laboratoriene analyserte fire materialtyper, mens to analyserte alle seks. Ett laboratorium fikk problemer med testutstyret etter første analyse, og deltok kun med ett materiale.

## **3 UTFØRELSE**

### **3.1 Innsamling av prøvemateriale**

Prøvematerialet ble skaffet til veie ved en kombinasjon av henting i felt og ved tilbringertjeneste fra pukkleverandører sommeren/høsten 2011 og sommeren 2016. Fraksjonene som ble hentet inn eller tilsendt, lå i størrelsen 8-16 mm.

### **3.2 Preparerings prosess**

For å begrense feilkildene er alt prøvematerialet preparert ved Sentrallaboratoriet Trondheim. Materialene ble vasket, siktet i to ulike fraksjoner, veid opp, porsjonert, merket og sendt ut til de deltagende laboratoriene.

Det ble utført densitetsanalyse i henhold til NS-EN 1097-6 *Bestemmelse av korndensitet og vannabsorpsjon*, og mengden prøvemateriale for kulemølletesten ble oppgitt til laboratoriene.

### **3.3 Gjennomføring av prøvingen**

Hvert laboratorium mottok prøver med delfraksjoner som var klare til å bli mikset etter oppgitte densitetsverdier, for deretter å bli testet. Analyseresultatene ble oppgitt for begge parallellene for hvert materiale, og rapportert tilbake til Sentrallaboratoriet Trondheim. Det ble også bedt om å få oppgitt måle verdier på kulemøllenes trommel, men kun et fåtall av laboratoriene oppga dette.

### **3.4 Usikkerheter og begrensninger**

Ved hvert enkelt laboratorium utføres analysene av ulike operatører. Menneskelig svikt kan alltid være en feilkilde. Det kan dreie seg om en feil avlesing av vekt, overbelastning av sikter, at noe materiale mistes på golvet under behandlingen eller at steinkorn «gjemmer» seg mellom stålkulene e.l. Ei vekt som står plassert i et avtrekksskap under avlesning kan også være gjenstand for feil. Avsuget kan medføre at prøvens vekt kan variere med et halvt gram.

## 4 RESULTATER

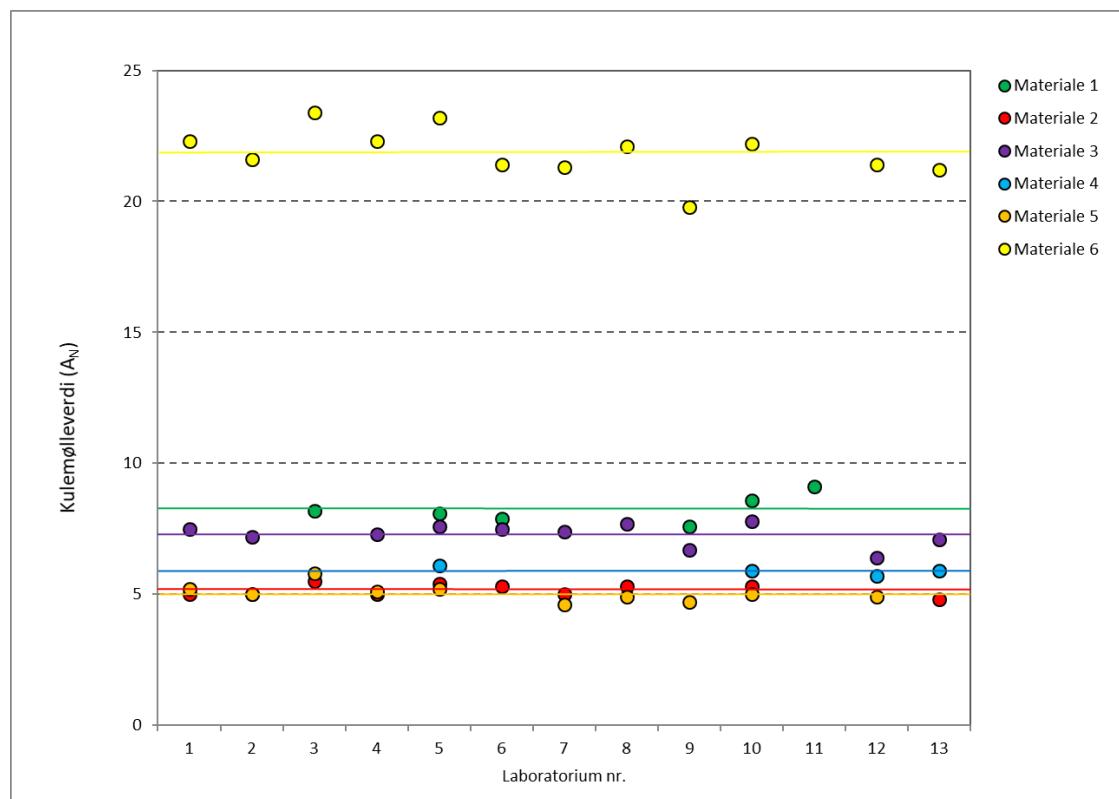
Figur 3 viser analyseresultatene for de 13 deltagende laboratoriene sammenstilt. For materiale 2, 4 og 5 er resultatene fra undersøkelsen koncentrert rundt gjennomsnittsverdiene, som er markert med tilhørende farget linje. For materialtype 6 er variasjonsintervallet på verdiene ca. 3,7 enheter, og for materialtype 1 og 3 ca. 1,5 enheter.

Laboratorium 9 ligger lavere enn gjennomsnittsverdien for alle fire materialtypene (1, 2, 5 og 6) som er analysert. Analyseverdiene ligger gjennomgående 7-10 % lavere enn middelverdiene for alle laboratoriene. For laboratorium 12 ligger analyseverdien for materialtype 3 drøyt 12 % lavere enn middelverdien for alle laboratoriene.

Laboratorium 3 viser høyere verdier enn gjennomsnittsverdiene for tre av de fire materialene som inngår i ringanalysen. I verdi utgjør forskjellen ca. 7 % for materiale 2 og 6, mens for materiale 5 utgjør forskjellen fra middelverdi over 13 %. Laboratorium 11 ligger ca. 9 % høyere i verdi enn gjennomsnittsverdien for materialtype 1. For laboratorium 5 ligger analyseverdien for materiale 6 over gjennomsnittsverdien, men dette tilsvarer mindre enn 6 %.

Alle resultatene blir behandlet statistisk i kapittel 5.

Innhetede opplysninger om tromlenes tekniske mål blir kommentert under vurderingen av analyseresultatene i kapittel 6.



Figur 3. Analyseresultater for kulemølle for materialene 1-6 i ringanalysen.

## **5 STATISTISKE BEREGNINGER**

### **5.1 «Outliere» og «stragglere»**

Det finnes flere statistiske metoder for å beregne om verdier i en serie avviker vesentlig fra de andre. Slike verdier betegnes som «outliere», eller uteliggere på norsk. De kan oppstå ved uhell, feil ved utstyret, eller ved målefeil. Tilstedeværelse av «outliere» kan føre til misvisende resultat.

Verdier som ikke er like ekstreme, men som likevel avviker en god del fra «normalen» kalles «stragglere». «Straggler»-verdier anses for å være akseptable.

### **5.2 Cochrans test**

Statistisk analyse er benyttet for å vurdere nøyaktigheten av resultatene i ringanalysen. Dersom enkelte laboratorier har for store interne avvik mellom parallellene, fremkommer dette ved hjelp av Cochrans test.

Ut fra kritiske verdier som varierer med antall parallelle og antall deltagende laboratorier, vurderes det om enkeltanalyser kan betegnes som «outlier» eller «straggler». «Outlier» - verdier skal forkastes. De kritiske verdiene for Cochrans test er gjengitt i tabell 4 i vedlegg S-1.

### **5.3 Mandels statistiske metode.**

For å vurdere ensartetheten til analysene kan man anvende Mandels statistiske metode. Dette er en metode som gjerne fremstilles grafisk.

Mandels såkalte k-statistikk beskriver variasjoner internt innen hvert enkelt laboratorium (der det er flere parallelle), mens Mandels h-statistikk bedømmer analysenes ensartethet mellom laboratoriene som inngår i en ringtest. I likhet med Cochrans test, er det utarbeidet egne tabeller hvor man kan hente ut beregnede kritiske verdier for Mandels h- og k-statistikk, avhengig av antall deltagende enheter og antall parallelle, vedlegg S-2 og S-3.

Høye verdier overskridt signifikansnivå 1 % og 5 %. Kritisk verdi med «outlier» er større enn 1 %, mens verdier mellom 1-5 % betegnes som «stragglere». Verdier under signifikansnivå 5 % er akseptable.

### **5.4 Grubbs' test**

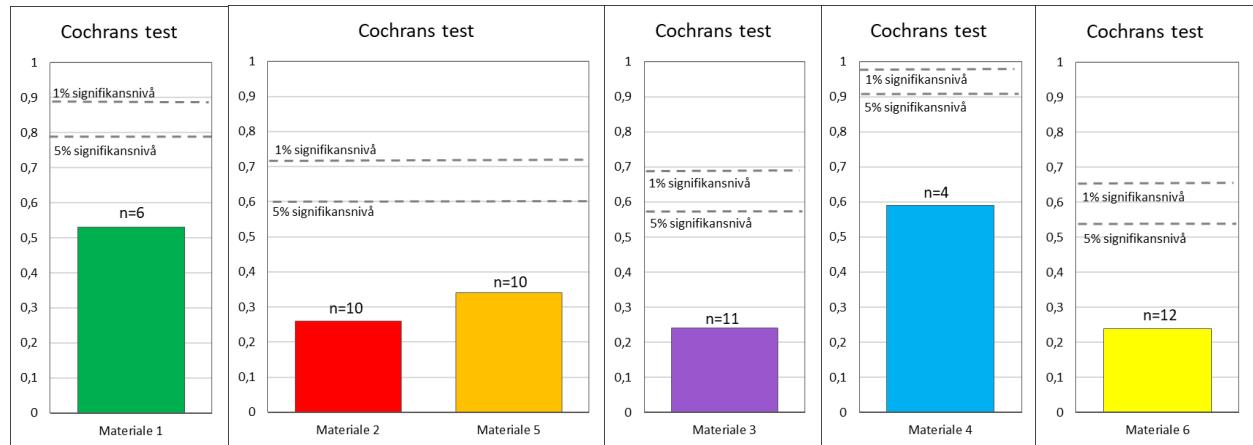
Grubbs' test er en tredje metode som benyttes til å påvise «outliere». Som ved de andre metodene tallfestes først hvor langt unna en enkeltverdi ligger fra de andre verdiene i en serie. Deretter beregnes forholdstallet fra forskjellen mellom en «outlier» og gjennomsnittlig standardavvik.

Grubbs' test behandler de mest ekstreme verdiene (høyest og lavest) i en serie, eller også de to høyeste/laveste verdiene. Tabeller med kritiske grenseverdier for Grubbs' test ses i vedlegg S-4.

## 5.5 Resultater fra statistiske beregninger

### 5.5.1 Cochrancs test

Resultatene fra Cochrans test for ringanalysen er framstilt i figur 4.



Figur 4. Cochrans test for materialene i ringanalysen.

Beregnde verdier for ringanalysen er sammenlignet med kritiske verdier i henhold til antall deltakende laboratorier og antall paralleller, se vedlegg S-1 og B-1.

Signifikansverdiene varierer etter hvor mange deltakende laboratorier som har utført analyse på de ulike materialene nummerert fra 1 til 6.

Av figuren ser vi at alle materialene ligger godt under 1 % og 5 % signifikansnivå for kulemølleanalysen. Alle resultatene anses som akseptable, dvs. parallellene som er utført for hvert laboratorium viser jevne måleverdier.

### 5.5.2 Mandels test – k-statistikk innad i laboratoriene

Mandels k-statistikk viser om laboratoriene har nevneverdige forskjeller mellom parallellene som er testet for hver materialtype. Figur 5 viser hver materialtype der signifikansnivå på 1 % og 5 % er markert ut fra antall deltakende laboratorier iht. vedlegg S-2 og S-3. Materiale 2 og 5 er samlet fordi det er likt antall deltakende laboratorier i analysen for disse.

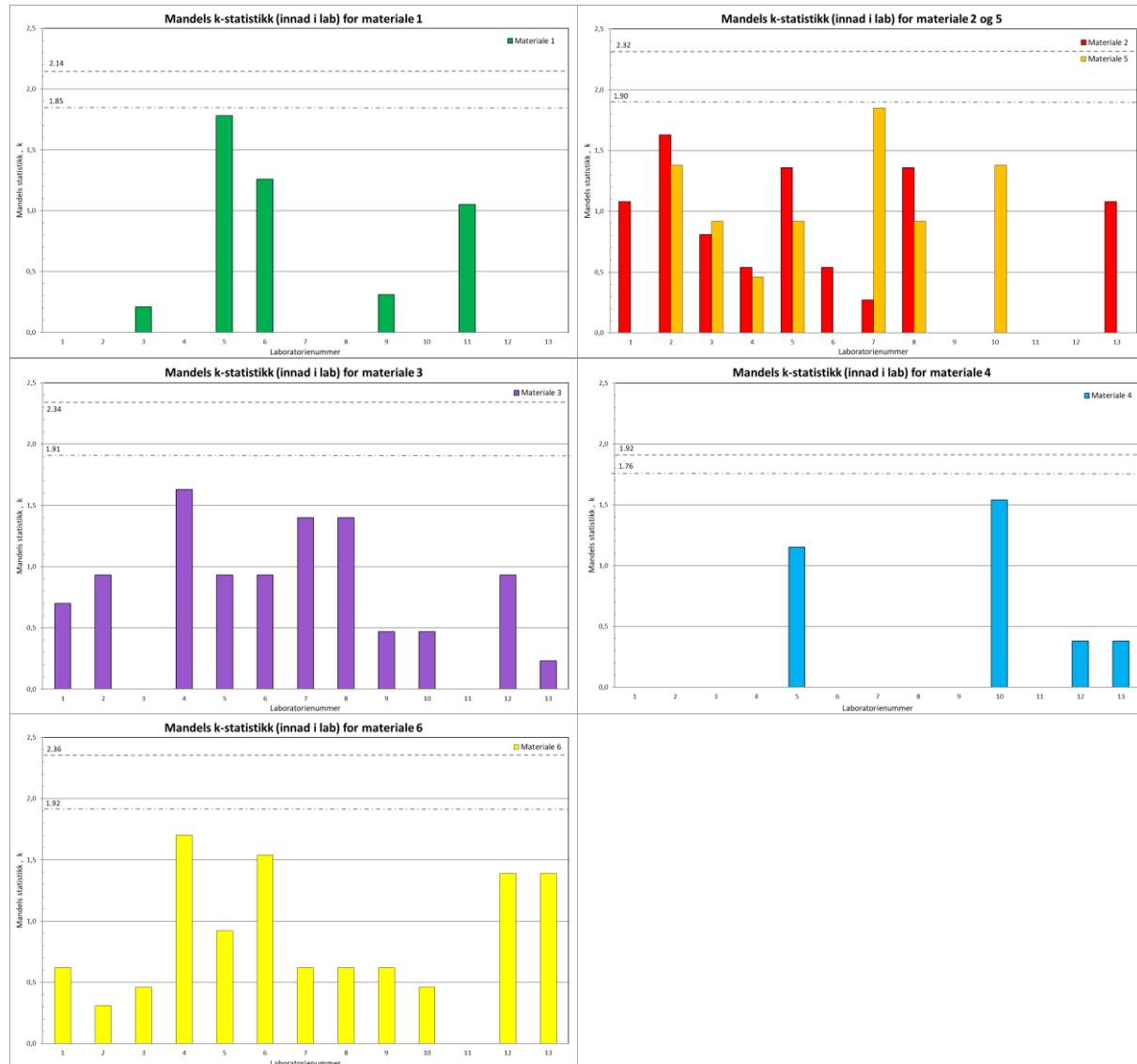
Beregninger som er lagt til grunn for figuren finnes i vedlegg B-2.

Resultatene for materiale 1 (grønn farge) viser at laboratorium 5 gir høyest søyle, noe som tilsier at det er en del variasjon mellom parallellene. Likevel når ikke søylen opp til signifikansnivået på 5 %, så forskjellen mellom parallellene er ikke stor nok til at det gir misvisende resultat. Analyseresultatene fra parallellene for denne prøven avviker imidlertid mer enn 10 % fra middelverdien, og skulle etter standarden ha vært utført på nytt. Ingen laboratorier fikk tilsendt mer materiale enn for to paralleller, så ny analyse er ikke utført. Laboratorium 10 har identiske analyser for parallellene, så verdien blir null.

Materiale 5 (oransje farge) for laboratorium 7 viser synlige forskjeller mellom parallellene, men ikke nok til at resultatene er upålitelige. For laboratorium 9 er verdiene for parallellene identiske, så ingen søyle blir tegnet opp (verdi er lik null).

For materiale 2 (rød farge), 3 (lilla farge), 4 (blå farge) og 6 (gul farge) ligger alle de statistisk behandlede dataene under signifikansverdiene.

Ingen av laboratoriene har derfor registrert «straggler» eller «outlier» etter Mandels k-statistikk. Det betyr at parallellene utført ved hvert laboratorium er akseptable og jevne. Dette rimer også bra med Cochrans test.



Figur 5. Mandels k-statistikk for materiale 1-6 – innad i laboratoriene.

### 5.5.3 Mandels test – h-statistikk mellom laboratoriene

Figur 6 viser Mandels h-statistikk mellom laboratoriene for materialene. Beregninger ses i vedlegg B-4.

Det er markert kritiske verdier ved 1 % og 5 % signifikansnivå på figuren. Disse varierer avhengig av antall deltakende laboratorier per materiale.



Figur 6. Mandels h-statistikk for materiale 1-6 – mellom laboratoriene.

For materiale 1 kan man lese at alle verdier er akseptable, da de grønne søylene har lavere verdier enn de markerte signifikanslinjene.

Laboratorium 3 gir en «outlier» for materiale 5 (oransje farge), da den overskridet grenseverdien på 2,18. Alle andre verdier for laboratoriene er lavere enn signifikansgrensene, både for materiale 2 (rød farge) og materiale 5.

Laboratorium 12 gir en «straggler» for materiale 3 (lilla farge), da signifikansverdi -1,82 overskrides.

Mandels h-statistikk for materiale 4 (blå farge) viser at alle fire analyseverdier er akseptable.

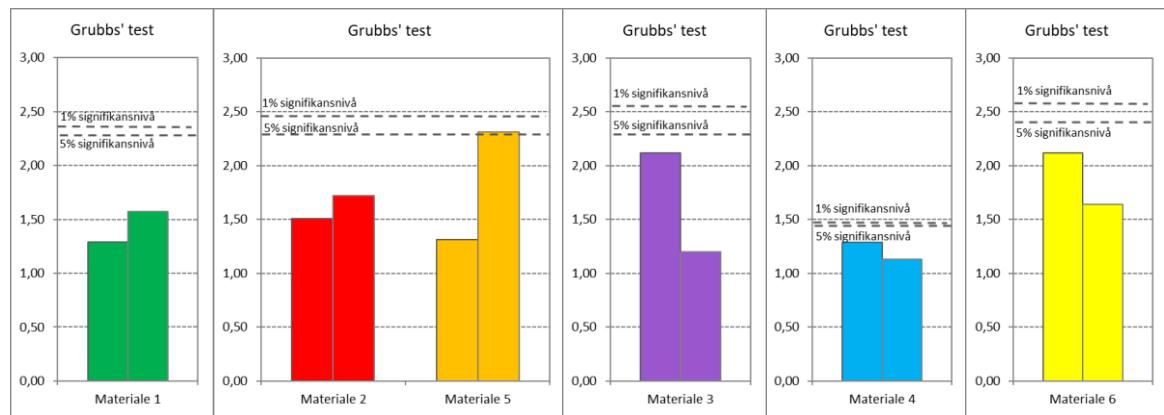
Laboratorium 9 overskridet signifikansverdien for 5 % (-1,83) for materiale 6 (gul farge). Verdien betegnes derfor som en «straggler».

«Straglere» er akseptable verdier, mens «outliere» anses som mindre pålitelige.

#### 5.5.4 Grubbs' test

I figur 7 gis det uttrykk for hvor stor betydning den høyeste og/eller laveste verdien i en prøveserie har – og om den/de skal ekskluderes. Beregninger som er utført ses i vedlegg B-7.

Jevnt over ligger verdiene godt under kritiske grenseverdier, men for materiale 5 (oransje farge) tangeres signifikansverdien så vidt (havner mellom 1 og 5 % signifikansnivå), og betegnes derfor som en «straggler». Det er laboratorium 3 som gir det største bidraget til denne verdien.



Figur 7. Grubbs' test med høyeste og laveste verdi i serien.

Fordi resultatene er gode, er det ikke utført Grubbs' test ved å fjerne de to laveste og høyeste verdiene i en serie.

De statistiske resultatene er sammenstilt i tabell 1.

**Tabell 1. Resultater fra ringanalysen.**

Kulemølle	Materiale 1	Materiale 2	Materiale 3	Materiale 4	Materiale 5	Materiale 6
Antall laboratorier	6	10	11	4	10	12
Gjennomsnittsverdi (m)	8,25	5,15	7,3	5,86	5,04	21,85
Repeterbar varians $s_r^2$	0,456	0,068	0,092	0,034	0,023	0,211
Repeterbart standardavvik $s_r$	0,675	0,261	0,304	0,184	0,153	0,459
Reproduserbar varians $s_R^2$	0,521	0,088	0,224	0,044	0,121	1,049
Reproduserbart standardavvik $s_R$	0,722	0,297	0,473	0,210	0,348	1,024
Mellom lab-variens $s_L^2$	0,066	0,020	0,132	0,010	0,097	0,837
Mellom lab-standardavvik $s_L$	0,257	0,141	0,363	0,100	0,312	0,915
$s_m^2$	0,294	0,054	0,178	0,027	0,109	0,943
$s_m$	0,542	0,232	0,422	0,164	0,330	0,971
$\gamma = s_R / s_r$	1,07	1,14	1,56	1,14	2,27	2,23
Repeterbar grense $r = 2.8 * s_r$	1,89	0,73	0,85	0,52	0,43	1,29
Reproduserbar grense $R = 2.8 * s_R$	2,02	0,83	1,32	0,59	0,97	2,87

"Outlier" laboratorium Mandels (h)	-	-	-	-	3	
Beregnehede verdier på "outliere"	-	-	-	-	2,31	-
"Stragglere" laboratorium Mandels (h)	-	-	12	-	-	9
Beregnehede verdier på "stragglere"	-	-	-2,12	-	-	-2,12
Mandels h 1% - kritisk verdi	1,87	2,18	2,22	1,49	2,18	2,25
Mandels h 5% - kritisk verdi	1,66	1,80	1,82	1,42	1,80	1,83
"Outlier" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehede verdier på "outliere"	-	-	-	-	-	-
"Stragglere" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehede verdier på "stragglere"	-	-	-	-	-	-
Mandels k 1% - kritisk verdi	2,14	2,32	2,34	1,91	2,32	2,36
Mandels k 5% - kritisk verdi	1,85	1,90	1,91	1,76	1,90	1,92

Cochrans test	0,53	0,26	0,24	0,59	0,34	0,24
1% signifikansnivå - kritisk verdi	0,88	0,72	0,68	0,97	0,72	0,65
5% signifikansnivå - kritisk verdi	0,78	0,60	0,57	0,91	0,60	0,54

Grubbs' test øvre (1) $G_N$	1,57	1,72	1,20	1,13	2,31	1,64
Grubbs' test nedre (1) $G_1$	1,29	1,51	2,12	1,29	1,31	2,12
Grubbs' test øvre/nedre 1% (1 stk)	1,97	2,48	2,56	1,50	2,48	2,64
Grubbs' test øvre/nedre 5% (1 stk)	1,89	2,29	2,36	1,48	2,29	2,41

stragglere

outlier

## 5.6 Ekskludering av «outliere»

Ved å foreta en ekskludering av verdier som avviker mye fra resten av tallmaterialet («outliere»), endres resultatet til kun å inneholde akseptable verdier («stragglere»), tabell 2.

Fjerning av den ene «outlieren» medfører ingen endring for Cochrans test eller Mandels k-statistikk, for der ligger alle verdier under grenseverdiene for signifikansnivå før fjerning, figur 4 og figur 5. Figur 8 (Cochrants test) og figur 9 (Mandels k-statistikk) viser resultatet når «outlieren» er fjernet.

**Tabell 2. Resultater fra ringanalysen der «outlier» er fjernet.**

Kulemølle	Materiale 1	Materiale 2	Materiale 3	Materiale 4	Materiale 5	Materiale 6
Antall laboratorier	6	10	11	4	9	12
Gjennomsnittsverdi (m)	8,25	5,15	7,3	5,86	4,95	21,85
Repeterbar varians $s_r^2$	0,456	0,068	0,092	0,034	0,024	0,211
Repeterbart standardavvik $s_r$	0,675	0,261	0,304	0,184	0,155	0,459
Reproduserbar varians $s_R^2$	0,521	0,088	0,224	0,044	0,054	1,049
Reproduserbart standardavvik $s_R$	0,722	0,297	0,473	0,210	0,232	1,024
Mellom lab-variens $s_L^2$	0,066	0,020	0,132	0,010	0,030	0,837
Mellom lab-standardavvik $s_L$	0,257	0,141	0,363	0,100	0,173	0,915
$s_m^2$	0,294	0,054	0,178	0,027	0,042	0,943
$s_m$	0,542	0,232	0,422	0,164	0,205	0,971
$\gamma = s_R / s_r$	1,07	1,14	1,56	1,14	1,50	2,23
Repeterbar grense $r = 2.8 * s_r$	1,89	0,73	0,85	0,52	0,43	1,29
Reproduserbar grense $R = 2.8 * s_R$	2,02	0,83	1,32	0,59	0,65	2,87

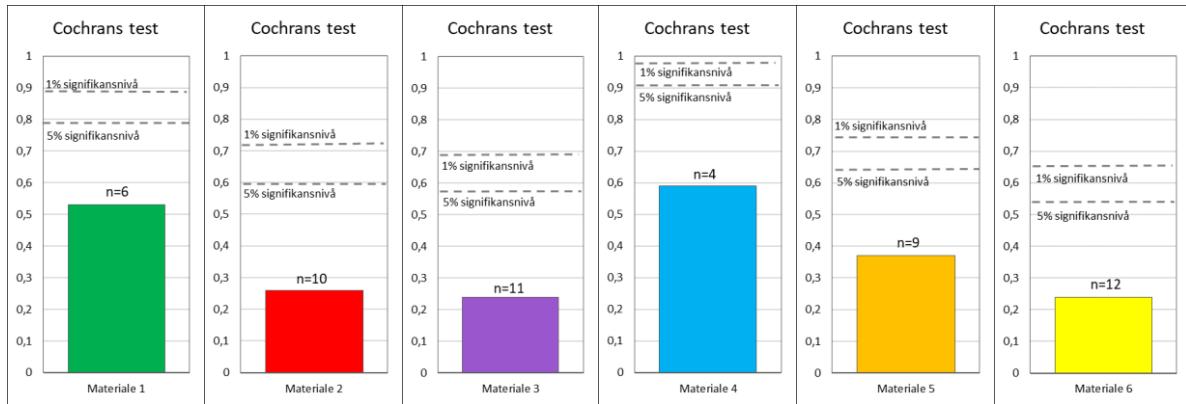
"Outlier" laboratorium Mandels (h)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "outliere"	-	-	-	-	-	-
"Stragglere" laboratorium Mandels (h)	-	-	12	-	-	9
Beregnehed verdier på "stragglere"	-	-	-2,12	-	-	-2,12
Mandels h 1% - kritisk verdi	1,87	2,18	2,22	1,49	2,13	2,25
Mandels h 5% - kritisk verdi	1,66	1,80	1,82	1,42	1,78	1,83
"Outlier" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "outliere"	-	-	-	-	-	-
"Stragglere" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "stragglere"	-	-	-	-	-	-
Mandels k 1% - kritisk verdi	2,14	2,32	2,34	1,91	2,29	2,36
Mandels k 5% - kritisk verdi	1,85	1,90	1,91	1,76	1,90	1,92

Cochrants test	0,53	0,26	0,24	0,59	0,37	0,24
1% signifikansnivå - kritisk verdi	0,88	0,72	0,68	0,97	0,75	0,65
5% signifikansnivå - kritisk verdi	0,78	0,60	0,57	0,91	0,64	0,54

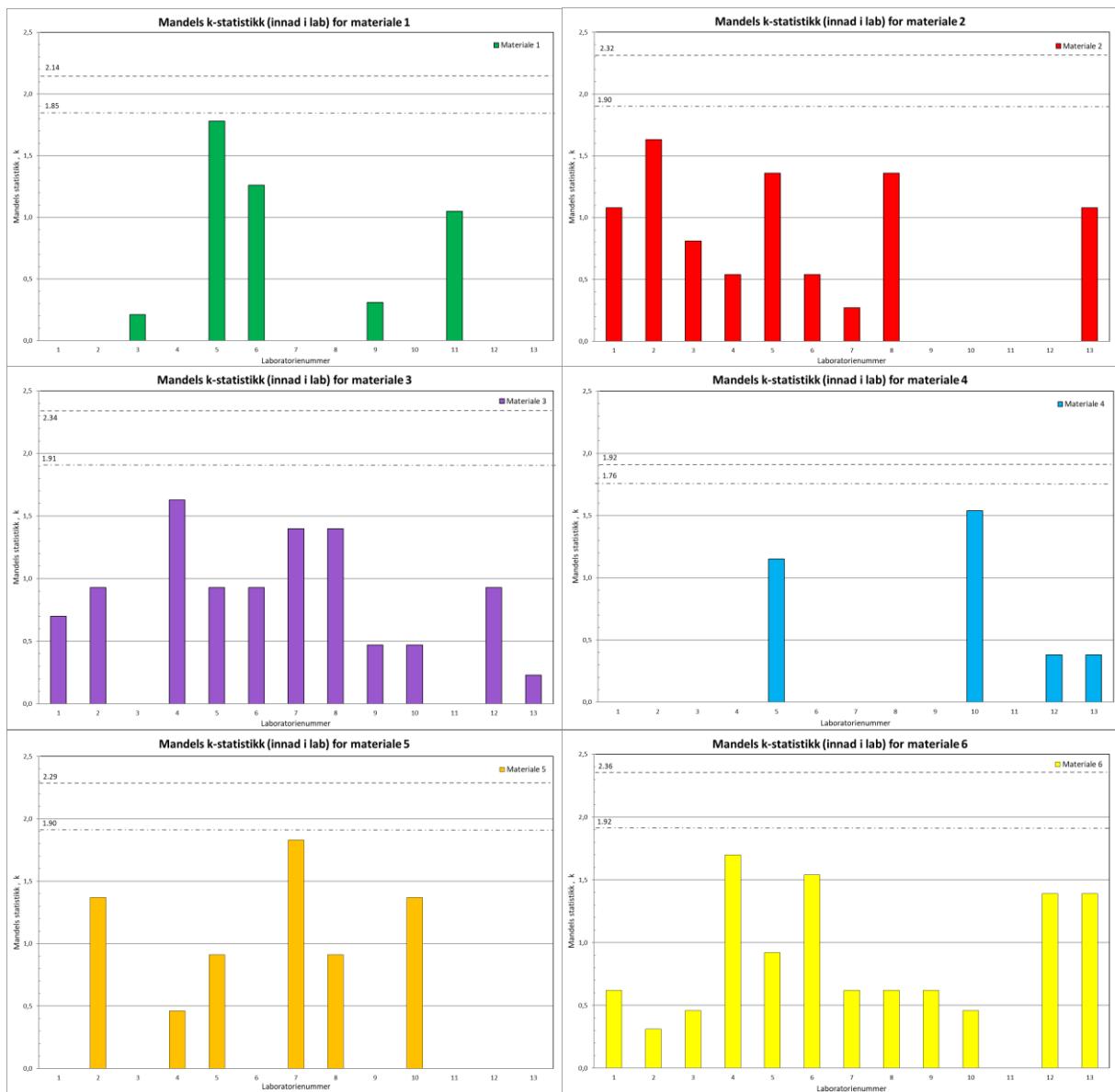
Grubbs' test øvre (1) $G_N$	1,57	1,72	1,20	1,13	1,71	1,64
Grubbs' test nedre (1) $G_1$	1,29	1,51	2,12	1,29	1,22	2,12
Grubbs' test øvre/nedre 1% (1 stk)	1,97	2,48	2,56	1,50	2,39	2,64
Grubbs' test øvre/nedre 5% (1 stk)	1,89	2,29	2,36	1,48	2,22	2,41

"Outlier" fjernet (for materiale 5 for laboratorium 3)

stragglers

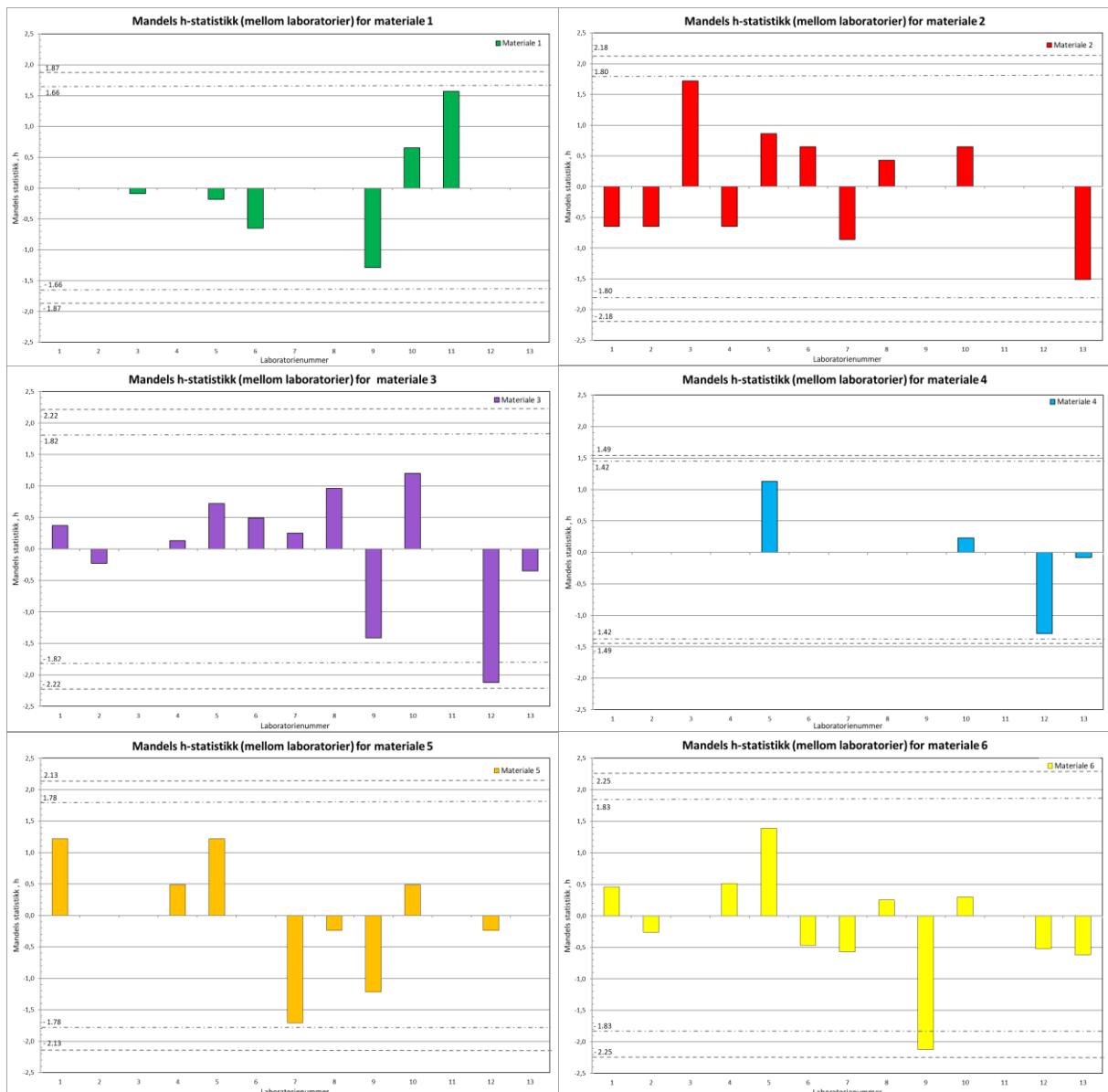


Figur 8. Cochrans test der «outlier» for materiale 5 er fjernet.



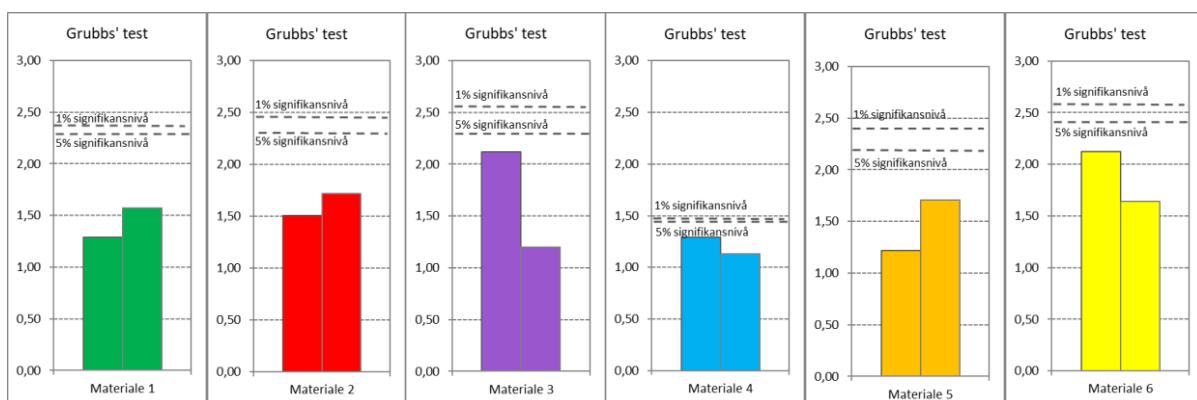
Figur 9. Mandels k-statistikk for hvert materiale der «outlier» for materiale 5 er fjernet.

For Mandels h-statistikk blir resultatet endret for materiale 5 (oransje farge) når «outlieren» ekskluderes, figur 10. «Straggler» for materiale 3 og 6 vil være uforandret.



Figur 10. Mandels h-statistikk for hvert materiale der «outlier» for materiale 5 er fjernet.

For Grubbs' test virker fjerning av «outlier»-verdi slik at «stragglers» for materiale 5 opphører, figur 11. Alle materialer havner lavere enn signifikansverdi.



Figur 11. Grubbs' test for hvert materiale der «outlier» for materiale 5 er fjernet.

Fordi laboratorium 5 hadde for høyt avvik mellom parallellene til materiale 1 til at analyseverdien godkjennes ut fra metodestandarden, er det også gjort statistiske beregninger der disse verdiene er ekskludert. Forskjellen mellom parallellene ble ikke fanget opp gjennom de statistiske beregningene.

I tabell 3 er beregnede verdier der både «outlier» for materiale 5 og materiale 1 (ut fra stor forskjell mellom parallellene og gjennomsnittsverdien) for laboratorium 5 er fjernet.

**Tabell 3. Resultater der «outlier» og analyseresultat for paralleller med stort avvik er fjernet.**

Kulemølle	Materiale 1	Materiale 2	Materiale 3	Materiale 4	Materiale 5	Materiale 6
Antall laboratorier	5	10	11	4	9	12
Gjennomsnittsverdi (m)	8,27	5,15	7,3	5,86	4,95	21,85
Repeterbar varians $s_r^2$	0,257	0,068	0,092	0,034	0,024	0,211
Repeterbart standardavvik $s_r$	0,507	0,261	0,304	0,184	0,155	0,459
Reproduserbar varians $s_R^2$	0,493	0,088	0,224	0,044	0,054	1,049
Reproduserbart standardavvik $s_R$	0,702	0,297	0,473	0,210	0,232	1,024
Mellom lab-varians $s_L^2$	0,236	0,020	0,132	0,010	0,030	0,837
Mellom lab-standardavvik $s_L$	0,486	0,141	0,363	0,100	0,173	0,915
$s_m^2$	0,365	0,054	0,178	0,027	0,042	0,943
$s_m$	0,604	0,232	0,422	0,164	0,205	0,971
$\gamma = s_R / s_r$	1,38	1,14	1,56	1,14	1,50	2,23
Repeterbar grense $r=2.8 * s_r$	1,42	0,73	0,85	0,52	0,43	1,29
Reproduserbar grense $R=2.8 * s_R$	1,97	0,83	1,32	0,59	0,65	2,87

"Outlier" laboratorium Mandels (h)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "outliere"	-	-	-	-	-	-
"Straggler" laboratorium Mandels (h)	-	-	12	-	-	9
Beregnehed verdier på "straggler"	-	-	-2,12	-	-	-2,12
Mandels h 1% - kritisk verdi	1,72	2,18	2,22	1,49	2,13	2,25
Mandels h 5% - kritisk verdi	1,57	1,80	1,82	1,42	1,78	1,83
"Outlier" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "outliere"	-	-	-	-	-	-
"Straggler" laboratorium Mandels (k)	-	-	-	-	-	-
Beregnehed verdier på "straggler"	-	-	-	-	-	-
Mandels k 1% - kritisk verdi	2,05	2,32	2,34	1,91	2,29	2,36
Mandels k 5% - kritisk verdi	1,81	1,90	1,91	1,76	1,90	1,92

Cochrans test	0,56	0,26	0,24	0,59	0,37	0,24
1% signifikansnivå - kritisk verdi	0,93	0,72	0,68	0,97	0,75	0,65
5% signifikansnivå - kritisk verdi	0,84	0,60	0,57	0,91	0,64	0,54

Grubbs' test øvre (1) $G_N$	1,37	1,72	1,20	1,13	1,71	1,64
Grubbs' test nedre (1) $G_1$	1,19	1,51	2,12	1,29	1,22	2,12
Grubbs' test øvre/nedre 1% (1 stk)	1,76	2,48	2,56	1,50	2,39	2,64
Grubbs' test øvre/nedre 5% (1 stk)	1,72	2,29	2,36	1,48	2,22	2,41

"Outlier" fjernet (for materiale 5 for laboratorium 3) + resultat materiale 1 for laboratorium 5 pga. avvik fra standard

straggler

Ekskluderingen av ny verdi for materiale 1 i tillegg til påvist «outlier» for materiale 5 endrer ikke mye på resultatene for Cochrans test, Grubbs' test samt Mandels k- og h-statistikk, så det er ikke utarbeidet nye figurer.

## 5.7 Repeterbarhet og reproducerbarhet

Repetabarhet (r) uttrykker i hvilken grad gjentatte målinger på samme materiale og med samme metode stemmer overens, når de utføres under mest mulig like betingelser. Målingene utføres i samme laboratorium, med samme utstyr og av samme person.

Systematiske repeterbarhetsundersøkelser gjøres ofte som ledd i validering av en analyse- eller målemetode, for å få kunnskap om måleusikkerheten ved metoden.

Reproducerbarhet (R) uttrykker i hvilken grad gjentatte målinger på samme materiale med samme målemetode stemmer overens, når de utføres under varierende betingelser. De varierende betingelsene kan dreie seg om at målingene utføres i ulike laboratorier, det er ulike personer som utfører målingene med forskjellig utstyr og ved forskjellig tidspunkt.

Systematiske reproducerbarhetsundersøkelser gjøres ofte som ledd i validering av en analyse- eller målemetode, for å få kunnskap om måleusikkerheten ved metoden.

Spredningen i resultater ved reproducerbarhetsundersøkelser vil være større enn ved repeterbarhetsundersøkelser.

På grunnlag av tidligere ringanalyser for kulemølle er sammenhengen mellom mølleverdi,  $A_N$  og repeterbarhet og reproducerbarhet blitt beregnet. 11 laboratorier og 8 ulike prøvetyper danner bakgrunnsmaterialet for metodestandarden. Analyseverdiene spenner fra 5-16.

Formelverket i gjeldende NS-EN 1097-9 standard:

$$\begin{aligned} r &= 0.13 * A_N - 0.17 \\ R &= 0.14 * A_N + 0.27 \\ r &- repeterbarhet \quad R - reproducerbarhet \end{aligned}$$

Ut fra tabell 2 og 3 (i den siste er analyser med avvik mellom parallellene for laboratorium 5 med materiale 1 fjernet i tillegg til «outlier»), er repeter- og reproducerbarhet for hver materialtype satt opp i tabell 4.

**Tabell 4. Beregnet repeter- og reproducerbarhet i ringanalysen og etter standard**

	Beregnet i ringanalysen					Etter NS-EN 1097-9	
	Middelverdi	r	R	$r_p$	$R_p$	r	R
Materiale 1	8.3	1.89	2.02	1.42	1.97	0.91	1.43
Materiale 2	5.2	0.73	0.83	0.73	0.83	0.51	1.00
Materiale 3	7.3	0.85	1.32	0.85	1.32	0.78	1.29
Materiale 4	5.9	0.52	0.59	0.52	0.59	0.60	1.10
Materiale 5	5.0	0.43	0.65	0.43	0.65	0.48	0.97
Materiale 6	21.9	1.29	2.87	1.29	2.87	2.68	3.34

r – repeterbarhet, R – reproducerbarhet,

$r_p$  – repeterbarhet der stort avvik mellom parallelle er fjernet,  $R_p$  – reproducerbarhet der stort avvik mellom parallelle er fjernet

Eksempelvis harmonerer både repeter- og reproducerbarheten godt for materiale 2 og 3, mens repeterbarheten for materiale 4 og 5 samsvarer godt i tillegg. Reproducerbarheten er ikke like god for disse to materialene.

12 (13) laboratorier og 6 ulike prøvetyper er med i ringanalysen. Analyseverdiene spenner fra 5-23. Formler for repeterbarhet og reproducerbarhet for denne ringanalysen blir som følger:

$$r = 0.04 * A_N + 0.51$$

$$R = 0.12 * A_N + 0.14$$

Tidligere svensk ringanalyse fra 2015 med 52 deltagende laboratorier og 3 materialtyper (med  $A_N$ -verdier fra 4-23) gir følgene formler:

$$r = 0.07 * A_N + 0.26$$

$$R = 0.08 * A_N + 1.14$$

Fra den norske ringanalysen som ble utført i 2012 med fire materialer og 22 laboratorier var spennet på analyseverdier fra 6-23. Formler for denne ringanalyser ble beregnet til:

$$r = 0.10 * A_N + 0.14$$

$$R = 0.13 * A_N + 0.13$$

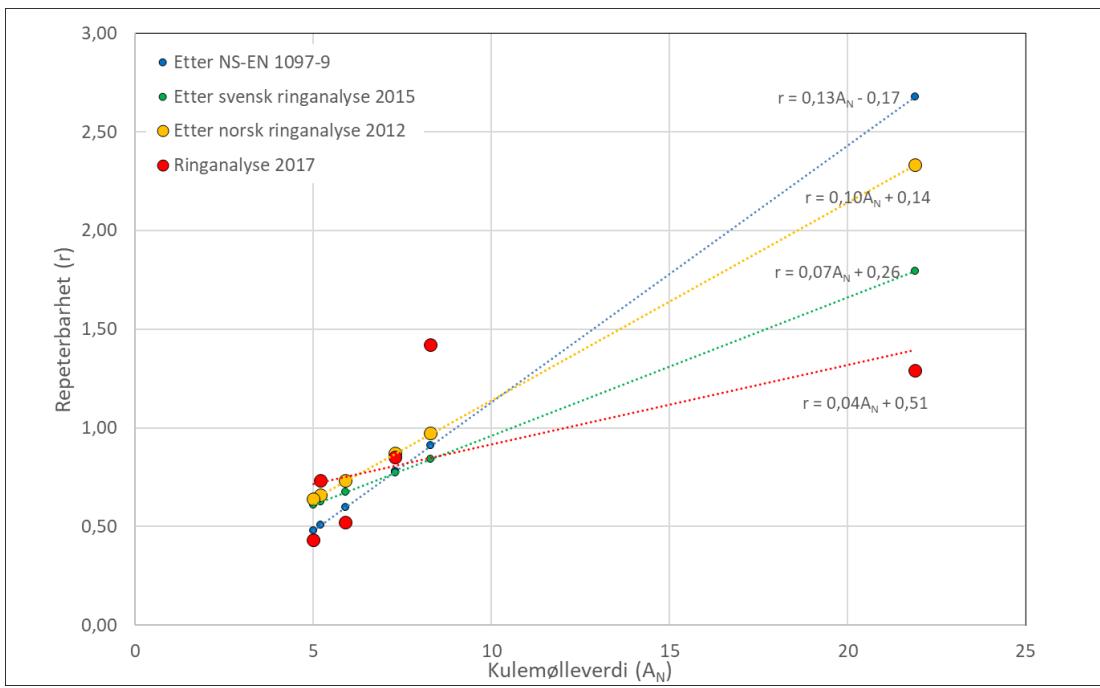
Ved å benytte formelverket for tidligere ringanalyser, er repeter- og reproducerbarhet for materiale 1-6 beregnet, tabell 5.

**Tabell 5. Beregnet repeter- og reproducerbarhet etter tidligere ringanalyser**

	Analyseverdi 2017	Etter svensk ringanalyse 2015		Etter norsk ringanalyse 2012	
		Middelverdi	r	R	r
Materiale 1	8.3	0.84	1.21	0.97	1.21
Materiale 2	5.2	0.62	1.18	0.66	0.81
Materiale 3	7.3	0.77	1.20	0.87	1.08
Materiale 4	5.9	0.67	1.19	0.73	0.90
Materiale 5	5.0	0.61	1.18	0.64	0.78
Materiale 6	21.9	1.79	1.32	2.33	2.98

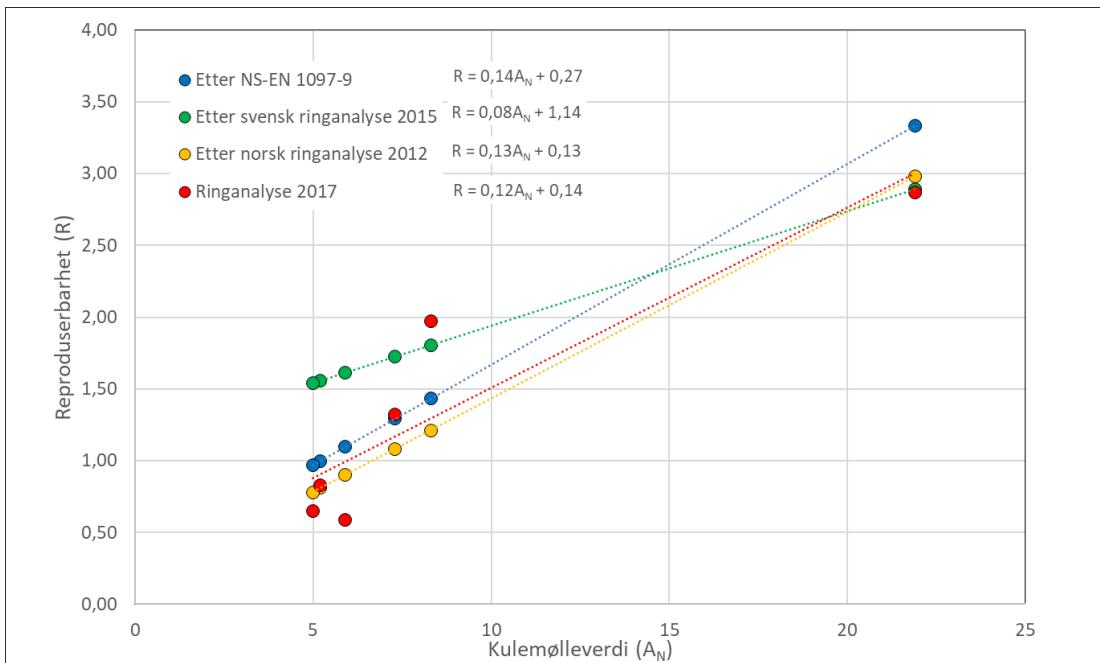
r – repeterbarhet, R - reproducerbarhet

Ringanalysens presisjonsdata (tabell 4) sammen med presisjonsdata fra tidligere ringanalyser (tabell 5) for kulemølle og fra standarden NS-EN 1097-9 er vist i figur 12 for repeterbarhet. Figur 13 viser presisjonsdata for reproducerbarhet.



Figur 12. Presisjonsdata for repeterbarhet mot standard og tidligere ringanalyser.

Repeterbarheten for ringanalysen viser en slakere helning på regresjonslinjen (rød farge) i forhold til regresjonslinjen fra standarden (blå farge). De andre to ringanalysene fra 2012 og 2015 havner midt imellom.



Figur 13. Presisjonsdata for reproducertbarhet mot standard og tidligere ringanalyser.

Reproduserbarheten fra analysen viser godt samsvar med analyser utført i 2012 samt standarden, selv om verdiene vandrer en del fra den røde regresjonslinja. Den svenske ringanalysen fra 2015 (grønn regresjonslinje) gir en annen helning.

## 6 VURDERING

Det deltok totalt 12 laboratorier med 13 kulemøller i ringanalysen, og seks ulike materialer ble testet ut. De fleste laboratoriene analyserte fire materialtyper, mens to laboratorier analyserte alle seks. Laboratorium 11 fikk trøbbel med apparaturen, og deltok kun med ett materiale. Forskjellen mellom parallellene for laboratoriet var ikke større enn hva metoden tillater, og mindre enn variasjonen mellom parallellene for laboratorium 5 og 6 for eksempel. Differansen mellom parallellene for materiale 1 for laboratorium 5 avviker mer enn standarden tillater (hver parallel gir større enn 10 % avvik fra gjennomsnittsverdien), så laboratoriets analyse for dette materialet ekskluderes fra ringanalysen. Dette til tross for at statistiske beregninger aksepterer verdiene.

Laboratorium 3 hadde jevnt over høyest analyseverdi for materialene laboratoriet analyserte, unntatt for det ene. Det ble dessverre ikke opplyst om trommelens mål, så det er vanskelig å vurdere resultatene ut fra om apparaturen er årsaken. Laboratorium 5 ligger også i øvre sjikt med analyseverdier for fire av materialene. Dette laboratoriet har trommelmål som er i henhold til NS-EN 932-5-standarden.

Laboratorium 12 ligger i den andre enden av skalaen med lavest verdi for to av materialene. Trommeldiameter er i henhold til krav, mens den innvendige lengden på trommelen er 0,5 mm for lang. Laboratorium 13 ligger også lavt i verdi for to av materialene. Målene for trommelen er heller ikke oppgitt for dette laboratoriet.

Laboratorium 2 har trommelmål som er iht. standard, mens laboratorium 6 og 10 har akseptable diametermål, men avvikende innvendig lengde på trommel. Laboratorium 6 sin trommel er 1 mm for lang, mens laboratorium 10 sin trommel er 1 mm for kort. Ingen av disse laboratoriene har analyseverdier som skiller seg ut.

Ut fra Cochrans statistikk og Mandels k-statistikk er det ingen laboratorier som viser avvik. Resultatene viser godt samsvar mellom parallellene innad i laboratoriene. Unntaket er nevnt i avsnitt 1 (laboratorium 5 for materiale 1).

Mandels h-statistikk (mellom laboratoriene) gir utslag for laboratorium 3 med materiale 5, en såkalt «outlier», og verdien forkastes. Laboratorium 3 ligger også jevnt over høyest i verdi for flere materialer, så det kan være en tilfeldighet at analyseverdien gir utslag. For materiale 3 for laboratorium 12 opptrer det en «straggler», en verdi som aksepteres. Det samme opptrer for laboratorium 9 for materialtype 6.

Grubbs' test gir så vidt en «straggler» for materiale 5.

Det er vanskelig å påpeke hva årsaken til avviket for materiale 5 skyldes, men det kan vise seg å være noe inhomogent. Figur 13 viser materialet i våt tilstand, der fargeespillet synliggjør ulik bergartssammensetning.



Figur 14. Materiale 5 viser variasjon i farge og kan være inhomogent.

Ved å fjerne «outlier» og analyse for materiale 1 for laboratorium 5, der differansen mellom parallellene og gjennomsnittsverdi er større enn det standarden tillater, medfører nye statistiske beregninger kun et par «stragglere».

Både repeterbarheten innad i laboratoriet og reproducertbarheten synes å være tilfredsstillende.

## 7 KONKLUSJON/OPPSUMMERING

En «ekstremverdi» i form av «outlier» er fjernet fra ringanalysen.

Ringanalysen viser jevnt over god reproducertbarhet mellom laboratoriene.

Repeterbarheten innad i laboratoriene viser også godt samsvar.

Det er ingen indikasjon på at varierende diameter eller innvendig lengde på kulemøllas trommel har innvirkning på analyseresultatene.

## 8 REFERANSER

- Arvidsson, H. 2017: Jamförande provning – Ballast 2015. Flisighetsindex, korndensitet och kulkvarn. *VTI notat 7-2017*.
- Erichsen, E. 2011: Kulemøllemetoden – Erfaringer fra ringanalyser for bedømmelse av kravspesifikasjoner til metoden. NGU Rapport 2011.036. *Norges geologiske undersøkelse*.
- Luping, T. og Schouenborg B. 2000: Methodology of Inter-comparison Tests and Statistical Analysis of Test Results – Nordic project No. 1483-99. *SP Rapport 2000:35*.
- Løberg, B.E. 1997: Første norske ringanalyse med kulemølle 1993. Intern rapport nr. 1983. *Statens vegvesen*.
- Løberg, B.E. 2000: Resultater fra det europeiske prosjektet med ringanalyser av steinmaterialer (1993-1997). Intern rapport nr. 2181. *Statens vegvesen*.
- Sævik, K. og Andersen, G. 2005: Ringanalyser CEN-metoder for tilslag. Møllemetoden. Teknologirapport nr. 2386. *Statens vegvesen*.
- Ulvik, A. 2013: Ringanalyser 2012 for kulemølle, micro-Deval, Los Angeles og flisighetsindeks. Rapport nr. 281. *Statens vegvesen*.
- Vimann, L. 2005: Ringanalys 2004. Analys av ballast enligt nya Europastandarder. *VTI notat 29-2005*.
- NS-EN 932-5 Vanlig utstyr og kalibrering. *Standard Norge*.
- NS-EN 932-6 (1999): Definisjoner av repeterbarhet og reproducertbarhet. *Standard Norge*.
- NS-EN 1097-6 Bestemmelse av korndensitet og vannabsorpsjon. *Standard Norge*.
- NS-EN 1097-9 (2005): Bestemmelse av motstand mot piggdekkslitasje – nordisk metode (kulemølle). *Standard Norge*.
- ISO 5725-1. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results- Part 1: General principles and definitions.
- ISO 5725-2. 1994: Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results- Part 2: Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.
- ISO 5725-6. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results- Part 6: Use in practice of accuracy values.
- NGUs pukkdatabase, [www.ngu.no](http://www.ngu.no)

## **Vedleggsdel**

### **Analyseresultater**

Vedlegg A-1 Analyseresultater for ringanalysen

### **Statistiske beregninger**

- Vedlegg B-1 Cochrans test
- Vedlegg B-2 Cochrans test med «outlier» fjernet
- Vedlegg B-3 Cochrans test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet
- Vedlegg B-4 Mandels test
- Vedlegg B-5 Mandels test med «outlier» fjernet
- Vedlegg B-6 Mandels test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet
- Vedlegg B-7 Grubbs' test en høyest/lavest verdi
- Vedlegg B-8 Grubbs' test med «outlier» fjernet
- Vedlegg B-9 Grubbs' test med «outlier» og avvik mellom paralleller fjernet

### **Statistiske tabeller**

- Vedlegg S-1 Kritiske verdier Cochrans test
- Vedlegg S-2 Kritiske verdier Mandels h- og k-statistikk, 1% signifikansnivå
- Vedlegg S-3 Kritiske verdier Mandels h- og k-statistikk, 5% signifikansnivå
- Vedlegg S-4 Kritiske verdier Grubbs' test

## Vedlegg A-1

Kulemølle	Materiale 1	Materiale 2	Materiale 3	Materiale 4	Materiale 5	Materiale 6
	Originaldata	Originaldata	Originaldata	Originaldata	Originaldata	Originaldata
Lab nr (i)	$y_{ij}$	$y_i$	$y_i$	$y_i$	$y_i$	$y_i$
1		4,80	7,30		5,20	22,50
		5,20	7,60		5,20	22,10
2		4,70	7,40		4,80	21,70
		5,30	7,00		5,10	21,50
3	8,30	5,40			5,70	23,30
	8,10	5,70			5,90	23,60
4		4,90	7,70		5,00	22,90
		5,10	7,00		5,10	21,80
5	7,30	5,10	7,80	6,20	5,30	23,50
	9,00	5,60	7,40	5,90	5,10	22,90
6	7,30	5,40	7,70			20,90
	8,50	5,20	7,30			21,90
7		5,00	7,10		4,40	21,10
		4,90	7,70		4,80	21,50
8		5,00	8,00		4,80	21,90
		5,50	7,40		5,00	22,30
9	7,70		6,60		4,70	20,00
	7,40		6,80		4,70	19,60
10	8,60	5,30	7,70	5,70	5,20	22,00
	8,60	5,30	7,90	6,10	4,90	22,30
11	8,60					
	9,60					
12			6,60	5,60	4,90	20,90
			6,20	5,70	4,90	21,80
13		4,60	7,20	5,90		21,70
		5,00	7,10	5,80		20,80









## Vedlegg B-4

Mandels test

Kulemølle	Materiale 5								Materiale 6							
	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab
Lab nr (i)	$m_{1,2}$ , $m_2$	$n_i$	$m_{1,2 \text{ gj.snitt}}$	$(s_i)^2$	$(s_i)^2$	$s_i$	$h$	$k$								
1	5,20	2	5,20	0,027	0,000	0,00	0,50	0,00	22,50	2	22,30	0,199	0,080	0,28	0,46	0,62
	5,20								22,10							
2	4,80	2	4,95	0,007	0,045	0,21	-0,26	1,38	21,70	2	21,60	0,065	0,020	0,14	-0,26	0,31
	5,10								21,50							
3	5,70	2	5,80	0,585	0,020	0,14	2,31	0,92	23,30	2	23,45	2,547	0,045	0,21	1,64	0,46
	5,90								23,60							
4	5,00	2	5,05	0,000	0,005	0,07	0,05	0,46	22,90	2	22,35	0,246	0,605	0,78	0,51	1,70
	5,10								21,80							
5	5,30	2	5,20	0,027	0,020	0,14	0,50	0,92	23,50	2	23,20	1,811	0,180	0,42	1,39	0,92
	5,10								22,90							
6									20,90	2	21,40	0,206	0,500	0,71	-0,47	1,54
									21,90							
7	4,40	2	4,60	0,189	0,080	0,28	-1,31	1,85	21,10	2	21,30	0,307	0,080	0,28	-0,57	0,62
	4,80								21,50							
8	4,80	2	4,90	0,018	0,020	0,14	-0,41	0,92	21,90	2	22,10	0,060	0,080	0,28	0,25	0,62
	5,00								22,30							
9	4,70	2	4,70	0,112	0,000	0,00	-1,01	0,00	20,00	2	19,80	4,220	0,080	0,28	-2,12	0,62
	4,70								19,60							
10	5,20	2	5,05	0,000	0,045	0,21	0,05	1,38	22,00	2	22,15	0,088	0,045	0,21	0,30	0,46
	4,90								22,30							
11																
12	4,90	2	4,90	0,018	0,000	0,00	-0,41	0,00	20,90	2	21,35	0,254	0,405	0,64	-0,52	1,39
	4,90								21,80							
13									21,70	2	21,25	0,365	0,405	0,64	-0,62	1,39
									20,80							

$$m_{\text{gj.snitt}(1-10)} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} + \sum (s_i)^2)_{1-10}}{10}$$

$$m_{\text{gj.snitt}(1-10)} = 5,04$$

$$\sum_{i=1}^{10} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} + \sum (s_i)^2)_{1-10} = 0,985$$

$$\sum (s_i)^2_{1-10} = 0,235$$

$$s_m = 0,283$$

$$m_{\text{gj.snitt}(1-12)} = \frac{\sum_{i=1}^{12} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} + \sum (s_i)^2)_{1-12}}{12}$$

$$m_{\text{gj.snitt}(1-12)} = 21,85$$

$$\sum_{i=1}^{12} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} + \sum (s_i)^2)_{1-12} = 10,367$$

$$\sum (s_i)^2_{1-12} = 2,525$$

$$s_m = 0,778$$

$$s_w^2 = \frac{(s_w^2)_{1-10} + (s_w^2)_{1-12}}{10+12} = \frac{(s_w^2)_{1-10} + (s_w^2)_{1-12}}{22}$$

$$s_w^2 = \sqrt{(s_w^2)_{1-10}/10}$$

$$s_w^2 = (1/9) * \sum_{i=1}^{10} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} - m_{\text{gj.snitt}})^2$$

$$s_m = 0,3309$$

5,04
0,2350
0,0235
0,1533
0,1095
0,3309

$$s_w^2 = \frac{(s_w^2)_{1-12} + (s_w^2)_{1-10}}{10+12} = \frac{(s_w^2)_{1-12} + (s_w^2)_{1-10}}{22}$$

$$s_w^2 = \sqrt{(s_w^2)_{1-12}/12}$$

$$(s_w^2)_{1-12} = (1/11) * \sum_{i=1}^{12} (m_{1,2 \text{ gj.snitt}} - m_{\text{gj.snitt}})^2$$

$$s_m = 0,9708$$

21,85
2,5250
0,2104
0,4587
0,9425
0,9708

Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk

	h (10)	k (10)
outlier	1%	2,18
straggler	5 %	1,80

Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk

	h (12)	k (12)
	1%	2,25
	5 %	1,83



## Vedlegg B-5

## Mandels test

Kulemølle	Materiale 5							Materiale 6								
	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab
Lab nr (l)	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub>	n <sub>i</sub>	m <sub>1,2</sub> gj.snitt	(s <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	(s <sub>j</sub> ) <sup>2</sup>	s <sub>i</sub>	h	k	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub>	n <sub>i</sub>	m <sub>1,2</sub> gj.snitt	(s <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	(s <sub>j</sub> ) <sup>2</sup>	s <sub>i</sub>	h	k
1	5,20	2	5,20	0,063	0,000	0,00	1,22	0,00	22,50	2	22,30	0,199	0,080	0,28	0,46	0,62
	5,20								22,10							
2	4,80	2	4,95	0,000	0,045	0,21	0,00	1,37	21,70	2	21,60	0,065	0,020	0,14	-0,26	0,31
	5,10								21,50							
3									23,30	2	23,45	2,547	0,045	0,21	1,64	0,46
									23,60							
4	5,00	2	5,05	0,010	0,005	0,07	0,49	0,46	22,90	2	22,35	0,246	0,605	0,78	0,51	1,70
	5,10								21,80							
5	5,30	2	5,20	0,062	0,020	0,14	1,22	0,91	23,50	2	23,20	1,811	0,180	0,42	1,39	0,92
	5,10								22,90							
6									20,90	2	21,40	0,206	0,500	0,71	-0,47	1,54
									21,90							
7	4,40	2	4,60	0,123	0,080	0,28	-1,71	1,83	21,10	2	21,30	0,307	0,080	0,28	-0,57	0,62
	4,80								21,50							
8	4,80	2	4,90	0,002	0,020	0,14	-0,24	0,91	21,90	2	22,10	0,060	0,080	0,28	0,25	0,62
	5,00								22,30							
9	4,70	2	4,70	0,063	0,000	0,00	-1,22	0,00	20,00	2	19,80	4,220	0,080	0,28	-2,12	0,62
	4,70								19,60							
10	5,20	2	5,05	0,010	0,045	0,21	0,49	1,37	22,00	2	22,15	0,088	0,045	0,21	0,30	0,46
	4,90								22,30							
11																
12	4,90	2	4,90	0,002	0,000	0,00	-0,24	0,00	20,90	2	21,35	0,254	0,405	0,64	-0,52	1,39
	4,90								21,80							
13									21,70	2	21,25	0,365	0,405	0,64	-0,62	1,39
									20,80							

$$m_{gj,snitt(1-9)} = \frac{\sum_{i=1}^9 (m_{1,2,gj,snitt})^2}{9} = 0,283$$

4,95

0,335

0,215

$$m_{gj,snitt(1-12)} = \frac{\sum_{i=1}^{12} (m_{1,2,gj,snitt})^2}{12} = 0,778$$

21,85

10,367

2,525

0,778

$$\begin{aligned} m_{gj,snitt(1-9)} &= \frac{(m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2}{9} = (s_w)^2 \\ S_i &= (s_w)^2_{gj,snitt(1-9)} = (\sum_{i=1}^9 (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2) / 9 \\ S_i &= \sqrt{(s_w)^2_{gj,snitt(1-9)} / 8} \\ s_m^2 &= (1/9) * \sum_{i=1}^9 (m_{1,2,gj,snitt} - m_{gj,snitt})^2 \end{aligned}$$

 S<sub>m</sub>

4,95
0,2150
0,0239
0,1546
0,0419
0,0246

$$\begin{aligned} m_{gj,snitt(1-12)} &= \frac{(m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2}{12} = (s_w)^2 \\ S_i &= (s_w)^2_{gj,snitt(1-12)} = (\sum_{i=1}^{12} (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2) / 12 \\ S_i &= \sqrt{(s_w)^2_{gj,snitt(1-12)} / 11} \\ s_m^2 &= (1/11) * \sum_{i=1}^{12} (m_{1,2,gj,snitt} - m_{gj,snitt})^2 \end{aligned}$$

 S<sub>m</sub>

21,85
2,5250
0,2104
0,4587
0,9425
0,9708

## Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk

$$h(9) \quad k(9)$$

$$1\% \quad 2,13 \quad 2,29$$

$$5\% \quad 1,78 \quad 1,90$$

## Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk

$$h(12) \quad k(12)$$

$$1\% \quad 2,25 \quad 2,36$$

$$5\% \quad 1,83 \quad 1,92$$



## Vedlegg B-6

## Mandels test

Kulemølle	Materiale 5							Materiale 6								
	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab	Originaldata	Paralleller	Midlet	Mellom laber	Innen laber	Std-avvik	Mellom laber	Innen lab
Lab nr (l)	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub>	n <sub>i</sub>	m <sub>1,2</sub> gj.snitt	(s <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	(s <sub>j</sub> ) <sup>2</sup>	s <sub>i</sub>	h	k	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub>	n <sub>i</sub>	m <sub>1,2</sub> gj.snitt	(s <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	(s <sub>j</sub> ) <sup>2</sup>	s <sub>i</sub>	h	k
1	5,20	2	5,20	0,063	0,000	0,00	1,22	0,00	22,50	2	22,30	0,199	0,080	0,28	0,46	0,62
	5,20								22,10							
2	4,80	2	4,95	0,000	0,045	0,21	0,00	1,37	21,70	2	21,60	0,065	0,020	0,14	-0,26	0,31
	5,10								21,50							
3									23,30	2	23,45	2,547	0,045	0,21	1,64	0,46
									23,60							
4	5,00	2	5,05	0,010	0,005	0,07	0,49	0,46	22,90	2	22,35	0,246	0,605	0,78	0,51	1,70
	5,10								21,80							
5	5,30	2	5,20	0,062	0,020	0,14	1,22	0,91	23,50	2	23,20	1,811	0,180	0,42	1,39	0,92
	5,10								22,90							
6									20,90	2	21,40	0,206	0,500	0,71	-0,47	1,54
									21,90							
7	4,40	2	4,60	0,123	0,080	0,28	-1,71	1,83	21,10	2	21,30	0,307	0,080	0,28	-0,57	0,62
	4,80								21,50							
8	4,80	2	4,90	0,002	0,020	0,14	-0,24	0,91	21,90	2	22,10	0,060	0,080	0,28	0,25	0,62
	5,00								22,30							
9	4,70	2	4,70	0,063	0,000	0,00	-1,22	0,00	20,00	2	19,80	4,220	0,080	0,28	-2,12	0,62
	4,70								19,60							
10	5,20	2	5,05	0,010	0,045	0,21	0,49	1,37	22,00	2	22,15	0,088	0,045	0,21	0,30	0,46
	4,90								22,30							
11																
12	4,90	2	4,90	0,002	0,000	0,00	-0,24	0,00	20,90	2	21,35	0,254	0,405	0,64	-0,52	1,39
	4,90								21,80							
13									21,70	2	21,25	0,365	0,405	0,64	-0,62	1,39
									20,80							

$$m_{gj,snitt(1-9)} = \frac{\sum_{i=1}^9 (m_{1,2,gj,snitt})^2}{9} = 0,283$$

$$\begin{aligned} m_{gj,snitt(1-9)} &= \frac{\sum_{i=1}^9 (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2}{9} = (s_w)^2 \\ S_i &= (s_w)^2_{gj,snitt(1-9)} = (\sum_{i=1}^9 (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2) / 9 \\ S_i &= \sqrt{(s_w)^2_{gj,snitt(1-9)} / 8} \\ s_m^2 &= (1/9) * \sum_{i=1}^9 (m_{1,2,gj,snitt} - m_{gj,snitt})^2 \end{aligned}$$

$$s_m$$

$$m_{gj,snitt(1-12)} = \frac{\sum_{i=1}^{12} (m_{1,2,gj,snitt})^2}{12} = 0,778$$

$$\begin{aligned} m_{gj,snitt(1-12)} &= \frac{\sum_{i=1}^{12} (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2}{12} = (s_w)^2 \\ S_i &= (s_w)^2_{gj,snitt(1-12)} = (\sum_{i=1}^{12} (m_1 - m_{1,2,gj,snitt})^2 + (m_2 - m_{1,2,gj,snitt})^2) / 12 \\ S_i &= \sqrt{(s_w)^2_{gj,snitt(1-12)} / 11} \\ s_m^2 &= (1/11) * \sum_{i=1}^{12} (m_{1,2,gj,snitt} - m_{gj,snitt})^2 \end{aligned}$$

4,95	21,85	21,85
0,2150	10,367	10,367
0,0239	2,525	2,525
0,1546	0,4587	0,4587
0,0419	0,9425	0,9425
0,0206	0,9708	0,9708

Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk  
h (9) k (9)  
outlier straggler

1%	2,13	2,29
5%	1,78	1,90

Kritiske verdier Mandels k- og h-statistikk  
h (12) k (12)

1%	2,25	2,36
5%	1,83	1,92

## Vedlegg B-7

## Grubbs' test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 1				Materiale 2				Materiale 3			
Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$	Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$	Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$
8	7,55	0,49	1,29	13	4,80	0,12	1,51	12	6,40	0,80	2,12
6	7,90	0,12	0,65	7	4,95	0,04	0,86	9	6,70	0,35	1,41
5	8,15	0,01	0,18	1	5,00	0,02	0,65	13	7,15	0,02	0,35
3	8,20	0,00	0,09	2	5,00	0,02	0,65	2	7,20	0,01	0,23
10	8,60	0,12	-0,65	4	5,00	0,02	0,65	4	7,35	0,00	-0,13
11	9,10	0,72	-1,57	8	5,25	0,01	-0,43	7	7,40	0,01	-0,25
				6	5,30	0,02	-0,65	1	7,45	0,02	-0,37
				10	5,30	0,02	-0,65	6	7,50	0,04	-0,49
				5	5,35	0,04	-0,86	5	7,60	0,09	-0,72
				3	5,55	0,16	-1,72	8	7,70	0,16	-0,96
								10	7,80	0,25	-1,20
$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	8,25	1,47		$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	5,15	0,49		$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	7,30	1,78	

$$s_m = \sqrt{(1/N * \sum (x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2)}$$

0,54

$$0,23$$

0,42

$$G_1 = (\bar{x}_{\text{gj.snitt}} - x_{\min})/s \text{ (laveste)}$$

1,29

$$G_1 = (\bar{x}_{\text{gj.snitt}} - x_{\min})/s$$

1,51

$$G_6 = (x_{\max} - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})/s \text{ (høyeste)}$$

1,57

$$G_{10} = (x_{\max} - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})/s$$

1,72

$$G_1 = (\bar{x}_{\text{gj.snitt}} - x_{\min})/s$$

2,12

$$G_{11} = (x_{\max} - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})/s$$

1,20

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 1,973

Øvre 5% 1,887

6 laboratorier

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 2,482

Øvre 5% 2,290

10 laboratorier

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 2,564

Øvre 5% 2,355

11 laboratorier

## Grubbs' test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 4				Materiale 5				Materiale 6			
Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$	Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$	Orig. lab	$x_j$	$(x_j - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})^2$	$G_j$
12	5,65	0,05	1,29	7	4,60	0,19	1,31	9	19,80	4,22	2,12
13	5,85	0,00	0,08	9	4,70	0,11	1,01	13	21,25	0,37	0,62
10	5,90	0,00	-0,23	12	4,90	0,02	0,41	7	21,30	0,31	0,57
5	6,05	0,04	-1,13	8	4,90	0,02	0,41	12	21,35	0,25	0,52
				2	4,95	0,01	0,26	6	21,40	0,21	0,47
				4	5,05	0,00	-0,05	2	21,60	0,06	0,26
				10	5,05	0,00	-0,05	8	22,10	0,06	-0,25
				1	5,20	0,03	-0,50	10	22,15	0,09	-0,30
				5	5,20	0,03	-0,50	1	22,30	0,20	-0,46
				3	5,80	0,59	-2,31	4	22,35	0,25	-0,51
								5	23,20	1,81	-1,39
								3	23,45	2,55	-1,64
$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	5,86	0,08		$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	5,04	0,99		$\bar{x}_{\text{gj.snitt}} (1-N)$	21,85	10,37	

0,17

0,33

0,97

$$G_1 = (\bar{x}_{\text{gj.snitt}} - x_{\min})/s$$

1,29

$$G_4 = (x_{\max} - \bar{x}_{\text{gj.snitt}})/s$$

1,13

1,31

2,12

2,31

1,64

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 1,496

Øvre 5% 1,481

4 laboratorier

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 2,482

Øvre 5% 2,290

10 laboratorier

## Kritiske verdier Grubbs' test

Øvre 1% 2,636

Øvre 5% 2,412

12 laboratorier

## Vedlegg B-8

Grubbs' test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 1				Materiale 2				Materiale 3			
Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>
8	7,55	0,49	1,29	13	4,80	0,12	1,51	12	6,40	0,80	2,12
6	7,90	0,12	0,65	7	4,95	0,04	0,86	9	6,70	0,35	1,41
5	8,15	0,01	0,18	1	5,00	0,02	0,65	13	7,15	0,02	0,35
3	8,20	0,00	0,09	2	5,00	0,02	0,65	2	7,20	0,01	0,23
10	8,60	0,12	-0,65	4	5,00	0,02	0,65	4	7,35	0,00	-0,13
11	9,10	0,72	-1,57	8	5,25	0,01	-0,43	7	7,40	0,01	-0,25
				6	5,30	0,02	-0,65	1	7,45	0,02	-0,37
				10	5,30	0,02	-0,65	6	7,50	0,04	-0,49
				5	5,35	0,04	-0,86	5	7,60	0,09	-0,72
				3	5,55	0,16	-1,72	8	7,70	0,16	-0,96
								10	7,80	0,25	-1,20
$x_{gj.snitt}$ (1-N)		8,25	1,47	$x_{gj.snitt}$ (1-N)		5,15	0,49	$x_{gj.snitt}$ (1-N)		7,30	1,78

$$s_m = \sqrt{1/N * \sum (x_j - x_{gj.snitt})^2} = 0,54$$

$$s_m = 0,23$$

$$s_m = 0,42$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,29$$

$$G_6 = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,57$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,51$$

$$G_{10} = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,72$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 2,12$$

$$G_{11} = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,20$$

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 1,973  
 Øvre 5% 1,887  
 6 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,482  
 Øvre 5% 2,290  
 10 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,564  
 Øvre 5% 2,355  
 11 laboratorier

Grubbs' test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 4				Materiale 5				Materiale 6			
Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>
12	5,65	0,05	1,29	7	4,60	0,12	1,71	9	19,80	4,22	2,12
13	5,85	0,00	0,08	9	4,70	0,06	1,22	13	21,25	0,37	0,62
10	5,90	0,00	-0,23	12	4,90	0,00	0,24	7	21,30	0,31	0,57
5	6,05	0,04	-1,13	8	4,90	0,00	0,24	12	21,35	0,25	0,52
				2	4,95	0,00	0,00	6	21,40	0,21	0,47
				4	5,05	0,01	-0,49	2	21,60	0,06	0,26
				10	5,05	0,01	-0,49	8	22,10	0,06	-0,25
				1	5,20	0,06	-1,22	10	22,15	0,09	-0,30
				5	5,20	0,06	-1,22	1	22,30	0,20	-0,46
								4	22,35	0,25	-0,51
								5	23,20	1,81	-1,39
								3	23,45	2,55	-1,64
$x_{gj.snitt}$ (1-N)		5,86	0,08	$x_{gj.snitt}$ (1-N)		4,95	0,34	$x_{gj.snitt}$ (1-N)		21,85	10,37

$$s_m = 0,17$$

$$s_m = 0,20$$

$$s_m = 0,97$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,29$$

$$G_4 = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,13$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,71$$

$$G_4 = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,22$$

$$G_1 = (x_{gj.snitt} - x_{min})/s = 2,12$$

$$G_4 = (x_{max} - x_{gj.snitt})/s = 1,64$$

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 1,496  
 Øvre 5% 1,481  
 4 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,387  
 Øvre 5% 2,215  
 9 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,636  
 Øvre 5% 2,412  
 12 laboratorier

## Vedlegg B-9

Grubbs test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 1				Materiale 2				Materiale 3			
Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>
8	7,55	0,52	1,19	13	4,80	0,12	1,51	12	6,40	0,80	2,12
6	7,90	0,14	0,61	7	4,95	0,04	0,86	9	6,70	0,35	1,41
3	8,20	0,00	0,12	1	5,00	0,02	0,65	13	7,15	0,02	0,35
10	8,60	0,11	-0,55	2	5,00	0,02	0,65	2	7,20	0,01	0,23
11	9,10	0,69	-1,37	4	5,00	0,02	0,65	4	7,35	0,00	-0,13
				8	5,25	0,01	-0,43	7	7,40	0,01	-0,25
				6	5,30	0,02	-0,65	1	7,45	0,02	-0,37
				10	5,30	0,02	-0,65	6	7,50	0,04	-0,49
				5	5,35	0,04	-0,86	5	7,60	0,09	-0,72
				3	5,55	0,16	-1,72	8	7,70	0,16	-0,96
								10	7,80	0,25	-1,20
$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		8,27	1,46	$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		5,15	0,49	$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		7,30	1,78

$$s_m = \sqrt{1/N * \sum (x_j - \bar{x}_{gj.snitt})^2} = 0,60$$

$$s_m = 0,23$$

$$s_m = 0,42$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,19$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,51$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 2,12$$

$$G_6 = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,37$$

$$G_{10} = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,72$$

$$G_{11} = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,20$$

Kritiske verdier Grubbs test  
 Øvre 1% 1,764  
 Øvre 5% 1,715  
 5 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs test  
 Øvre 1% 2,482  
 Øvre 5% 2,290  
 10 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs test  
 Øvre 1% 2,564  
 Øvre 5% 2,355  
 11 laboratorier

Grubbs' test (høyeste og laveste signifikansverdi)

Materiale 4				Materiale 5				Materiale 6			
Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>	Orig. lab	x <sub>j</sub>	(x <sub>j</sub> -x <sub>gj.snitt</sub> ) <sup>2</sup>	G <sub>j</sub>
12	5,65	0,05	1,29	7	4,60	0,12	1,71	9	19,80	4,22	2,12
13	5,85	0,00	0,08	9	4,70	0,06	1,22	13	21,25	0,37	0,62
10	5,90	0,00	-0,23	12	4,90	0,00	0,24	7	21,30	0,31	0,57
5	6,05	0,04	-1,13	8	4,90	0,00	0,24	12	21,35	0,25	0,52
				2	4,95	0,00	0,00	6	21,40	0,21	0,47
				4	5,05	0,01	-0,49	2	21,60	0,06	0,26
				10	5,05	0,01	-0,49	8	22,10	0,06	-0,25
				1	5,20	0,06	-1,22	10	22,15	0,09	-0,30
				5	5,20	0,06	-1,22	1	22,30	0,20	-0,46
								4	22,35	0,25	-0,51
								5	23,20	1,81	-1,39
								3	23,45	2,55	-1,64
$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		5,86	0,08	$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		4,95	0,34	$\bar{x}_{gj.snitt}$ (1-N)		21,85	10,37

$$s_m = 0,17$$

$$s_m = 0,20$$

$$s_m = 0,97$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,29$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 1,71$$

$$G_1 = (\bar{x}_{gj.snitt} - x_{min})/s = 2,12$$

$$G_4 = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,13$$

$$G_4 = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,22$$

$$G_4 = (x_{max} - \bar{x}_{gj.snitt})/s = 1,64$$

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 1,496  
 Øvre 5% 1,481  
 4 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,387  
 Øvre 5% 2,215  
 9 laboratorier

Kritiske verdier Grubbs' test  
 Øvre 1% 2,636  
 Øvre 5% 2,412  
 12 laboratorier

Table 4 — Critical values for Cochran's test

p	n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %
2	—	—	0,995	0,975	0,979	0,939	0,959	0,906	0,937	0,877
3	0,993	0,967	0,942	0,871	0,883	0,798	0,834	0,746	0,793	0,707
4	0,968	0,906	0,864	0,768	0,781	0,684	0,721	0,629	0,676	0,590
5	0,928	0,841	0,788	0,684	0,696	0,598	0,633	0,544	0,588	0,506
6	0,883	0,781	0,722	0,616	0,626	0,532	0,564	0,480	0,520	0,445
7	0,838	0,727	0,664	0,561	0,568	0,480	0,508	0,431	0,466	0,397
8	0,794	0,680	0,615	0,516	0,521	0,438	0,463	0,391	0,423	0,360
9	0,754	0,638	0,573	0,478	0,481	0,403	0,425	0,358	0,387	0,329
10	0,718	0,602	0,536	0,445	0,447	0,373	0,393	0,331	0,357	0,303
11	0,684	0,570	0,504	0,417	0,418	0,348	0,366	0,308	0,332	0,281
12	0,653	0,541	0,475	0,392	0,392	0,326	0,343	0,288	0,310	0,262
13	0,624	0,515	0,450	0,371	0,369	0,307	0,322	0,271	0,291	0,243
14	0,599	0,492	0,427	0,352	0,349	0,291	0,304	0,255	0,274	0,232
15	0,575	0,471	0,407	0,335	0,332	0,276	0,288	0,242	0,259	0,220
16	0,553	0,452	0,388	0,319	0,316	0,262	0,274	0,230	0,246	0,208
17	0,532	0,434	0,372	0,305	0,301	0,250	0,261	0,219	0,234	0,198
18	0,514	0,418	0,356	0,293	0,288	0,240	0,249	0,209	0,223	0,189
19	0,496	0,403	0,343	0,281	0,276	0,230	0,238	0,200	0,214	0,181
20	0,480	0,389	0,330	0,270	0,265	0,220	0,229	0,192	0,205	0,174
21	0,465	0,377	0,318	0,261	0,255	0,212	0,220	0,185	0,197	0,167
22	0,450	0,365	0,307	0,252	0,246	0,204	0,212	0,178	0,189	0,160
23	0,437	0,354	0,297	0,243	0,238	0,197	0,204	0,172	0,182	0,155
24	0,425	0,343	0,287	0,235	0,230	0,191	0,197	0,166	0,176	0,149
25	0,413	0,334	0,278	0,228	0,222	0,185	0,190	0,160	0,170	0,144
26	0,402	0,325	0,270	0,221	0,215	0,179	0,184	0,155	0,164	0,140
27	0,391	0,316	0,262	0,215	0,209	0,173	0,179	0,150	0,159	0,135
28	0,382	0,308	0,255	0,209	0,202	0,168	0,173	0,146	0,154	0,131
29	0,372	0,300	0,248	0,203	0,196	0,164	0,168	0,142	0,150	0,127
30	0,363	0,293	0,241	0,198	0,191	0,159	0,164	0,138	0,145	0,124
31	0,355	0,286	0,235	0,193	0,186	0,155	0,159	0,134	0,141	0,120
32	0,347	0,280	0,229	0,188	0,181	0,151	0,155	0,131	0,138	0,117
33	0,339	0,273	0,224	0,184	0,177	0,147	0,151	0,127	0,134	0,114
34	0,332	0,267	0,218	0,179	0,172	0,144	0,147	0,124	0,131	0,111
35	0,325	0,262	0,213	0,175	0,168	0,140	0,144	0,121	0,127	0,108
36	0,318	0,256	0,208	0,172	0,165	0,137	0,140	0,118	0,124	0,106
37	0,312	0,251	0,204	0,168	0,161	0,134	0,137	0,116	0,121	0,103
38	0,306	0,246	0,200	0,164	0,157	0,131	0,134	0,113	0,119	0,101
39	0,300	0,242	0,196	0,161	0,154	0,129	0,131	0,111	0,116	0,099
40	0,294	0,237	0,192	0,158	0,151	0,126	0,128	0,108	0,114	0,097

p = number of laboratories at a given level

n = number of test results per cell (see 7.3.3.3)

Kilde: ISO 5725-2 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – part

2. Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.

**Table 6 — Indicators for Mandel's  $k$  and  $k$  statistics at the 1 % significance level**

$p$	$k$	$k$								
		$n$								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1,15	1,71	1,64	1,58	1,53	1,49	1,46	1,43	1,41	1,39
4	1,49	1,91	1,77	1,67	1,60	1,55	1,51	1,48	1,45	1,43
5	1,72	2,05	1,85	1,73	1,65	1,59	1,55	1,51	1,48	1,46
6	1,87	2,14	1,90	1,77	1,68	1,62	1,57	1,53	1,50	1,47
7	1,98	2,20	1,94	1,79	1,70	1,63	1,58	1,54	1,51	1,48
8	2,06	2,25	1,97	1,81	1,71	1,65	1,59	1,55	1,52	1,49
9	2,13	2,29	1,99	1,82	1,73	1,66	1,60	1,56	1,53	1,50
10	2,18	2,32	2,00	1,84	1,74	1,66	1,61	1,57	1,53	1,50
11	2,22	2,34	2,01	1,85	1,74	1,67	1,62	1,57	1,54	1,51
12	2,25	2,36	2,02	1,85	1,75	1,68	1,62	1,58	1,54	1,51
13	2,27	2,38	2,03	1,86	1,76	1,68	1,63	1,58	1,55	1,52
14	2,30	2,39	2,04	1,87	1,76	1,69	1,63	1,58	1,55	1,52
15	2,32	2,41	2,05	1,87	1,76	1,69	1,63	1,59	1,55	1,52
16	2,33	2,42	2,05	1,88	1,77	1,69	1,63	1,59	1,55	1,52
17	2,35	2,44	2,06	1,88	1,77	1,69	1,64	1,59	1,55	1,52
18	2,36	2,44	2,06	1,88	1,77	1,70	1,64	1,59	1,56	1,52
19	2,37	2,44	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,59	1,56	1,53
20	2,39	2,45	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,60	1,56	1,53
21	2,39	2,46	2,07	1,89	1,78	1,70	1,64	1,60	1,56	1,53
22	2,40	2,46	2,08	1,90	1,78	1,70	1,65	1,60	1,56	1,53
23	2,41	2,47	2,08	1,90	1,78	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
24	2,42	2,47	2,08	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
25	2,42	2,47	2,08	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
26	2,43	2,48	2,09	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
27	2,44	2,48	2,09	1,90	1,79	1,71	1,65	1,60	1,56	1,53
28	2,44	2,49	2,09	1,91	1,79	1,71	1,65	1,60	1,57	1,53
29	2,45	2,49	2,09	1,91	1,79	1,71	1,65	1,60	1,57	1,53
30	2,45	2,49	2,10	1,91	1,79	1,71	1,65	1,61	1,57	1,53

*p* = number of laboratories at a given level

*n* = number of replicates within each laboratory at that level

NOTE — Supplied by Dr. J. Mandel and published with his permission.

Kilde: ISO 5725-2 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – part 2. Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.

**Table 7 — Indicators for Mandel's  $k$  and  $n$  statistics at the 5 % significance level**

$p$	$k$	$k$								
		$n$								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1,15	1,65	1,53	1,45	1,40	1,37	1,34	1,32	1,30	1,29
4	1,42	1,76	1,59	1,50	1,44	1,40	1,37	1,35	1,33	1,31
5	1,57	1,81	1,62	1,53	1,46	1,42	1,39	1,36	1,34	1,32
6	1,66	1,85	1,64	1,54	1,48	1,43	1,40	1,37	1,35	1,33
7	1,71	1,87	1,66	1,55	1,49	1,44	1,41	1,38	1,36	1,34
8	1,75	1,88	1,67	1,56	1,50	1,45	1,41	1,38	1,36	1,34
9	1,78	1,90	1,68	1,57	1,50	1,45	1,42	1,39	1,36	1,35
10	1,80	1,90	1,68	1,57	1,50	1,46	1,42	1,39	1,37	1,35
11	1,82	1,91	1,69	1,58	1,51	1,46	1,42	1,39	1,37	1,35
12	1,83	1,92	1,69	1,58	1,51	1,46	1,42	1,40	1,37	1,35
13	1,84	1,92	1,69	1,58	1,51	1,46	1,43	1,40	1,37	1,35
14	1,85	1,92	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,37	1,35
15	1,86	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
16	1,86	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
17	1,87	1,93	1,70	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
18	1,88	1,93	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
19	1,88	1,93	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
20	1,89	1,94	1,71	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,38	1,36
21	1,89	1,94	1,71	1,60	1,52	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
22	1,89	1,94	1,71	1,60	1,52	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
23	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36
24	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,38
25	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
26	1,90	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
27	1,91	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
28	1,91	1,94	1,71	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
29	1,91	1,94	1,72	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36
30	1,91	1,94	1,72	1,60	1,53	1,48	1,44	1,41	1,38	1,36

$p$  = number of laboratories at a given level

$n$  = number of replicates within each laboratory at that level

NOTE — Supplied by Dr. J. Mandel and published with his permission.

Kilde: ISO 5725-2 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – part 2. Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.

**Table 5 — Critical values for Grubbs' test**

p	One largest or one smallest		Two largest or two smallest	
	Upper 1 %	Upper 5 %	Lower 1 %	Lower 5 %
3	1,155	1,155	—	—
4	1,496	1,481	0,000 0	0,000 2
5	1,764	1,715	0,001 8	0,009 0
6	1,973	1,887	0,011 6	0,034 9
7	2,139	2,020	0,030 8	0,070 8
8	2,274	2,126	0,056 3	0,110 1
9	2,387	2,215	0,085 1	0,149 2
10	2,482	2,290	0,115 0	0,186 4
11	2,564	2,355	0,144 8	0,221 3
12	2,636	2,412	0,173 8	0,253 7
13	2,699	2,462	0,201 6	0,283 6
14	2,755	2,507	0,228 0	0,311 2
15	2,806	2,549	0,253 0	0,336 7
16	2,852	2,585	0,276 7	0,360 3
17	2,894	2,620	0,299 0	0,382 2
18	2,932	2,651	0,320 0	0,402 5
19	2,968	2,681	0,339 8	0,421 4
20	3,001	2,709	0,358 5	0,439 1
21	3,031	2,733	0,376 1	0,455 6
22	3,060	2,758	0,392 7	0,471 1
23	3,087	2,781	0,408 5	0,485 7
24	3,112	2,802	0,423 4	0,499 4
25	3,135	2,822	0,437 6	0,512 3
26	3,157	2,841	0,451 0	0,524 5
27	3,178	2,859	0,463 8	0,536 0
28	3,199	2,876	0,475 9	0,547 0
29	3,218	2,893	0,487 5	0,557 4
30	3,236	2,908	0,498 5	0,567 2
31	3,253	2,924	0,509 1	0,576 6
32	3,270	2,938	0,519 2	0,585 6
33	3,286	2,952	0,528 8	0,594 1
34	3,301	2,965	0,538 1	0,602 3
35	3,316	2,979	0,546 9	0,610 1
36	3,330	2,991	0,555 4	0,617 5
37	3,343	3,003	0,563 6	0,624 7
38	3,356	3,014	0,571 4	0,631 6
39	3,369	3,025	0,578 9	0,638 2
40	3,381	3,036	0,586 2	0,644 5

Reproduced, with the permission of the American Statistical Association, from reference [4] in annex C.

p = number of laboratories at a given level

Kilde: ISO 5725-2 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results – part 2. Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.



Statens vegvesen  
Pb. 1010 Nordre Ål  
2605 Lillehammer

Tlf:  
[firmapost@vegvesen.no](mailto:firmapost@vegvesen.no)

ISSN: 1893-1162

[vegvesen.no](http://vegvesen.no)

**Trygt fram sammen**